A GEOMETRIA NA TRANSIÇÃO DA ARITMÉTICA À ÁLGEBRA: CONECTANDO CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Lélia de Oliveira Cruz[1]

Emanuel Sousa da Silva[2]

Emilane Alexandre Feitosa Veloso[3]

Jaqueline de Sousa Santos[4]

INTRODUÇÃO

O ensino de álgebra necessita de mudanças, que vão além dos aspectos formais, para contemplar o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois entendemos que o pensamento algébrico está presente não apenas quando se trabalha a álgebra formal, mas em diversos campos do conhecimento manifestados por linguagens, como a aritmética, a geométrica ou mesmo a natural, também conhecida como linguagem materna (Machado, 1991). Dessa forma, percebemos, a partir das orientações metodológicas enfatizadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nas Diretrizes Curriculares para o Curso de Matemática, possibilidades para apontar direcionamentos que contribuam para uma melhor aprendizagem da álgebra.

Uma vez que, "o ensino de Álgebra tem se restringido a questões técnicas e operacionais, deixando de lado, muitas vezes, o desenvolvimento de conceitos e do pensamento algébrico" (Coelho; Aguiar, 2018, p. 1), debilidade apontada em outras pesquisas, como o estudo realizado por Gil e Portanova (2007, p. 2), quando afirmam que "desde o início do estudo da Álgebra até o início da década de 60, ao iniciar o Movimento da Matemática Moderna, o seu ensino era predominantemente de caráter mecânico e reprodutivo", não havia clareza quanto aos procedimentos, resultando numa aprendizagem mecânica. Na mesma esteira, Vlassis e Demonty (2002) já afirmavam que a falta de transição entre a aritmética e a álgebra gera um "fosso conceitual" que induz inúmeros alunos a trabalharem álgebra com um modo de pensar aritmético.

Os pressupostos anteriores, confirmam que os problemas enfrentados na atualidade, no ensino da Álgebra podem ser reflexo da sua evolução, desde a inclusão no currículo até os dias atuais. Mediante o exposto e observando a realidade do curso de Matemática Licenciatura da UEMA Campus Caxias, podemos afirmar que os acadêmicos apresentam lacunas de conhecimento dos temas matemáticos, principalmente, pouco domínio de Álgebra, Geometria, e em alguns casos, até da Aritmética, o que dificulta o prosseguimento nos estudos, e que no decorrer do Curso, os alunos evitam trabalhar e/ou participar de atividades que exijam conhecimentos básicos de Matemática.

Acredita-se que os egressos do curso de Matemática devem sair com conhecimento consolidado, ou seja, com um referencial teórico e metodológico que os capacite para o exercício

1 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática, Docente do Departamento de Matemática e Física da Universidade Estadual do Maranhão – Campus Caxias. E-mail: leliacruz@cesc.uema.br

2 Discente em Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão; Bolsista PIVIC/UEMA. E-mail: manuzinho832@gmail.com

3 Discente em Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão; Bolsista PIBIC/FAPEMA. E-mail: emilanealexandre935@gmail.com

4 Discente em Matemática Licenciatura da Universidade Estadual do Maranhão; Bolsista PIBIC/FAPEMA.E-mail: jaquesousasantos2811@gmail.com

da profissão. Logo, elegemos os temas da Álgebra, considerando seu potencial para revisar e/ou aprofundar os demais temas, como a aritmética e a geometria. Nesta perspectiva, foi proposto um projeto de iniciação científica, denominado A Geometria na transição da Aritmética à Álgebra: conectando conhecimentos matemáticos, no desenvolvimento de um estudo que contemplou a resolução de problemas envolvendo as três áreas de conhecimento matemático.

Na viabilidade de alcançar o intento, foi estabelecido como objetivo norteador, revisitar os principais conceitos algébricos, geométricos e aritméticos mediante estudos, pesquisas e reflexões visando o entendimento da transição das áreas a uma necessidade para conectá-las, criando possibilidades de um novo pensar e fazer matemática. A abrangência do propósito exigiu um direcionamento, a execução do estudo, para responder às questões: como livros didáticos, adotados pelas escolas públicas de Caxias-MA intercalam os conhecimentos de Aritmética, Geometria e Álgebra? Os Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) apresentam as potencialidades e limitações da conexão entre as três áreas na resolução de problemas? Os acadêmicos de matemática articulam os conhecimentos aritméticos, geométricos e algébricos na resolução de problemas envolvendo as três áreas?

Os resultados alcançados não conseguiram responder às questões postas em sua totalidade. Contudo, os dados apontam a importância de um trabalho que contemple as diferentes áreas da matemática por meio da resolução de problemas, ponto de partida para a compreensão conceitual dos conteúdos e o desenvolvimento do pensamento matemático de forma ampla e significativa. Com os resultados obtidos, espera-se contribuir para o repensar de metodologias para o ensino de Álgebra na Educação Básica, bem como a importância da transição das áreas na superação das lacunas de conhecimentos que inviabilizam, algumas vezes, um novo pensar e fazer matemática.

METODOLOGIA

O estudo se constituiu de processos investigativos baseados na análise de conteúdos da bibliografia que contemple a teoria; partindo das obras clássicas, considerando, também, as literaturas mais atuais. Além da revisão bibliográfica, os bolsistas planejaram e executaram atividades complementares, como a seleção de problemas discutidos, resolvidos e verificados quanto às suas aplicações na Matemática. À medida que o conhecimento teórico foi sendo trabalhado, foram analisados livros didáticos e TCC do curso para aferir como a transição das áreas estudadas é trabalhada na Educação Básica.

No decorrer do trabalho, realizou-se um levantamento histórico objetivando compreender as etapas de desenvolvimento da álgebra; para aprofundamento dos estudos, foram realizados encontros entre pesquisadores experientes e iniciantes engajados no desenvolvimento e no tratamento de situações-problemas que envolvam conhecimentos algébricos, aritméticos e geométricos na sua resolução.

Num segundo momento, iniciaram-se as pesquisas por bolsista, de acordo com os objetivos propostos, começando com a seleção e análise de TCC, no recorte temporal de 2017 a 2023, visando examinar as perspectivas da álgebra apresentadas nos trabalhos de conclusão do curso de Matemática Licenciatura da UEMA Campus Caxias. Outro bolsista procurou conhecer e analisar os livros didáticos de Matemática adotados nas escolas públicas de Caxias-MA no ano de 2025, visando entender como os autores contemplados na pesquisa apresentam a transição da aritmética para álgebra mediada pela geometria.

E, por fim, o estudo contou com uma etapa prática, na qual foram aplicadas questões elaboradas com base nos referenciais teóricos analisados. Essa aplicação foi realizada com um grupo de alunos do curso de Licenciatura em Matemática, visando observar suas dificuldades e estratégias na resolução de problemas que exigissem a articulação entre os conteúdos de aritmética, geometria e álgebra. É importante destacar que as questões aplicadas exigiram diferentes níveis de interpretação, variando em complexidade e profundidade de raciocínio.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Dificuldades com o ensino e a aprendizagem de Álgebra, nos mais variados níveis de escolaridade, são inúmeras e podem estar associadas às mais diferentes razões, como por exemplo, a falta de amadurecimento dos alunos para compreenderem o processo "abstrato" da álgebra; o uso, pelos professores, de abordagens não adequadas para o ensino (Sousa, 2021); ou ainda o fato de estudantes não terem construído as competências, ou seja "[...] conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana [...]" (Brasil, 2017).

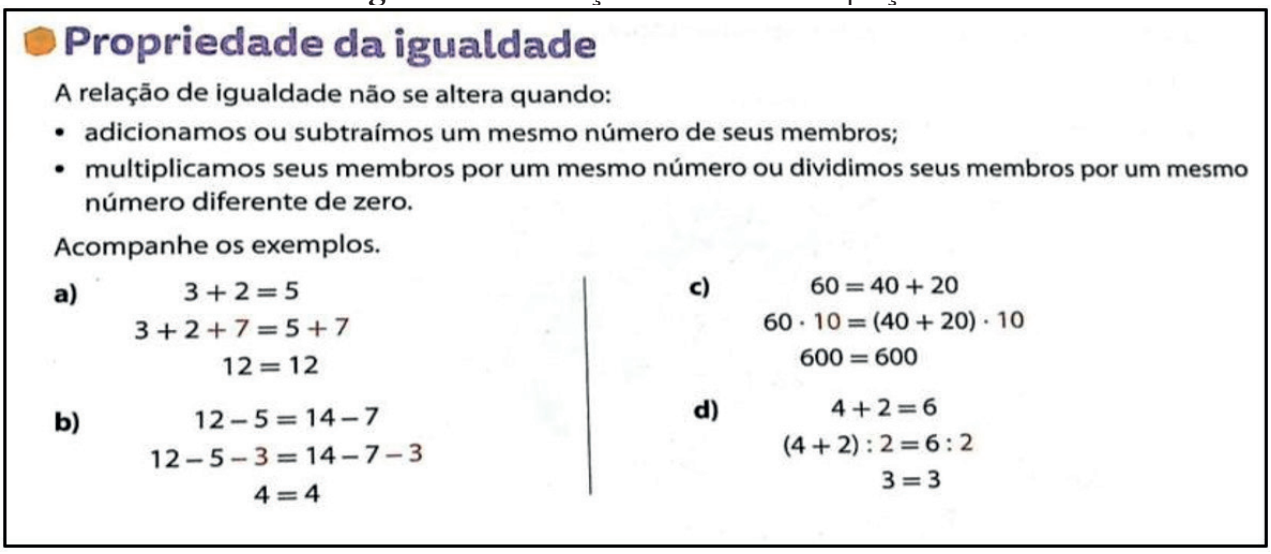
No texto em epígrafe, analisou-se a transição dos conhecimentos aritméticos para algébricos, com a contribuição dos geométricos, em livros didáticos; nos TCC do curso de Matemática e na compreensão dos acadêmicos.

Os livros didáticos intercalam os conhecimentos de Aritmética, Geometria e Álgebra.

Procurando entender como ocorre o ensino da pré-álgebra e se os conhecimentos são conectados de forma satisfatória, verificou-se se as questões propostas no livro englobavam Aritmética, Álgebra e Geometria e como ocorre essa abordagem. O primeiro livro analisado foi Desafios da Matemática (Silveira, 2022), que se destaca por ser um dos mais utilizados no 6º ano do ensino fundamental, em Caxias-MA.

Na analise do livro, constata-se que o material didático começa a tratar do que chamamos de pré-álgebra, somente quando apresenta o conteúdo Igualdades e suas propriedades. Primeiro contato dos alunos com as definições de primeiro e segundo membro de uma igualdade, conforme Figura 1.

Figura 1 - Introdução ao Ensino de Equação



Propriedade da igualdade

A relação de igualdade não se altera quando:

- adicionamos ou subtraímos um mesmo número de seus membros;
- multiplicamos seus membros por um mesmo número ou dividimos seus membros por um mesmo número diferente de zero.

Acompanhe os exemplos.

a)
$3 + 2 = 5$
$3 + 2 + 7 = 5 + 7$
$12 = 12$

b)
$12 - 5 = 14 - 7$
$12 - 5 - 3 = 14 - 7 - 3$
$4 = 4$

c)
$60 = 40 + 20$
$60 \cdot 10 = (40 + 20) \cdot 10$
$600 = 600$

d)
$4 + 2 = 6$
$(4 + 2) : 2 = 6 : 2$
$3 = 3$

Fonte: Desafios da matemática com Ênio Silveira. (2024, p. 8)

No conteúdo de igualdade, o livro aborda suas propriedades e apresenta um vislumbre do conceito de balanceamento, transmitindo a ideia de que tudo o que ocorre no primeiro membro deve também ocorrer no segundo, a fim de que o equilíbrio seja mantido. Observa-se que essa demonstração é feita utilizando quatro letras, o que permite perceber que, nesse momento, há a presença da generalização como recurso para que o aluno compreenda o processo realizado. Comungando com as orientaçãoes dos PCN, (1998):

> [...] o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problemas e favorecer possíveis soluções. (Brasil, 1998, p. 64).

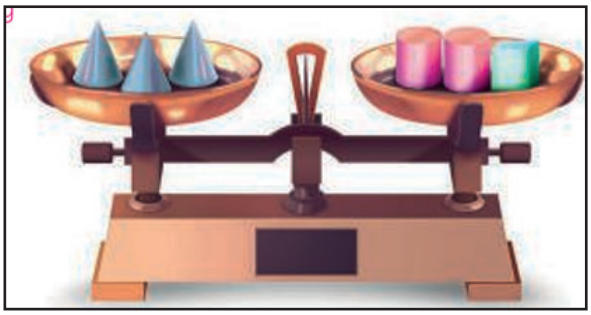
É relevante destacar que o autor não recorre a meios informais na pré-álgebra, como, por exemplo, a explicação comum 'passe este número para a direita e ele irá com o sinal trocado'. Nesse caso, para que a equação permaneça verdadeira, ele subtrai o número 50 de ambos os membros e, após a eliminação, obtém a resposta por meio de uma soma final.

Outro ponto a ser enfatizado é que o livro didático parece concentrar-se na definição de incógnita apenas como um número desconhecido, segundo o livro As ideias da Álgebra, tentar enquadrar a variável em uma única concepção implica uma simplificação que distorce o objetivo da álgebra. Ou seja, afirmar que a álgebra estuda apenas números desconhecidos simplifica, demasiadamente, seu estudo e contribui para dificuldades futuras nas concepções de fechamento. Esse conceito diz respeito à maneira como as respostas algébricas devem ser compreendidas: a mesma expressão pode representar tanto um procedimento quanto uma resposta. Em outras palavras, o aluno pode não compreender a montagem da expressão em si como resposta e passa a buscar, exclusivamente, um valor desconhecido, mesmo quando isso não é possível.

Foi analisado também, o livro do 6º ano de Luiz Roberto Dante, Teláris Essencial Matemática, e observamos que, diferentemente de Ênio Silveira, Dante buscou iniciar essa transição por meio de uma questão presente ainda no conteúdo de adição de números naturais, destacando a propriedade da igualdade. De maneira sutil, o autor introduz essa passagem não de forma explícita, mas intuitiva, o que se mostra interessante, pois o próprio livro recomenda que o professor questione os alunos sobre o motivo de, ao adicionarmos o mesmo número em ambos os lados de uma igualdade, ela continuar se mantendo.

Encontramos uma questão que mobiliza a geometria como meio de transição. O enunciado é o seguinte "A balança a seguir está em equilíbrio. Os dois cilindros têm a mesma medida de massa; cada cone possui massa igual a 75 gramas; e o cubo tem massa igual a 63 gramas. Qual é a medida de massa de cada cilindro?"(Dante, 2022, p.66). veja Figura 2.

Figura 2 - Problema envolvendo as três áreas estudadas.



Fonte: Teláris essencial matemática (2022, p. 66)

Para resolver o exercício, o aluno deve ser capaz de reconhecer as figuras geométricas presentes na balança, compreendendo que os dois cilindros têm a mesma massa e que a soma das massas dos três cones deve ser igual à soma das massas dos dois cilindros, acrescida da massa do cubo. Ao resolver a questão, o aluno mobiliza o raciocínio algébrico e observa, na prática, todas as noções iniciais da pré-álgebra. Segue, a resolução da questão:

Considere ■ a representação do valor desconhecido para o cone

cone + cone+cone = cilindro + cilindro + cubo

75 + 75 +75 = ■ + ■ + 63

225 = ■ + ■ + 63

subtraindo 63 de ambos os membros teremos
225-63 = ■ + ■ + 63 -63

162 = ■ + ■

Seria interessante que, neste momento, o professor incentivasse o aluno a pensar por tentativa e erro, considerando dois números iguais, visto que, os cones possuem massas idênticas, cuja soma resulta em 162. Em seguida, o docente poderia retomar a questão e resolvê-la pelo método algébrico, comprovando, assim, que o resultado é 81.

Essa questão é lúdica e interessante; entretanto, durante todo o capítulo que aborda as noções iniciais da álgebra, apenas este exercício integra aritmética, geometria e álgebra. Além disso, o livro introduz a definição de valor desconhecido de maneira muito rápida, o que, na prática, pode gerar maiores dificuldades aos alunos. Entendemos que, para um desenvolvimento mais eficaz nesse campo, mesmo ainda no 6º ano, esse conteúdo deve ser apresentado de forma a auxiliar e preparar o estudante para o aprofundamento que ocorrerá no 7º ano do Ensino Fundamental.

Dando continuidade à análise dos livros didáticos nessa etapa que denominamos de pré-álgebra, examinamos também, dois livros do 7º ano de cada autor já mencionado. Iniciamos pelo livro Desafios da Matemática, de Ênio Silveira. Embora não houvesse a presença da geometria na transição inicial apresentada no livro do 6º ano, na obra destinada ao 7º ano, essa lacuna é suprida: o conteúdo encontra-se amplamente permeado pela geometria como mediadora dessa passagem. O autor faz uso desse recurso de maneira didática e prática, apresentando três exemplos consecutivos que integram álgebra, aritmética e geometria como instrumentos de mediação desse processo de transição. O livro apresenta forte presença da geometria ao longo de todo o capítulo, especialmente no ensino das operações com termos algébricos. Entretanto, não dedica grande atenção aos aspectos introdutórios, como a explicação detalhada da linguagem usual das expressões algébricas ou a tradução de descrições em linguagem natural para a linguagem matemática.

Ao analisarmos o livro Teláris Essencial Matemática, observamos que a introdução à álgebra ocorre já na primeira página, por meio de uma figura geométrica, assim como na obra de Silveira (2024), a geometria é utilizada como recurso nessa transição, ainda que, de forma menos recorrente.

Dessa maneira, constatamos que Dante inicia de forma consistente e prática o estudo da álgebra, apresentando uma definição concreta de variável. Trata-se de um exemplo sólido, que, se conduzido adequadamente pelo professor, pode gerar resultados significativos na etapa inicial do ensino algébrico.

Figura 3 - Primeiro contato da álgebra no 7°ano.



Fonte: Teláris essencial matemática (2022, p. 110)

Além disso, é importante destacar que, em diversos momentos, o livro recorre ao método da tentativa e erro como estratégia de resolução. Esse recurso é fundamental para que o aluno compreenda não apenas o resultado final, mas também, o próprio processo de resolução e os elementos que estão sendo manipulados. Embora, o exemplo analisado seja apenas um dos que integram álgebra, aritmética e geometria, não podemos deixar de reconhecer que todo o conteúdo é trabalhado de maneira detalhada, com exemplos bem estruturados.

Destacamos a necessidade de maior ênfase ao estudo geométrico durante essa transição, para que o aluno não desconsidere esse conhecimento, supondo erroneamente que, por não ser discutido, ele seja menos relevante que outros conteúdos. O tema já é amplamente abordado por matemáticos, pesquisadores e professores, o que evidencia a importância de um olhar diferenciado nessa passagem, evitando conflitos conceituais nos estudantes.

Reconhecemos que englobar todas as dificuldades dos alunos em um único livro é tarefa desafiadora, que exige compreender a melhor forma de trabalhar os obstáculos encontrados em sala de aula. Ainda assim, podemos afirmar que, embora Dante não tenha explorado a geometria como ferramenta de transição, sua proposta didática é clara, consistente e, em muitos momentos, surpreendente. Em síntese, acreditamos que a presença da álgebra é indispensável desde os anos iniciais e que sua introdução precoce pode tornar o estudo mais significativo e satisfatório.

Diferentes perspectivas da álgebra nos TCC do curso de matemática no período de 2020 a 2023

Após uma análise minuciosa dos mais de 50 TCC encontrados no período de 2017 a 2024, período maior do que o proposto inicialmente, foi organizado um quadro com os trabalhos selecionados por contemplar a perspectivas da álgebra. Para tanto, especificou-se os descritores: título, objetivo geral, metodologia e principais resultados, exibido no Quadro 1.

Quadro 1 – TCC selecionados e analisados

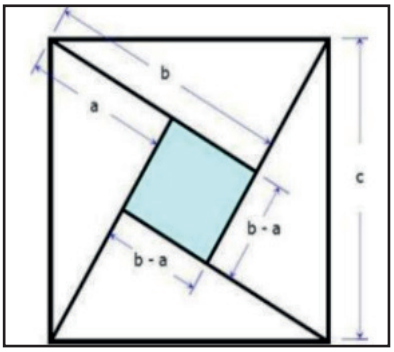
Título	Objetivo Geral	Metodologia	Principais Resultados
Teorema de Pitágoras: algumas de suas demonstrações	Mostrar as inúmeras formas de demonstrações do teorema de Pitágoras.	Estudo qualitativo para mostrar algumas das demonstrações do Teorema de Pitágoras.	Apresentação de demonstrações, tanto de forma geométrica quanto forma algébrica
Teorema da Indução Matemática: fundamentação teórica e aplicações clássicas	Fundamentar teoricamente a Indução Matemática, apresentando as versões e respectivas generalizações, através de aplicações clássicas e conhecidas.	Estudo em livros, artigos científicos nortearam a pesquisa sobre as aplicações clássicas do Teorema da Indução.	É feita uma generalização dos números naturais, algo crucial para o entendimento do tema.
O uso de jogos como recursos didáticos: uma abordagem metodológica para o ensino da equação do segundo grau	Analisar as contribuições do uso dos jogos, como recursos didáticos, para o ensino e a aprendizagem das equações polinomiais do segundo grau.	Estudo por revisão de literatura e aplicação sobre os jogos que podem ser utilizados como recurso didático.	Apresenta o percurso histórico, mostrando a origem geométrica da equação para depois mostrar o aspecto algébrico.

A importância da problematização dos conteúdos matemáticos no desenvolvimento da aprendizagem	Analisar as contribuições da problematização de conteúdos matemáticos na aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental	Pesquisa bibliográfica de pesquisadores como Freire, Vasconcelos, Pontes e Berbel, a respeito da concepção de aprendizagem	Amostra de conetúdos importantes no Ensino Fundamental que devem ser vistos de forma cuidadosa.
A sequência de Fibonacci e o número de ouro e suas aplicações na arte e arquitetura	Demonstrar as propriedades da sequência de Fibonacci, a relação com o número de ouro e suas aplicações em obras de arte e na arquitetura	Análise de aplicações em projetos arquitetônicos desde a antiguidade até os dias atuais, nas pinturas de grandes artistas.	Utiliza vários exemplos interessantes da arqui-tetura na amostra da im-portância da sequência de Fibonacci
O mistério do número de ouro: despertando o interesse dos alunos do ensino fundamental	Investigar como os alunos da rede pública de Caxias - MA entendem a atuação do professor, visando minimizar as dificulda-des no processo de ensino e a-prendizagem	Investigação com a utilização dos conceitos ao redor do número de ouro: motrando difereentes estratégias para o uso deste elemento matemático	Várias amostras interessantes de formas de utilizar o número de ouro para obter interesse dos estudantes
Dificuldades na apren-dizagem das operações dos números inteiros no 7º ano do EF.	Identificar as dificuldades que os alunos do sétimo ano encontram ao aprender o agrupamento operacional de números inteiros.	Caráter qualitativo, com a aplicação de questionários para os alunos responderem durante a aula de matemática.	A produção mostra como a proporção áurea presente no dia a dia e transforma um conceito algébrico.
Teorema de ceva e contribuições	Mostrar o Teorema de Ceva	Revisão bibliográfica do Teorema de Ceva.	Apresenta importantes postulados e relações geométricas, sendo visível uma conexão com a álgebra.
Uso de jogos lúdicos como ferramenta de apoio no ensino aprendizagem de fração	Investigar o uso de jogos lúdicos como ferramenta de apoio no ensino-aprendizagem de matemática	Metodologia do tipo integrativa, explicativa com abordagem qualitativa e uma pesquisa de campo.	Amostra de jogos que utilizam figuras para o ensino de frações
Matemática e Música: ensino de frações através do monocórdio de Pitágoras	Buscar subsídios para apresentar o experimento do monocórdio de Pitágoras no estudo de proporções e frações.	Revisão bibliográfica sobre a temática, Uso de alguns conceitos relacionados a origem das frações e suas ligações com o monocórdio de Pitágoras	Utilização de frações em representações músicais
Triângulo de Pascal e suas relações binomiais: uma revisão bibliográfica	Analisar os diferentes pontos de vista da sua estrutura e demonstrar as técnicas que envolvem o triângulo de Pascal.	Revisão bibliográfica em textos científicos para a assimilação entre os números binomiais às contribuições do binômio de Newton e a análise combinatória.	A relação de interação presente neste trabalho é a utilização do mesmo objeto em estudos de áreas diferentes.

Fonte: Silva (2025).

Entre os TCC apresentados no Quadro 1, é possível observar algumas correlações entre as três áreas estudadas, principalmente a álgebra no auxílio do pensamento geométrico e em alguns pontos a representação para a manipulação de objetos geométricos, a Figura 4 apresenta uma demonstraç**ão geométrica do Teorema de Pitágoras**.

Figura 4 - Representação geométrica do teorema de Pitágoras



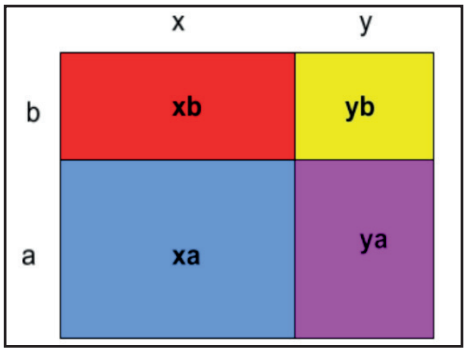
Fonte: Nunes, 2018

Além desta demonstração, o mesmo TCC apresenta várias outras, resolvidas algebricamente, assim mostrando a versatilidade e interconexão entre as áreas geometria e álgebra como uma relação entre grandezas. O trabalho denominado A Sequência de Fibonacci e o número de ouro e suas aplicações na arte e arquitetura, aprofundou em figuras geométricas pela proporção áurea, a produção mostra como a proporção áurea está presente no dia a dia e transforma um conceito algébrico, como exemplo, o número de ouro que pode ser trabalhado em padronizações geométricas.

Seguindo a mesma linha, o trabalho intitulado O conceito científico de fatoração de expressões algébricas no 9.º ano do ensino fundamental: possibilidades de apropriação pela Sequência Didática, enfatizou, principalmente na álgebra, mostrando como ela pode se relacionar com outras áreas. O detalhamento de ideias de como compreender o ensino de fatoração é feita de maneira que possa representar o conteúdo geometricamente, utilizando o pensamento geométrico para auxiliar o ensino algébrico.

A proposta de ensino de fatoração presente neste trabalho acontece através da utilização de áreas de retângulo, pois define uma expressão por uma multiplicação de fatores, assim, explicando a fatoração por agrupamento, ajudando na compreensão do pensamento algébrico. A Figura 5 expõe a fatoração por agrupamento utilizando retângulos.

Figura 5 - Retângulo para fatoração de agrupamento



Fonte: Sousa (2023).

Dois trabalhos utilizam jogos como tema, o primeiro analisar as contribuições do uso dos jogos, como recursos didáticos, para o ensino e a aprendizagem das equações polinomiais do segundo grau e o segundo denominado Uso de jogos lúdicos como ferramenta de apoio no ensino aprendizagem de fração, investigou o uso de jogos lúdicos como ferramenta de apoio no ensino-aprendizagem de matemática.

Alguns TCC apresentam perspectivas diferentes das já apresentadas, como por exemplo o TCC matemática e música: ensino de frações através do monocórdio de Pitágoras. Nesse

trabalho são apresentadas as notas musicais de forma dividida em proporções de uma corda, sendo a frequência das notas multiplicadas ou divididas por 2/3 gerando novas notas. Ocorrendo no trabalho a generalização de $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ para alcançar qualquer nota, assunto interessante para início no ensino de abstração algébrica.

A integração dos conhecimentos de geometria, aritmética e álgebra por meio da resolução de problemas.

Em virtude dos resultados referentes à integração dos conhecimentos de álgebra, aritmética e geometria na resolução de problemas, analisamos determinados problemas nas perspectivas dos autores abordados. Buscou-se compreender a importância do desenvolvimento dos pensamentos algébrico, aritmético e geométrico e sua contribuição para a construção do conhecimento matemático. A seguir, apresentamos exemplos que contemplam algumas das concepções presentes nas pesquisas analisadas.

No exemplo 1: Um terreno retangular tem 18 cm a menos de largura do que de comprimento. O perímetro do terreno é de 84 m. Qual é o comprimento do terreno? E a largura?

$$X + X + (X - 18) + (X - 18) = 84$$

$$4X - 36 = 84$$

$$4X - 36 + 36 = 84 + 36$$

$$4X = 120\ 4X / 4 = 120 / 4$$

$$X = 30$$

A questão analisada propõe uma situação envolvendo um terreno retangular, em que a largura é 18 metros, menor que o comprimento e o perímetro total é de 84 metros. Trata-se de um problema clássico de aplicação de equações do 1º grau, que também envolve o conhecimento geométrico sobre o cálculo do perímetro de figuras planas. Essa situação permite explorar a construção de expressões algébricas a partir de uma descrição verbal, exigindo do aluno a interpretação dos dados e a formulação de uma equação adequada.

Diante disso, observa-se que para executar esta tarefa, o aluno necessita mobilizar diversas relações, aplicando conhecimentos geométricos sobre conceitos de perímetros para obter uma equação, utilizando termos algébricos para escrever a expressão algébrica e estimular o pensamento algébrico do aluno, reduzir os termos semelhantes mobilizando conhecimentos aritméticos. Assim, como esse e demais problemas resolvidos, observa-se o quanto o estudante consegue se aprimorar nos estudos, fazendo uso das concepções das áreas para compreender a matemática. É importante que os conceitos de álgebra, aritmética e geometria sejam explorados em suas totalidades.

Na sequência, analisou-se outro problema na perspectiva da metodologia de resolução de problemas proposta por Polya (1995), considerando as etapas sugeridas pelo autor para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

O exemplo 2: Joana, Paulo e Roberto vão repartir 37 balas de modo que Paulo receba 5 balas a mais que Joana e Roberto receba 2 balas a mais que Joana. Quantas balas receberá cada um?

A primeira etapa consiste na compreensão do problema, momento em que o aluno deve identificar as informações presentes no enunciado e destacar os dados e características relevantes que orientarão a resolução. Ao realizar essa etapa, o aluno deve compreender que o problema envolve três pessoas (Joana, Paulo e Roberto) e um total de 37 balas a ser dividido entre elas. A condição apresentada no enunciado informa que Paulo recebe 5 balas a mais que Joana, e Roberto, 2 balas a mais que Joana. Além disso, é essencial que o estudante identifique a pergunta central da questão: quantas balas cada um receberá?

A segunda etapa corresponde à elaboração de um plano de resolução. Nessa fase, o aluno define como irá abordar o problema, que estratégias utilizará e, ainda, pode estabelecer conexões com problemas semelhantes já estudados anteriormente. É também o momento de observar padrões, propriedades ou relações que possam facilitar a resolução.

No caso da questão analisada, é possível construir um modelo algébrico, atribuindo uma incógnita à quantidade de balas recebida por Joana, representada por x. Com isso, Paulo receberá x+5 balas, e Roberto, x+2. O plano, portanto, consiste em somar essas expressões e igualar ao total de balas: $x + (x + 5) + (x + 2) = 37$.

Em seguida, tem-se a terceira etapa, que consiste na execução do plano elaborado. Nessa fase, o aluno realiza os cálculos e procedimentos necessários com base na estratégia definida anteriormente. A precisão nas operações, a organização do raciocínio e a justificativa dos passos adotados são fundamentais para garantir a coerência da resolução e o alcance da resposta.

Executando o plano traçado:

$$x + (x + 5) + (x + 2) = 37$$

$$x + x + 5 + x + 2 = 37$$

$$3x + 7 = 37$$

$$3x + + 7 - 7 = 37$$

$$3x / 3 = 37 / 3$$

$$x = 10$$

Portanto chegaremos na seguinte resposta:

Joana recebe: 10 balas

Paulo recebe: $10 + 5 = 15$ balas

Roberto recebe: $10 + 2 = 12$ balas

A última etapa refere-se à verificação da solução, momento em que o aluno retorna ao enunciado do problema para avaliar se a resposta encontrada realmente satisfaz todas as condições estabelecidas. Ao reconsiderar e reexaminar o resultado, bem como o caminho percorrido até ele, o aluno consolida o conhecimento construído e aprimora sua capacidade de resolver problemas.

Com isso, veremos se a solução está correta. Somando os valores obtidos: $10 + 15 + 12 = 37$ balas. A verificação mostra que a distribuição está correta e atende às condições estabelecidas no enunciado.

As análises realizadas evidenciam como a metodologia da resolução de problemas, a partir das etapas propostas por Polya (1995), abordadas no exemplo, pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico e a articulação entre diferentes áreas da matemática, como aritmética e geometria. Dessa forma, vale ressaltar a importância de se promover, em sala de aula, um ensino que vá além da memorização de fórmulas, e que valorize o raciocínio, a criatividade e a construção de significados matemáticos.

Foram realizados estudos de questões e, posteriormente, a aplicação prática com alunos do sexto período do curso de Licenciatura em Matemática. Os participantes foram convidados a resolver algumas questões selecionadas, elaboradas com base nos objetivos da pesquisa. Como observado na figura a seguir:

Figura 6 – Aplicação das questões para alunos de Licenciatura em Matemática.



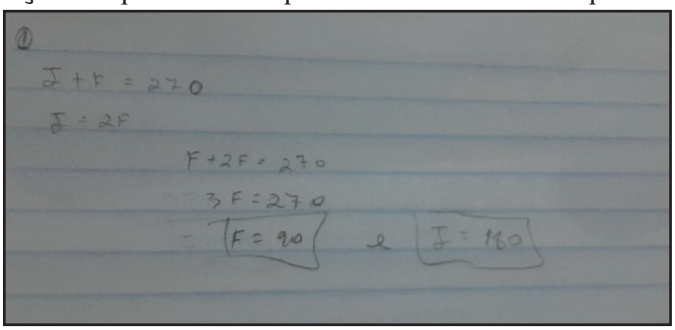
Fonte: Sousa (2025)

Na sequência, será apresentada a análise de uma das questões propostas aos licenciandos, considerando os tipos de estratégias utilizadas.

Na questão: os irmãos Jorge e Felipe ganharam de um tio R$270,00 no total. Se Jorge recebeu o dobro do valor recebido pelo irmão, quantas reais cada um recebeu?

Na resolução, alguns alunos utilizaram letras para representar o valor de cada um dos irmãos, montaram corretamente a equação e chegaram à resposta por meio de operações algébricas simples. Esses alunos demonstraram familiaridade com a linguagem simbólica e a capacidade de traduzir um problema verbal em uma equação, conforme discutido por Usiskin (1995) ao tratar da álgebra como generalização da aritmética. Diante disso, a Figura 7, apresenta uma das resoluções abordadas por um aluno, que utilizou uma linguagem informal e estratégias algébricas para chegar à resposta.

Figura 7 - Resolução da questão feita por um aluno do sexto período de Matemática



Fonte: Sousa (2025)

Podemos perceber que o aluno inicia a resolução do problema mobilizando, para nós, uma característica central do pensamento algébrico que é a capacidade de estabelecer relações, uma vez que este aluno, na 1ª etapa da resolução do problema, estabelece as relações existentes entre a quantidade dos irmãos e o valor total. Em seguida, montou a equação e encontrou os valores solicitados da questão.

Em uma das questões aplicadas, que envolvia conceitos de geometria e álgebra, uma das participantes (aluna X) relatou não ter conseguido resolver a atividade devido à sua

dificuldade com conteúdos geométricos, afirmando não possuir uma base sólida nessa área. A aluna destacou, em especial, sua dificuldade em compreender problemas que envolvem cálculo da área. Esse relato evidencia a importância da geometria para a compreensão global de problemas matemáticos e reforça a necessidade de um ensino que integre os diferentes campos do conhecimento matemático, promovendo uma visão mais articulada e significativa.

Outro ponto relevante sobre a análise das questões é que alguns alunos apresentaram resoluções bastante superficiais, limitando-se a registrar apenas as respostas finais, sem explicitar os procedimentos ou raciocínios utilizados para alcançá-las. Essa prática dificulta a avaliação do nível de compreensão conceitual e impede a identificação de possíveis equívocos ou lacunas no pensamento matemático. Segundo Lima (2020) a metodologia da Resolução de Problemas se constitui em um caminho para ensinar os conteúdos matemáticos.

CONCLUSÃO

O presente estudo buscou compreender a importância da integração entre álgebra, aritmética e geometria no desenvolvimento do pensamento matemático, enfatizando a transição da aritmética à álgebra mediada pela geometria, analisando livros didáticos, TCC do curso de Matemática Licenciatura e a compreensão dos licenciandos na resolução de problemas que envolviam as três áreas. O livro de Silveira introduz de maneira bastante coesa a transição da aritmética para a álgebra e a conexão desses conhecimentos na transição aritmética à álgebra, enquanto o livro de Dante apresenta uma organização mais estruturada e alinhada ao desenvolvimento progressivo das habilidades matemáticas, favorecendo a construção de conexões conceituais ao longo da obra.

A análise dos TCC mostrou que a álgebra não aparece de forma isolada, mas conectada às demais áreas da matemática, principalmente em demonstrações geométricas, resolução de problemas e atividades didáticas, levando à reflexão e produção de ideias com o intuito de melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Uma vez que muitos acadêmicos encontram dificuldades para relacionar conceitos de áreas distintas, especialmente os que não dominam os conhecimentos básicos de cada uma delas.

AGRADECIMENTOS

O trabalho analisou a transição da aritmética para a álgebra mediada pela geometria, em três aspectos. No livro didático Desafios da Matemática, de Silveira, enfatiza-se a resolução de problemas como forma de promover a articulação entre os conteúdos, enquanto Teláris Essencial Matemática, livro de Dante, apresenta uma organização mais estruturada e alinhada ao desenvolvimento progressivo das habilidades matemáticas, favorecendo a construção de conexões conceituais ao longo da obra. A análise dos TCC mostrou que a álgebra não aparece de forma isolada, mas conectada às demais áreas da matemática, principalmente em demonstrações geométricas, resolução de problemas e atividades didáticas.

O terceiro e último aspecto investigado foi a compreensão dos acadêmicos a partir da resolução de questões que envolviam álgebra, geometria e aritmética. Muitos estudantes encontram dificuldades para relacionar conceitos de áreas distintas, especialmente quando não dominam os conhecimentos básicos de cada uma delas. Em alguns problemas, o excesso de conexões entre as áreas tornou a resolução mais complexa, exigindo um nível maior de abstração e planejamento por parte do solucionador.

Por fim, sugere-se que pesquisas futuras ampliem as investigações para diferentes níveis de ensino e outras coleções didáticas, além de estudos práticos sobre metodologias que fortaleçam a integração entre álgebra, aritmética e geometria, contribuindo para uma aprendizagem matemática mais significativa e acessível aos estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental Anos Finais: Matemática. Brasília: MEC, 2017.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Márcia. **A história da álgebra e o pensamento algébrico**: correlações com o ensino. Estudos Avançados, 32(94), 171–187. 2018. https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris Matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2022. (6º e 7º ano ensino fundamental).

LIMA, Simone Marques. A perspectiva metodológica da resolução de problemas. In: **Práticas pedagógicas de professores no ensino de matemática do ensino fundamental e a resolução de problemas** [online]. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2020, pp. 53-104. ISBN: 978-65-5954-011-2. https://doi.org/10.36311/2020.978-65-5954-011-2.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SILVEIRA, Ênio. Desafios da Matemática com Ênio Silveira. São Paulo: Moderna, 2022. (6º e 7º ano ensino fundamental).

VLASSIS, Joëlle; DEMONTY, Isabelle. **A Álgebra ensinada por situações-problema**. Universidade de Liège. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.