CONCRETO ARMADO NA PRÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

GOVERNO DO ESTADO DO MARANHÃO

Jackson Kleper Lago

Governador

SECRETARIA DE ESTADO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, ENSINO SUPERIOR E DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO

Othon de Carvalho Bastos

Secretário

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

José Augusto Silva Oliveira

Reitor

Gustavo Pereira da Costa

Vice-Reitor

Walter Canales Sant'Ana

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

José Bello Salgado Neto

Pró-Reitor de Administração

José Gomes Pereira

Pró-Reitor de Planejamento

Grete Soares Pflueger

Pró-Reitora de Extensão e Assuntos Estudantis

Porfírio de Candanedo Guerra

Pró-Reitor de Graduação

Ronaldo Sérgio de Araújo Coêlho

CONCRETO ARMADO NA PRÁTICA

São Luís

EDITORA UEMA
Cogito, Ergo Sum

2008

© Copyrigth 2008 by RONALDO SÉRGIO DE ARAÚJO COÊLHO
Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde que citada a fonte.
Todos os direitos desta edição reservados à EDITORA UEMA.

CONCRETO ARMADO NA PRÁTICA

DIVISÃO DE EDITORAÇÃO
Iran de Jesus Rodrigues dos Passos

EDITOR RESPONSÁVEL
Iran de Jesus Rodrigues dos Passos

CONSELHO EDITORIAL
Walter Canales Sant'Ana Presidente
Rita de Maria Seabra Nogueira de Candanedo Guerra PPG – UEMA
Iran de Jesus Rodrigues dos Passos Editora UEMA
Ana Lúcia Abreu Silva CCA – UEMA
Francisco José Araújo CCSA – UEMA
Ana Lívia Bonfim Vieira CECEN – UEMA
Núbia Célia Bergê CESSIN – UEMA
Ludgard Santos Ricci CCSA – UEMA
Diana Barreto Costa CESI – UEMA
Deusimar Serra Araújo CESTI - UEMA

REVISÃO DE REDAÇÃO
Fabíola de Jesus Soares Santana

ASSESSOR TÉCNICO
Flávio Ribeiro Medeiros

DIAGRAMAÇÃO/PROJETO GRÁFICO: Rom Freire *(Estação)*

IMPRESSÃO: Estação Gráfica Ltda. (98) 3236-9177

C 672 c Ronaldo Sérgio de Araújo Coêlho

Concreto armado na prática./Ronaldo Sérgio de Araújo Coêlho./São Luís: UEMA Ed., 2008.

340 p.

Inclui bibliografia

ISBN: 85-86036-10-2

1. Projeto. 2. Estrutura. 3. Concreto simples. 4. Concreto armado. I. Título.

CDU: 624.012.45

EDITORA UEMA
Cidade Universitária Paulo VI - CP 09 - Tiririca - 65055-970 - São Luís - MA
www.uema.br - ppguema@yahoo.com.br

APRESENTAÇÃO

Em momento algum, ao escrever este trabalho, pensou-se na intenção de apresentar algo que inovasse as teorias e metodologias aplicadas no dimensionamento das peças componentes de uma estrutura de concreto armado.

Assim, de maneira bem simples e despretensiosa, tem-se a oportunidade de colaborar com todos aqueles, indistintamente, projetando e/ou executando obras estruturais de concreto armado.

Entende-se ser, pois, indispensável ao estudante, ao profissional, e, porque não também, ao professor que tenha interesse de consultar e conhecer a didática aqui exposta em linguagem bastante acessível em um roteiro prático para facilitar a todos em quaisquer consultas. Mostra-se, ainda, uma gama de exercícios resolvidos, a fim de que haja familiarização cada vez maior com os casos encontrados mais freqüentemente nos projetos de cálculo e detalhamento de uma estrutura.

É, porém, sabido que existirão falhas e omissões, até porque não existem trabalhos completos, mas haverá compreensão por parte dos que assim o manusear. Face a isso, espera-se sempre receber, a título de colaboração, críticas e sugestões que possam contribuir para a melhoria deste trabalho.

Finalmente, cabe aqui expressar gratidão a todos aqueles que incentivaram para que a conclusão deste manual fosse realizada, no propósito único de ajudar a todos que trabalham neste tão nobre campo da engenharia civil.

O Autor

Aos universitários
e profissionais
deste querido país.

SUMÁRIO

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO 11
1.1 – Aglomerantes e agregados 11
1.1.1 – Cimento portland 11
1.2 – Agregados 13
1.2.1 – Areia 13
1.2.2 – Britas e pedregulhos 14
1.2.3 – Água 14
1.2.4 – Aditivos 15
1.3 – Concreto 16
1.4 – Concreto armado 17
1.5 – Propriedades
1.5.1 – Trabalhabilidade 21
1.5.2 – Durabilidade 21
1.5.3 – Resistência mecânica 21
1.5.4 – Agressividade do ambiente 21
1.6 – Mistura 22
1.7 – Materiais 22
1.8 – Concretagem 26
1.8.1 – Transporte 26
1.8.2 – Lançamento 26

Capítulo 2 – VALORES DAS CARGAS 27

Capítulo 3 – LAJES 33
3.1 – Vão teórico 36
3.2 – Espessura das lajes 36
3.3 – Flechas nas lajes 42
3.4 – Carregamento das lajes 46
3.4.1 – Peso próprio 46
3.4.2 – Revestimento 46
3.4.3 – Paredes 47
3.4.4 – Enchimento 48
3.4.5 – Cargas acidentais 49
3.6 – Momentos fletores-regime rígido plástico 65
3.7 – Quinhões de carga 66
3.8 – Reações de apoio das lajes 89
3.9 – Armaduras das lajes 117

Capítulo 4 - VIGAS 155
4.1 – Carregamentos das vigas 156
4.2 – Dimensionamento 158
4.3 – Hipóteses básicas 159
4.4 – Armadura 165
4.5 – Dimensionamento à flexão simples 166
4.6 – Dimensionamento ao cisalhamento 179
4.7 – Comprimento de ancoragem básico 183
4.8 – Ancoragem 184
4.8.1 – Distribuição transversal 184

4.8.2 – Distribuição longitudinal 185
4.8.2.1 – Armaduras de tração na flexão simples, ancoradas por aderência. 185
4.8.2.2 – Caso de barras alojadas nas mesas 186
4.8.3 – Armadura de tração nas seções de apoio 186
4.8.4 – Ancoragem da armadura de tração no apoio 186
4.8.5 – Armadura transversal para força cortante 187
4.8.5.1 - Elementos estruturais armados com estribos 187
4.10 – Detalhamento 187

Capítulo 5 – PILARES 191
5.1 – Disposições construtivas 193
5.2 – Armadura 194
5.3 – Espaçamento 195
5.4 – Cobrimento 195
5.5 – Pré–dimensionamento 197
5.6 – Dimensionamento 198
5.7 – Análise de elementos isolados 218
5.7.1 – Dispensa da análise dos efeitos locais de 2ª ordem 218
5.7.2 – Determinação dos efeitos locais de 2ª ordem 220
5.7.2.1 – Barras submetidas a flexo-compressão normal 220
5.7.2.2 – Método geral 220
5.7.2.3 – Métodos aproximados 220
5.7.4 – Consideração da fluência 221
5.8 – Análise de pilares-parede 222
5.9 – Processos aproximados para o dimensionamento à flexão composta 224

Capítulo 6 – MARQUISES 225

Capítulo 7 – ESCADAS 233
7.1 – Dimensionamento 233
7.2 – Escadas armadas transversalmente 236
7.3 – Escadas armadas longitudinalmente 245
7.4 – Escadas armadas em cruz 252
7.5 – Escadas especiais 258

Capítulo 8 – RESERVATÓRIOS 267

Capítulo 9 – FUNDAÇÕES 291
9.1 – Generalidades 291
9.2 – Fundações 292

Capítulo 10 – CONTROLE DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO 329
10.1 – Tipos de controle da resistência do concreto 329
10.2 – Controle estatístico de concreto, por amostragem parcial 329
10.3 – Controle de concreto por amostragem total (100%) 330
10.4 – Ensaios de resistência à compressão 330
10.4.1 – Formação dos lotes 330
10.4.2 – Amostragem 331
10.5 – Dosagem – Empírica 331
10.5.1 – Concreto com desvio - padrão conhecido 331
10.5.2 – Concreto com desvio - padrão desconhecido 332
10.5.3 – Amostragem 332
10.6 – Aceitação da estrutura 333
10.7 – Resistência de cálculo 334

REFERÊNCIAS 337

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Como material de construção, o concreto é utilizado há cerca de um século, mas sem nenhum progresso notável no campo da engenharia, senão a de substituir as alvenarias. Contudo, é importante dizer que o seu emprego efetivo no campo de projetos e aplicações do concreto armado em obras data de um período de aproximadamente meio século.

Sabe-se que o concreto resiste muito bem aos esforços de compressão e muito mal aos de tração. Daí, portanto, a partir desse princípio, houve necessidade de estudos no sentido de que os esforços de tração fossem combatidos, logicamente, com a utilização de outro material - o aço.

Face a isso, então, nasceu o "concreto armado" que tem como princípio fundamental atribuir ao concreto a responsabilidade pelos esforços de compressão e ao aço os de tração.

A primeira aplicação feita de concreto armado foi realizada por Joseph Louis Lambot, mas, além deste, outros historiadores lembram ainda alguns iniciantes do uso do concreto armado como, por exemplo, Hyatt.

O uso do concreto armado, nos dias atuais, é imprescindível a qualquer tipo de obra, pois, desde a mais simples residência ao mais luxuoso prédio, sem dúvida alguma, esse componente é o maior responsável pela estrutura auto-portante, pois muitas são as vantagens: economia de construção, preservação e rapidez de construção, principalmente, com o advento das fôrmas prontas, hoje, em uso constante nos canteiros de obras.

1.1 - Aglomerantes e agregados

1.1.1 - Cimento portland

É um composto químico seco, finamente moído, que, se misturado com água, reage lentamente, gerando um novo composto, desta vez, sólido. Tecnicamente, pode-se interpretar cimento como um pó fino, com propriedades aglomerantes, aglutinantes ou ligantes, que endurece sob a ação de água.

O cimento portland recebeu este nome por apresentar cor e propriedades de durabilidade e solidez semelhantes às das rochas da ilha britânica de Portland. Patenteado pelo inglês Joseph Aspdim, esse tipo de cimento, atualmente, é o mais usado nas construções, ocupando, assim, na engenharia civil - subsetor - edificações, lugar de um dos mais importantes materiais de construção. Nota-se que em função de sua versatilidade de emprego, a aplicação desse material, a cada dia, vem aumentando nos serviços de engenharia. No Brasil, a primeira fábrica iniciou sua produção em 1926.

A utilização do cimento portland em construções é muito abrangente, pois sua presença é de grande importância desde a mais simples união de tijolos ou blocos, assentamento de placas cerâmicas em paredes, pisos cerâmicos, azulejos etc, aos mais sofisticados usos como: habitações pré-fabricadas, pavimentações, dentre outras.

O cimento portland é um produto químico composto, em maior porcentual, de silicatos e aluminatos de cálcio. Apresenta-se como um pó acinzentado e muito fino.

Os produtos minerais essenciais à fabricação desse tipo de cimento são: calcário, argila e gipso, sob a denominação de gesso. O calcário é o carbonato de cálcio que se apresenta na natureza e quando sob a ação do calor dá origem ao óxido de cálcio (CaO) e CO_2, sendo que este último é perdido, isto é, saindo pelas chaminés das fábricas de cimento.

A argila, igualmente encontrada na natureza, contém os óxidos, silicatos, alumina e óxido de ferro, necessários à fabricação do cimento. Normalmente, apresenta-se em condições de ser misturada com o calcário para o preparo da mistura crua.

O gipso nada mais é que o sulfato de cálcio hidratado, sendo, ainda, um produto utilizado com o propósito de regular o tempo de pega no final do processo de fabricação do cimento portland.

O cimento portland pode ser fabricado por via seca ou via úmida, sendo feitas as seguintes operações para a fabricação do cimento portland:

- preparo e dosagem da mistura crua;
- homogeneização;
- clinquerização;
- esfriamento;
- adições finais e moagem; e
- ensacamento.

Quadro 1 - Tipos de Cimento Portland produzidos no Brasil.

Descrição	Sigla-tipo classe	Norma da ABNT	Tipo de adição
COMUM	CPI-S-32 CPI-S-40	NBR 5732	Escória, pozolana ou fíler (até 5 %)
COMPOSTO	CPII-E-32 CPII-E-40	NBR 11578	Escória (6 % - 34 %)
	CPII-Z-32	NBR 11578	Pozolana (6 % - 14 %)
	CPII-F-32 CPII-F-40	NBR 11578	Fíler (6 % - 10 %)
ALTO FORNO	CPIII-32 CPIII-40	NBR 5735	Escória (35 % - 70 %)
POZOLÂNICO	CPIV-32	NBR 5736	Pozolana (15 % - 50 %)
ALTA RESISTÊNCIA INICIAL	CPV-ARI	NBR 5733	Material carbonático (até 5 %)
RESISTENTES SULFATOS	São designados pela sigla original acrescida de (RS)	NBR 5737	
BAIXO CALOR DE HIDRATAÇÃO	São designados pela sigla original acrescida de (BC)	NBR 13116	
BRANCO	CPB-32	NBR 12989	Estrutural
	CPB		Não estrutural

Fonte: IBRACON, 2000.

Assim, a primeira operação consiste na extração da matéria prima das jazidas. Após a moagem, o calcário e a argila são misturados e, após serem transformados em um pó muito fino, são levados para o cozimento em forno a temperaturas bem elevadas, donde, então, se processam várias reações químicas. O produto resultante desse tratamento é denominado de "clinquer" que sai do forno e passa para o equipamento esfriador que, como o próprio nome diz, é para baixar a temperatura com maior rapidez. O clinquer portland, evidentemente, após receber certa dosagem de gesso, é então conduzido a uma nova moagem, sendo esta a final. O cimento portland resultante da moagem do clinquer com gesso é conduzido para os silos, a fim de obter-se, finalmente, a última operação que nada mais é do que a de ensacamento para o fornecimento ou quando não, ser fornecido a granel.

Convém, no entanto, salientar ainda que o cimento portland deve ser armazenado em local suficientemente protegido da ação das intempéries, da umidade do solo e, conseqüentemente, de outros agentes nocivos à sua qualidade.

Os sacos de cimento devem possuir identificação rápida dos itens localizados na embalagem, caracterizando de forma bem clara sua constituição, sigla, tipo e classe.

Cada cimento deve ser armazenado separadamente, em consonância com marca, tipo e classe, fornecido em sacos que devem ser guardados em pilhas, em local fechado, protegido da ação de chuva, névoa ou condensação.

Cada lote recebido, em uma mesma data, deve ser armazenado em pilhas separadas e devidamente individualizado.

As pilhas devem estar separadas por corredores que permitam o acesso e, os sacos devem ficar apoiados sobre estrados de madeira, para evitar o contato direto com o piso.

Os sacos devem ser empilhados em altura de no máximo 15 unidades, quando ficarem retidos por período inferior a 15 dias, ou, em altura de no máximo de 10 unidades, quando permanecerem por período mais longos. O prazo de validade é fator preponderante, numa operação de concretagem, e, portanto, devem ser expressa constantemente através de relatórios.

O cimento fornecido a granel deve ser estocado em silo estanque, provido de respiradouro com filtro para reter poeira, tubulação de carga e descarga, e janela de inspeção.

1.2 - Agregados

Os agregados devem ser armazenados separadamente em baias em função da sua graduação granulométrica, de conformidade com as classificações indicadas na ABNT NBR 7211:2005 - agregado para concreto – especificação. Diante disso, não deve haver contato físico direto entre as diferentes graduações. Cada fração granulométrica deve ficar sobre uma base que permita escoar a água livre de modo a eliminá-la.

1.2.1 - Areia

As areias são minerais encontrados na natureza, resultantes da desagregação das rochas. Podem ser obtidas de várias maneiras como, por exemplo: dos rios, das minas etc. São classificadas, conforme sua glanulometria, em: grossas, médias e finas.

Cuidados especiais devem ser observados, no que diz respeito a lavagem de areia, pois esta prática faz com que os grãos mais finos desapareçam, afetando com isto, a compacidade e resistência dos concretos.

As areias finas têm seu uso limitado, pois, além de não serem aderentes, exigem água em volume superior ao normal.

As areias médias e as grossas, ao contrário das finas, aceleram o endurecimento proporcionando, assim, o aumento da resistência dos concretos. No entanto, com respeito ao uso de areias para concreto, são sem sombra de dúvidas sempre especificadas as grossas.

Para qualquer uso que se faça necessário da areia, é conveniente levar-se em conta a umidade, a fim de que possa ser impedida a prática da dosagem inadequada, pois há necessidade de que seja levado em consideração que esteja completamente seca.

1.2.2 - Britas e pedregulhos

A brita e o pedregulho caracterizam-se pelo agregado graúdo que entra na composição dos concretos.

O agregado, denominado de brita, é proveniente de rochas duras, após a operação de trituração das rochas que poderá ser feita por mãos do homem ou por intermédio de britadores. Evidentemente, fica caracterizada a diferença entre os dois meios de operação, pois somente é utilizado o processo manual quando o volume é pequeno ou quando na realidade não existe outro meio. Porém, no que diz respeito ao uso dos britadores mecânicos, requer um investimento de envergadura para sua implantação, haja vista ser um processo mais sofisticado.

Quanto ao agregado denominado de pedregulho, este é proveniente dos leitos dos rios ou córregos.

1.2.3 - Água

A água é o mais importante líquido do mundo. Por tal razão, sua aplicação nos canteiros de obras é indispensável, haja vista sua aplicabilidade quase a todo instante, qualquer que seja a etapa prevista no cronograma físico. Por exemplo: como componentes nos concretos e argamassas ou no resfriamento e cura do concreto, assim como nos trabalhos de limpeza, como ferramenta.

Oportuno ainda é ser frisado o papel que assume os gerenciadores dos canteiros de obras, a fim de que tenha a suficiente preocupação quanto a utilização da água, qualquer que seja o serviço a ser executado.

A água destinada ao amassamento do concreto deve ser guardada em caixas estanque e tampada de modo que, com tal providência, possa ser evitada a contaminação por substâncias estranhas.

A norma prescreve que a água destinada ao amassamento do concreto deverá ser isenta de teores prejudiciais de substâncias estranhas. Presumem-se satisfatórias as águas potáveis e as que tenham pH entre 5,8 e 8,0 e respeitem os seguintes limites máximos; limites estes que incluem as substâncias trazidas ao concreto pelo agregado.

- matéria orgânica (expressa em oxigênio consumido)	3 mg/l
- resíduos sólidos	5.000 mg/l
- sulfatos (expresso em íons SO_4^{--})	300 mg/l
- cloretos (expresso em íons Cl^-)	500 mg/l
- açúcar	5 mg/l

Contudo, em casos especiais, a critério do responsável pela obra, deverão ser consideradas outras substâncias prejudiciais.

São mais convenientes o uso das águas de fontes, rios e as de chuva, bem como as de poços desde que isentas de sais.

Entretanto, caso prevaleça porventura dúvidas, quanto ao uso da água onde será executada a obra, é conveniente que sejam feitos ensaios comparativos, ou seja, em igualdade de condições, tomando-se uma amostra da água suspeita e outra que seja satisfatória. Em outras palavras, a água deve ser potável e limpa, eliminando-se a todo custo as águas que contém impurezas.

1.2.4 - Aditivos

Os aditivos são produtos químicos adicionados à mistura de concreto. Devem ser armazenados, até o instante do seu uso, nas embalagens originais ou em local que atenda as especificações do fabricante. Não é permitido o uso de aditivos contendo cloreto na sua composição em estruturas de concreto armado.

Sabe-se historicamente que os romanos, muito antes da existência do concreto de cimento Portland, usavam clara de ovo, sangue de animal e outros ingredientes como aditivos. Em nosso país, no entanto, utilizava-se também essa prática principalmente com a banha de baleia. Entretanto, os aditivos utilizados no Brasil começaram a sua evolução a partir do início do século XX.

Quadro 2 - Aditivos para concreto.

Tipos	Uso e vantagens
Plastificante	Reduz mais de 6 % de água Mantém a resistência e eleva a trabalhabilidade Mantém a trabalhabilidade e eleva a resistência
Retardadores	> Tempo para aplicação < Perda de consistência < Calor de hidratação
Acelerador	Concreto projetado/ reparos Baixas temperaturas < Tempo de desforma
Plastificante e Retardador	Efeito combinado
Plastificante e Acelerador	Efeito combinado
Incorporador de ar	> Durabilidade < Teor de água < Permeabilidade Concretos pobres
Superplastificantes	Reduz mais de 12 % da água Concretos auto-adensáveis

Fonte: ABESC, 2000.

O plastificante é usado para melhorar a trabalhabilidade e, dependendo do consumo, existe com o uso do plastificante uma redução da relação água/cimento, causando também, em alguns casos o aumento da resistência.

Principais tipos de concretos dosados em central de uso corrente na construção de obras.

1. Convencional

(10 MPa a 30 MPa) – Uso corrente na construção civil.

2. Leve Estrutural

(10 MPa a 20MPa) - Peças estruturais, enchimento de pisos e lajes, painéis pré – fabricados.

3. Leve

(600 kg/m^3 a 1.200 kg/m^3) - Elementos de vedação (paredes, painéis, divisórias), rebaixos de lajes, isolante termo – acústico, nivelamento de pisos etc.

4. Bombeável – De uso corrente em qualquer obra. Obras de difícil acesso. Necessidade de vencer alturas elevadas ou longas distâncias.

5. Graute –Agregados de diâmetro máximo de 4,8 mm.

1.3 Concreto

O concreto é, sem duvida alguma, um dos materiais de construção mais utilizados em todo o mundo. É um material resultante da mistura íntima de um aglomerante (cimento), agregados ou material inerte, podendo ser fino (areia ou pó de pedra) e graúdo (pedra britada ou pedregulho) e água.

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, concretos de massa específica normal são aqueles que, depois de secos em estufa, têm massa específica compreendida entre 20 kN/m^3 e 28 kN/m^3. Se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto simples o valor 24 kN/m^3 e para o concreto armado 25 kN/m^3. Quando se conhecer a massa específica do concreto utilizado, pode-se considerar para valor da massa específica do concreto armado aquela do concreto simples acrescida de 1 kN/m^3 a 1,5 kN/m^3.

A mistura íntima desses elementos fornece:

Pasta	= = = = = =>	cimento + água
Argamassa	= = = = = =>	pasta + agregado fino
Concreto	= = = = = =>	argamassa + agregado graúdo

Concreto Armado = = = = = => concreto + material de boa resistência à tração

Por outro lado, na busca constante da qualidade e produtividade, a necessidade de redução de custos e a racionalização dos canteiros de obras fazem com que o concreto dosado em central seja cada vez mais utilizado.

Entre as vantagens de se aplicar o concreto dosado em central, podem ser destacadas:

• a eliminação das pedras de areia, brita e cimento;

• a racionalização do número de operários da obra, com conseqüente diminuição dos encargos sociais e trabalhistas;

• a maior agilidade e produtividade da equipe de trabalho;

• a garantia da qualidade de concreto, graças ao rígido controle adotado pelas centrais dosadoras;

• a redução no controle de suprimentos, materiais e equipamentos, bem com a eliminação das áreas de estoque, com melhor aproveitamento do canteiro de obras;

• a redução de custo total da obra.

Segundo a Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem (ABESC), para efeito de um bom Plano de Concretagem, deve ser observado o roteiro que segue abaixo.

Quadro 3 -Plano de concretagem.

Fôrmas e escoramentos	Armaduras	Lançamento	Adensamento	Cura
Conferência Capacidade de suporte Estanqueidade Limpeza e desmoldante Superfície (Solo/ concreto)	Conferência (Bitola/ quantidades) Posicionamento Amarração Cobrimentos (Pastilhas etc,) Limpeza	Programação (Vol., Intervalos, acessos) Equipe Descontinuidades (Juntas, encontros) Tipo (Bomba, caçamba, convencional) Equipamentos (Jericas, guinchos etc). Plano (Posição, camada, altura etc).	Vibradores (Agulha, régua, placa) Escoramento Treinamento	Duração (Início/término) Processos (Úmida/Película/ Vapor)

Fonte: ABESC, 2000.

1.4 Concreto armado

Na associação do concreto com um material de boa resistência à tração como, por exemplo, o aço, obtém-se o concreto armado.

Contudo, não basta que sejam simplesmente usados em conjunto, tem que haver solidariedade entre ambos. E com isso, algumas propriedades foram verificadas, podendo-se citar a boa aderência entre o concreto e o aço, o mesmo ocorrendo com o coeficiente de dilatação térmica, pois o do concreto é bem aproximado ao do aço.

O módulo de elasticidade deve ser obtido segundo ensaio descrito na ABNT NBR 8522:2003, sendo considerado na ABNT NBR 6118:2003 o módulo de deformação tangente inicial cordal a 30 % f_c, ou outra tensão especificada em projeto. Quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 d, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a expressão:

$$E_{ci} = 5\,600 f_{ck}^{1/2}$$

onde:

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal.

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante (Ecs).

$$E_{cs} = 0{,}85E_{ci}$$

Para tensões de compressão menores que 0,5 f_c e tensões de tração menores que f_{ct}, o coeficiente de Poisson ν pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a 0,4 E_{cs}.

Os aços normalmente empregados no concreto armado são: aços comuns e aços especiais.

Os aços fabricados no Brasil são definidos nas seguintes categorias, isto é, levando-se em consideração o valor da resistência de escoamento do aço à tração: CA 25, CA 32, CA 40, CA 40, CA 50, CA 50 e CA 60.

Assim, por exemplo, caso se tenha a designação CA 50: CA indica "concreto armado" e o número caracteriza o limite de escoamento. Convém, no entanto, ainda ser dito que o limite de escoamento é dado em N/mm^2, por exemplo, ou em MPa.

Dentre essas categorias do aço foi eliminada a categoria CA 40, que não era especificada nos projetos estruturais e nem tampouco comercializada pelas usinas siderúrgicas, conservando-se, portanto somente as categorias CA 25, CA 50 e CA 60. Assim, nos projetos de concreto armado deve ser utilizados aço classificado pela ABNT NBR 7480:2008 com o valor característico da resistência de escoamento nas categorias CA 25, CA 50 e CA 60. Os diâmetros das seções transversais nominais devem ser os estabelecidos na ABNT NBR 7480:2008.

Na revisão da ABNT NBR 7480, que passou a vigorar a partir de 1º de abril de 1996, foi eliminado a separação em classes, e todo material em barras deve ser produzido obrigatoriamente por laminação à quente, e todo fio, por exemplo, por trefilação, estiramento ou laminação a frio.

Pode-se admitir que a massa específica do aço de armadura passiva é o correspondente a 7.850 kg/m^3. Para efeito de cálculo do peso linear, este será obtido multiplicando-se a área da seção nominal em m^2 pela massa específica. O valor $10^{-5}/^oC$ pode ser considerado para o coeficiente de dilatação térmica do aço, para intervalos de temperatura entre – 20 ^oC e 150 ^oC. Na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa.

Quadro 4 - Características mecânicas dos aços.

Ensaio de tração			
Categoria do aço	Resistência característica de escoamento(f_y) (MPa)	Limite de resistência (MPa)	Alongamento mínimo em 10 ∅ (%)
CA 25	250	1,20 x f_y	18
CA 50	500	1,10 x f_y	8
CA 60	600	1,05 x f_y	5

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

Quadro 5 –Características de alguns fios e barras.

Diâmetro nominal (mm)		Massa e tolerância por unidade de comprimento (kg/m)					Valores nominais	
Fios	Barras	Massa mínima (-10 %)	Massa mínima (-6 %)	Massa nominal (0 %)	Massa máxima (+6 %)	Massa máxima (+10 %)	Área da seção (mm^2)	Perí-metro (mm)
3,4			0,067	0,071	0,075		9,1	10,7
4,2			0,102	0,109	0,115		13,9	13,2
5,0	5,0	0,139	0,145	0,154	0,163	0,169	19,6	17,5
6,0			0,209	0,222	0,235		28,3	18,8
	6,3	0,220		0,245		0,269	31,2	19,8
7,0			0,284	0,302	0,320		38,5	22,0
8,0	8,0	0,355	0,371	0,395	0,418	0,434	50,3	25,1
9,5			0,523	0,558	0,589		70,9	29,8
10,0	10,0		0,580	0,617	0,654		78,5	31,4
	12,5		0,906	0,963	1,021		122,7	39,3
	16,0		1,484	1,578	1,673		201,1	50,3
	20,0		2,318	2,466	2,614		314,2	62,8
	22,0		2,805	2,984	3,163		380,1	69,1
	25,0		3,622	3,853	4,084		490,9	78,5
	32,0		5,935	6,313	6,692		804,2	100,5

Fonte: Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, 2003.

Os fios e barras podem ser lisos ou providos de saliências ou mossas. Para cada categoria de aço, o coeficiente de conformação superficial mínimo, η_b, determinado através de ensaios de acordo com a ABNT NBR 7477: 1982, deve atender ao indicado na ABNT NBR 7480: 2008. A conformação superficial é medida pelo coeficiente η_l, cujo valor está relacionado ao coeficiente de conformação superficial η_b, como estabelecido no Quadro 6.

Quadro 6 – Relação entre η_l e η_b.

Tipo de barra	Coeficiente de conformação superficial	
	η_b	η_l
Lisa (CA 25)	1,0	1,0
Entalhada (CA 60)	1,2	1,4
Alta aderência (CA 50)	≥ 1,5	2,25

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

Quadro 7 – Arames recozidos.

BWG Nº	Diâmetro nominal (mm)	Massa nominal (kg/m)
4	6,05	0,226
7	4,76	0,129
8	4,19	0,108
10	3,40	0,071
12	2,77	0,047
14	2,11	0,027
16	1,65	0,017
18	1,25	0,010

Fonte: GERDAU, 2003.

Não poderão ser utilizados na obra, aços de qualidades diferentes das especificadas no projeto, sem aprovação prévia do projetista. Quando previsto o emprego de aços de qualidades diversas, deverão ser tomadas as necessárias precauções para evitar a troca involuntária.

As barras de aço deverão ser convenientemente limpas de qualquer substância prejudicial à aderência, retirando-se as escamas eventualmente destacadas por oxidação.

A armadura deverá ser colocada no interior das formas de modo que, durante o lançamento do concreto, mantenha-se na posição indicada no projeto, conservando-se inalteradas as distâncias das barras entre si e às faces internas das formas.

Antes e durante o lançamento do concreto, as plataformas de serviço deverão estar dispostas de modo a não acarretarem deslocamentos das armaduras.

Quando o lançamento do concreto é do modo convencional, este transporta-se até as formas por meio de carrinhos-de-mão, ou outros equipamentos, apresentando, no entanto, um rendimento muito baixo, ou seja, na ordem de 4 a 6 metros cúbicos por hora.

No concreto, quando bombeável, são utilizadas bombas para concreto. Estas, por sua vez, transportam o concreto mediante uma tubulação metálica desde o caminhão-betoneira até a peça onde então irá ser concretada. Podem vencer grandes alturas ou grandes distâncias horizontais, daí sua grande vantagem. Quando bombeável, o concreto apresenta dentre outras vantagens as seguintes:

- maior produtividade: Bombeável (40 m^3/h)
  Convencional (5m^3/h)
- redução da mão-de-obra
- redução de equipamentos (gruas, jiricas, elevadores etc.).
- facilita o adensamento (Slump > 80mm)
- redução na quantidade de juntas. Concretagens contínuas e mais homogêneas
- melhor relação custo – benefício

1.5 Propriedades

1.5.1 Trabalhabilidade

A trabalhabilidade do concreto deverá ser compatível com as dimensões da peça a concretar, com a distribuição das armaduras e com os processos de lançamento e andensamento a serem usados.

1.5.2 Durabilidade

Quando o concreto for usado em ambiente reconhecidamente agressivo, deverão ser tomados cuidados especiais em relação à escolha dos materiais constituintes, respeitando-se o mínimo consumo de cimento e o máximo valor da razão água/cimento compatíveis com a boa durabilidade do concreto.

1.5.3 Resistência mecânica

O concreto quer preparado no canteiro, quer pré-misturado, deverá apresentar uma resistência característica f_{ck} compatível com a adotada no projeto. O concreto pré-misturado deverá ser fornecido com base na resistência característica.

1.5.4 Agressividade do ambiente

De acordo com a ABNT NBR 6118: 2003, a agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado no Quadro 8 e pode ser avaliada, simplificadamente, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Quadro 8 – Classes de agressividade ambiental.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana[1), 2)]	Pequeno
III	Forte	Marinha[1)]	Grande
		Industrial[1), 2)]	
IV	Muito forte	Industrial[1), 3)]	Elevado
		Respingos de maré	

[1)] Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e área de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

[2)] Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

[3)] Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

A ABNT NBR 6118: 2003 adverte, ainda, que, o responsável pelo projeto estrutural, de posse de dados relativos ao ambiente em que será construída a estrutura, pode considerar classificação mais agressiva que a estabelecida no Quadro 8.

Ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e nível de agressividade previsto em projeto devem estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. Na falta destes e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação água/cimento, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se adotar os requisitos mínimos expressos não Quadro 9.

Quadro 9 – Correspondência entre calasse de agressividade e qualidade do concreto.

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/ cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
Classe de concreto	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

1.6 - Mistura

Os componentes do concreto devem ser misturados até a formalização de uma massa homogênea. Entretanto, segundo, ainda, a ABNT NBR 12655: 2006, essa operação pode ser executada na obra, na central de concreto ou em caminhão – betoneira.

Sendo executado em betoneira estacionária, o tempo mínimo de mistura é de 60 s, devendo este tempo ser aumentado em 15 s para cada metro cúbico de capacidade nominal da betoneira ou, ainda, conforme especificação do fabricante. O tempo mínimo de mistura somente pode ser diminuído mediante comprovação da uniformidade.

Após a descarga, não deve ficar retido na superfície das paredes e pás da betoneira um volume residual de concreto maior do que 5 % do volume nominal, entendendo-se que esse volume independe da consistência do concreto.

No entanto, sendo em caminhão – betoneira, deve ser obedecido o disposto na ABNT NBR 7212: 1984, execução de concreto dosado em central –especificação no que se refere ao equipamento de mistura.

1.7 - Materiais

Embora seja inquestionável a importância da economia, reconhece-se ser imprescindível seu dimensionamento, no tocante ao tipo e padrão de construção. Além do mais, alguns aspectos, obviamente, devem ser considerados, tendo em vista a eficiência e desempenho dos sistemas construtivos.

Não resta dúvida, portanto, que a construção civil depende essencialmente de materiais de boa qualidade e, por conseguinte, de mão-de-obra especializada para sua aplicação, uma vez ser ela de grande importância, a fim de que os resultados pretendidos possam ser alcançados.

A escolha correta dos materiais é fator preponderante para a boa qualidade de um empreendimento, mas, não é o mais importante, e, sim, seu aproveitamento no canteiro de obras.

Ademais, deve-se eliminar o estoque excessivo de materiais, objetivando com isso a diminuição de espaço para seu armazenamento e, por conseguinte, as perdas e as sujeiras na obra.

A racionalização, no emprego dos materiais, é decisiva no custo final do empreendimento e, por tal motivo, deve haver um controle tecnológico para as dosagens de concreto e argamassas, para ser estudado todo material e elaborar os traços corretamente.

No caso específico de um traço, cujo consumo mínimo seja 350 kg de cimento por metro cúbico, considera-se perdas de: 4 % para o cimento, 20 % para a areia e 5 % para a brita, ou seja:

Cimento.....350 kg x 1,04 = 364 kg

Areia.....0,65 m^3 x 1,20 = 0,78 m^3

Brita.....0,85 m^3 x 1,05 = 0,89 m^3

Porém, caso se tenha um traço em peso seco 1:2,711:1,713:1,713:0,60 e um coeficiente médio de inchamento 1,204, dimensionam-se as padiolas de agregados que serão utilizadas no canteiro da obra para virada de um saco de cimento (50 kg), admitindo-se os seguintes valores da análise dos materiais, a saber:

Cimento.....1,42 kg/dm^3

Areia.....1,54 kg/dm^3

Brita 1.....1,38 kg/dm^3

Brita 2.....1,39 kg/dm^3

O traço em volume seco será:

$$\mathbf{1:1{,}204 \times \frac{2{,}711}{1{,}54} \times 1{,}42 : \frac{1{,}713}{1{,}38} \times 1{,}42 : \frac{1{,}713}{1{,}39} \times 1{,}42}$$

e, por conseguinte, o traço em volume úmido:

$$\mathbf{1 : 3{,}010 : 1{,}763 : 1{,}750}$$

A altura para a padiola de agregado miúdo será considerando-se a base de 35 cm x 45 cm:

$$\frac{35{,}2 \times 3{,}010 \times 1.000}{35 \times 45} = 67{,}27 \text{ cm}$$

e, para a padiola de agregado graúdo, respectivamente, para a brita 1 e brita 2:

$$\frac{35{,}2 \text{ x } 1{,}763 \text{ x } 1.000}{35 \text{ x } 45} = 39{,}40 \text{ cm}$$

$$\frac{35{,}2 \text{ x } 1{,}750 \text{ x } 1.000}{35 \text{ x } 45} = 39{,}11 \text{ cm}$$

Não pode haver padiolas com altura superior a 35 cm. Alturas superiores a essa, encontrada no cálculo, terão que ser divididas por 35 cm para determinar o número de padiolas.

Para tanto, o cálculo do número de padiolas será:

Areia.....67,27/ 35 = 1,92 ≅ 2

Brita 1.....39,40/35 = 1,12 ≅ 2

Brita 2.....39,11/35 = 1,12 ≅ 2

E para as alturas das padiolas tem-se:

Areia.....67,27/2 = 33,64 cm

Brita 1.....39,40/2 = 19,70 cm

Brita 2.....39,11/2 = 19,56 cm

Assim, de acordo com o traço apresentado, haverá necessidade de:

Cimento – 1 saco ou 35,2 litros

Areia – 2 padiolas de 35 x 45 x 33,64 cm...105,97 litros

Brita 1 – 2 padiolas de 35 x 45 x 19,70 cm...62,05 litros

Brita 2 – 2 padiolas de 35 x 45 x 19,55 cm...61,58 litros

Contudo, na hipótese de se querer trabalhar com o traço em peso seco, verifica-se:

Areia:

$$\frac{50 \text{ x } 2{,}711 \text{ x } 1{,}204 \text{ x } 1.000}{35 \text{ x } 45 \text{ x } 1{,}54} = 67{,}29 \text{ cm}$$

e, conseqüentemente:

Brita 1:

$$\frac{50 \text{ x } 1{,}713 \text{ x } 1.000}{35 \text{ x } 45 \text{ x } 1{,}38} = 39{,}41 \text{ cm}$$

Brita 2:

$$\frac{50 \text{ x } 1{,}713 \text{ x } 1.000}{35 \text{ x } 45 \text{ x } 1{,}39} = 39{,}12 \text{ cm}$$

- Cálculo do número de padiolas

Areia.....67,29/35 = 1,92 ≅ 2

Brita 1 .....39,41/35 = 1,13 ≅ 2

Brita 2.....39,12/35 = 1,12 ≅ 2

- Cálculo das alturas das padiolas:

Areia.....67,29/2 = 33,64 cm

Brita 1.....39,41/2 = 19,70 cm

Brita 2.....39,12/2 = 19,56 cm

Quadro 10 – Comparativo de custos: concreto virado em obra x concreto dosado em central.

CALCULE O SEU CUSTO		
Custo comparativo I		
Materiais		
Cimento	350 kg x 1,04 = 364 kg x R$_____ = R$_____	
Areia	0,65 m^3 x 1,20 = 0,78 m^3 x R$_____= R$_____	
Brita	0,85 m^3 x 1,05 = 0,89 m^3 x R$_____= RS_____	
	I = R$_____/$m^3$	
Mão-de-obra	0,20 x I = II = R$_____/$m^3$	
Equipamentos: Instalação/manutenção	0,02 x I = III = R$_____/$m^3$	
Controle tecnológico	0,075 x I = IV = R$_____/$m^3$	
Custo comparativo II		
Resumo de custos		
Materiais	I	R$_____/$m^3$
Mão-de-obra	II	R$_____/$m^3$
Equipamentos	III	R$_____/$m^3$
Controle tecnológico	IV	R$_____/$m^3$
Sub-total	V = R$_____/$m^3$	
Despesas administrativas	0,10 x V = VI = R$_____/$m^3$	
Custo do concreto virado em obra	V+VI = R$_____/$m^3$	
Concreto dosado em central	R$_____/$m^3$	

1.8 - Concretagem

1.8.1 Transporte

O concreto deverá ser transportado do local do amassamento para o de lançamento num tempo compatível com o prescrito no item seguinte (1.8.2) e o meio utilizado deverá ser tal que não acarrete desagregação ou segregação de seus elementos ou perda sensível de qualquer deles por vazamento ou evaporação.

No caso de transporte por bombas, o diâmetro interno do tubo deverá ser, no mínimo, três vezes o diâmetro máximo do agregado.

1.8.2 Lançamento

O concreto deverá ser lançado logo após o amassamento, não sendo permitido entre o fim deste e o do lançamento, intervalo superior a uma hora; se for utilizada agitação mecânica, esse prazo será contado a partir do fim da agitação. Com o uso de retardadores de pega, o prazo poderá ser aumentado de acordo com os característicos do aditivo. Em nenhuma hipótese, no entanto, se fará lançamento após o início da pega.

Para os lançamentos que tenham de ser feitos a seco, em recintos sujeitos à penetração de água, deverão ser tomadas as precauções necessárias para que não haja água no local em que lança o concreto nem possa o concreto fresco vir a ser por ela lavado.

O lançamento do concreto deverá ser realizado o mais próximo possível de sua posição final, evitando-se incrustação de argamassa nas paredes das fôrmas e nas armaduras.

A seguir, relacionam-se as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), orientativas para utilização do concreto:

NBR 7480: 2008 – Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificação

NBR 5738: 2003 - Moldagem e cura de corpos - de - prova cilíndricos ou prismáticos de concreto - Procedimento

NBR 5739: 2007 – Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos – Método de ensaio

NBR 6118: 2003 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento

NBR 6118: 2007 - Emenda de 21.05.2007 da ABNT NBR 6118:2003

NBR 6120: 1980 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Procedimento

NBR 6122: 1996 – Projeto e execução de fundações – Procedimento

NBR 6123: 1988 – Forças devidas ao vento em edificações - Procedimento

NBR 7212: 1984 - Execução de concreto dosado em central - Procedimento

NBR 8681: 2003 – Ações e segurança nas estruturas- Procedimento

NBR 8953: 1992 - Concreto para fins estruturais - Classificação por grupos de resistência

NBR 12654: 1992 - Controle tecnológico de materiais componentes do concreto - Procedimento

NBR 12655: 2006 - Concreto de cimento Portland - Preparo, controle e recebimento – Procedimento

NBR 14931: 2004 – Execução de estruturas de concreto – Procedimento

NBR NM 67: 1998 – Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone

Capítulo 2

VALORES DAS CARGAS

A ABNT NBR 6120: 1980 fixa as condições exigíveis para a determinação dos valores das cargas que devem ser sua classe e destino, salvo os casos previstos em normas especiais.

Para os efeitos dessa norma, as cargas são classificadas nas seguintes categorias:

1- carga permanente

2- carga acidental

O tipo de carga denominada de permanente é constituído pelo próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes.

Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga, quando não for feito por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observando o valor mínimo de 1 kN/m^2.

Na falta de determinação experimental, deve ser utilizada a Tabela 1 para adotar os pesos específicos aparentes dos materiais de construção mais freqüentemente utilizados.

Tabela 1- Peso específico dos materiais.

Materiais		**Peso específico aparente (kN/m^3)**
1- Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gneiss	30
	Granito	28
	Mármore e calcáreo	28
2- Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico - calcáreo	20
3- Revestimento e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25

Tabela 1- Peso específico dos materiais *(continuação)*.

Materiais		Peso específico aparente (kN/m^3)
4- Madeiras	Pinho, cedro Louro, imbuia, pau óleo Guajuvirá, guatambú, grápia Angico, cabriuva, ipê róseo	5 6,5 8 10
5- Metais	Aço Alumínio e ligas Bronze Chumbo Cobre Ferro fundido Estanho Latão Zinco	78,5 28 85 114 89 72,5 74 85 72
6-Materiais diversos	Alcatrão Asfalto Borracha Papel Plásticos em folhas Vidro plano	12 13 17 15 21 26

Fonte: ABNT NBR 6120: 1980.

Por outro lado, a carga acidental é toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função de seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos etc).

Nos compartimentos destinados a carregamentos especiais, como os devidos arquivos, depósitos de materiais, máquinas leves, caixas – fortes etc., não é necessária uma verificação mais exata destes carregamentos, desde que se considere um acréscimos de 3 kN/m^2 no valor da carga acidental.

As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial refere-se a carregamentos devidos a pessoas, moveis, utensílios e veículos e são supostas uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores mínimos das cargas verticais.

Local		Carga (kN/m^2)
1- Arquibancadas		4
2- Balcões	Mesma carga da peça com a qual se comunicam e as previstas em 2.2.1.5	-
3- Bancos	Escritórios e banheiros Salas de diretorias e de gerência	2 1,5

Tabela 2 – Valores mínimos das cargas verticais *(continuação)*.

Local		Carga (kN/m²)
4- Bibliotecas	Sala de leitura Sala para depósito de livros Salas com estantes, de livros a ser determinada em cada caso ou 2,5 kN/m² por metro de altura observando porém o valor mínimo de:	2,5 4 6
5- Casa de máquinas	(incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em cada caso, porém o valor mínimo de:	7,5
6- Cinemas	Platéia com assentos fixos Estúdio e platéia com assentos móveis Banheiro	3 4 2
7- Clubes	Sala de refeições e de assembléia com assentos fixos Sala de assembléia com assentos móveis Salão de danças e salão de esportes Sala de bilhar e banheiro	 3 4 5 2
8- Corredores	Com acesso ao público Sem acesso ao público	3 2
9- Cozinhas não residenciais	A ser determinada em cada caso, porém com mínimo de:	3
10- Depósitos	A ser determinada em cada caso e na falta de valores experimentais conforme o indicado em 2.2.1.3	-
11- Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro Despensa, área de serviço e lavanderia	1,5 2
12- Escadas	Com acesso ao público (ver 2.2.1.7) Sem acesso ao público	3 2,5
13- Escolas	Anfiteatro com assentos fixos Corredor e sala de aula Outras salas	 3 2
14- Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2
15- Forros	Sem acesso a pessoas	0,5
16- Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
17- Galeria de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
18- Garagens e estacionamentos	Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo. Valores de ϕ indicados em 2.2.1.6	3
19- Ginásios de esportes		5
20-Hospitais	Dormitórios, enfermarias, sala de recuperação, sala de cirurgia, sala de raios-X e banheiro Corredor	2 3

Tabela 2 – Valores mínimos das cargas verticais *(conclusão)*.

Local		Carga (kN/m²)
21- Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
22- Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
23- Lojas		4
24- Restaurantes		3
25- Teatros	Palco Demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas	5 -
26- Terraços	Sem acesso ao público Com acesso ao público Inacessível a pessoas Destinados a helipontos elevados: as cargas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do ministério da aeronáutica	2 3 0,5 -
27- Vestíbulos	Sem acesso ao público Com acesso ao público	1,5 3

Fonte: ABNT NBR 6120:1980.

No caso de armazenagem em depósitos e na falta de valores experimentais, o peso dos materiais armazenados pode ser obtido por meio dos pesos específicos aparentes que constam na Tabela. 3.

Tabela 3 – Características dos materiais de armazenagem.

Material		Peso específico aparente (kN/m³)	Ângulo de atrito interno
1- Materiais de construção	Areia com umidade natural	17	30º
	Argila arenosa	18	25º
	Cal em pó	10	25º
	Cal em pedra	10	45º
	Caliça	13	
	Cimento	14	25º
	Clinker de cimento	15	30º
	Pedra britada	18	40º
	Seixo	19	30º
2- Combustíveis	Carvão mineral (pó)	7	25º
	Carvão vegetal	4	45º
	Carvão em pedra	8,5	30º
	Lenha	5	45º

Tabela 3 – Características dos materiais de armazenagem *(continuação)*.

Material		Peso específico aparente médio (kN/m³)	Ângulo de atrito interno
3- Produtos agrícolas	Açúcar	7,5	35º
	Arroz com casca	5,50	36º
	Aveia	5	30º
	Batatas	7,5	30º
	Café	3,5	-
	Centeio	7	35º
	Cevada	7	25º
	Farinha	5	45º
	Feijão	7,5	31º
	Feno prensado	1,7	-
	Frutas	3,5	-
	Fumo	3,5	35º
	Milho	7,5	27º
	Soja	7	29º
	Trigo	7,8	27º

Fonte: ABNT NBR 6120:1980.

Todo elemento isolado de cobertura (ripas, terças e barras de banzo superior de treliças) deve ser projetado para receber, na posição mais desfavorável uma carga vertical de 1 kN, além da carga permanente.

Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas, uma carga horizontal de 0,8 kN/m na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de 2 kN/m.

O valor do coeficiente φ de majoração das cargas acidentais, que serão consideradas no projeto de garagens e estacionamento para veículos, deve ser determinado do seguinte modo: sendo ℓ o vão de uma viga ou vão menor de uma laje; sendo $\ell_o = 3\,m$ para casos das lajes e $\ell_o = 5\,m$ para o caso das vigas, tem-se:

a) - φ = 1,00..... quando $\ell \geq \ell_o$

b) - φ = $\ell \leq 1{,}43$..... quando $\ell \leq \ell_o$

Quando uma escada for constituída por degraus isolados, estes devem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de 2,5 kN, aplicada na posição mais desfavorável. Este carregamento não deve ser considerado na composição de cargas das vigas que suportam os degraus, as quais devem ser calculadas para carga indicada na Tabela 2. (Nota: o valor de φ não precisa ser considerado no cálculo das paredes e pilares).

No cálculo dos pilares e das fundações de edifícios para escritórios, residências e cargas comerciais não destinados a depósitos, as cargas acidentais podem ser reduzidas de acordo com os valores indicados na Tabela 4.

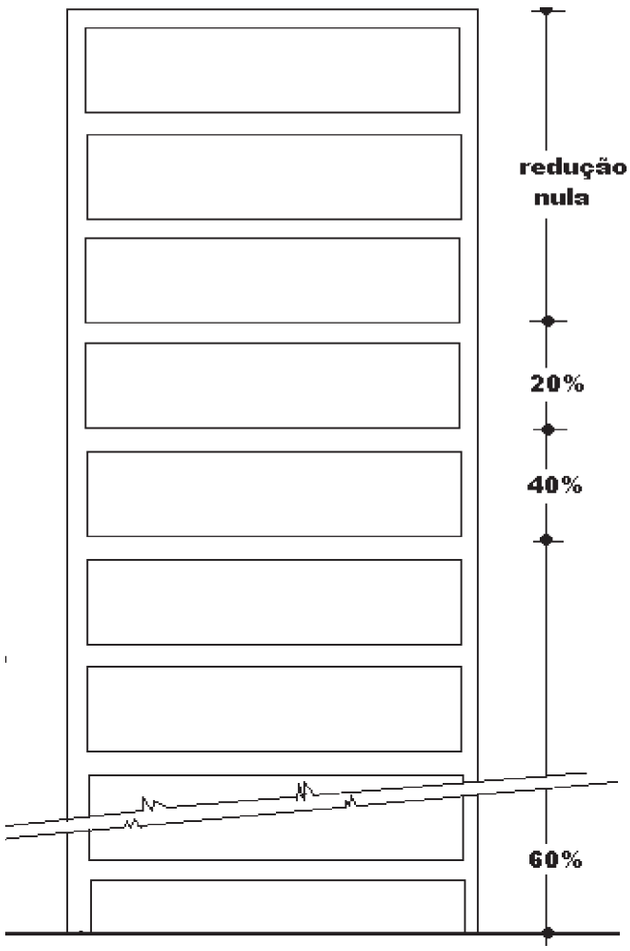


Figura 1 - Detalhes da redução percentual de cargas acidentais.

Tabela 4 - Redução em percentual das cargas acidentais.

Nº de pisos que atuam sobre o elemento	Redução percentual das cargas acidentais (%)
1, 2 e 3	0
4	20
5	40
6 ou mais	60

Nota: Para efeito de aplicação destes valores, o forro deve ser considerado como piso.

Fonte: ABNT NBR 6120:1980.

Capítulo 3

LAJES

Denomina-se de laje a uma placa de concreto que sustenta o piso das edificações. Placas com espessura maior que 1/3 do vão são estudadas como placa espessa. As lajes são classificadas em:

- ♦ lajes armadas em uma só direção;
- ♦ lajes armadas em cruz;
- ♦ lajes nervuradas;
- ♦ lajes mistas;
- ♦ lajes cogumelo.

Ressalte-se que, tendo em vista as limitações deste trabalho, dimensionar-se-á apenas as lajes armadas em uma só direção e lajes armadas em cruz (Figuras 2, 3 e 4). Contudo, a título de elucidação serão exemplificadas as demais, conforme as Figuras 5 a 7, a fim que o leitor tenha um melhor embasamento, no que diz respeito a essas lajes.

Lajes armadas em só uma direção – são lajes cuja relação entre o maior e o menor vão é maior que 2, conforme mostrado na Figura 2. Neste tipo de laje, a armadura principal ou resistente é colocada na direção do seu vão menor. Porém, é imprescindível, para efeito de armação, que seja colocada também armadura perpendicular à principal, denominada de distribuição.

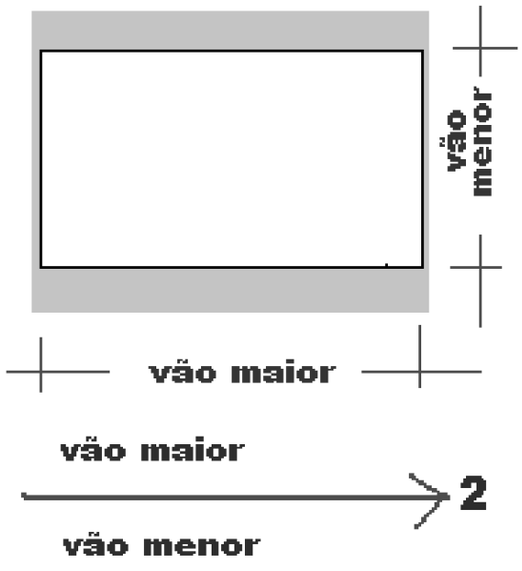


Figura 2 - Laje armada em uma só direção.

Lajes armadas em cruz – são denominadas assim as lajes apoiadas em todo o contorno (Figuras 3 e 4). Neste tipo de laje, a relação existente entre o vão maior e o vão menor é menor ou igual a 2. Portanto, para efeito de cálculo, são calculadas como apoiadas nas duas direções e, sendo assim, as mesmas possuem uma armadura principal ou resistente, na direção de cada vão.

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2$$

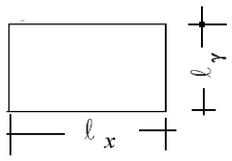


Figura 3 – Laje armada em cruz.

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2$$

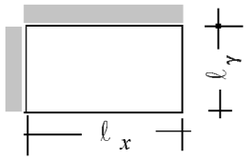


Figura 4 – Laje armada em cruz.

Lajes nervuradas – são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte, de modo a tornar plana a superfície externa (ver Figura 5). As lajes com nervuras pré-moldadas devem atender adicionalmente às prescrições de Normas Brasileiras específicas. As lajes nervuradas unidirecionais devem ser calculadas segundo a direção das nervuras desprezadas a rigidez transversal e a rigidez à torção. As lajes nervuradas bidirecionais podem ser calculadas, para efeito de esforços solicitantes, como lajes maciças, desde que a distância entre nervuras seja menor que 1 m.

A resistência da mesa à flexão deverá ser verificada sempre que a distância livre entre nervuras superar 0,5 m ou houver carga concentrada no painel entre nervuras. As nervuras deverão ser verificadas a cisalhamento, como vigas, se a distância livre entre elas for superior 0,5 m e como laje em caso contrário. Neste tipo de laje, além das demais prescrições da norma, devem ser observadas o seguinte:

a) as distâncias livres entre nervuras não devem ultrapassar 100 cm;

b) a espessura das nervuras não devem ser inferior a 4 cm e a da mesa não deve ser menor que 4 cm nem que 1/15 da distância livre entre nervuras.

c) o apoio das lajes deve ser feitos ao longo de uma nervura;

d) nas lajes armadas numa só direção, são necessárias nervuras transversais sempre que haja cargas concentradas a distribuir ou quando o vão teórico for superior a 4 m, exigindo-se duas nervuras no mínimo se esse vão ultrapassar 6 m;

e) nas nervuras com espessura inferior a 8 cm não é permitido colocar armadura de compressão no lado oposto à mesa.

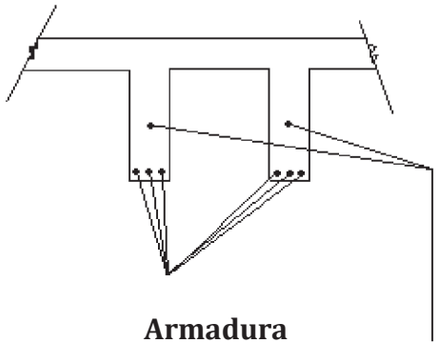


Figura 5 – Laje nervurada.

Lajes mistas - são lajes constituídas de um outro material para resistir a esforços de compressão e que servirá de enchimento e colocado entre as nervuras, conforme visto na Figura 6. Para efeito de dimensionamento, a parte sujeita a tração, não é considerada e, para tal, há necessidade de que a linha neutra intercepte o material utilizado com enchimento.

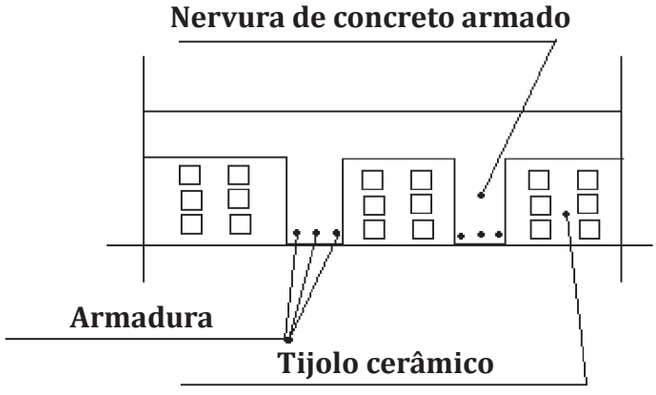


Figura 6 – Laje mista.

Lajes-cogumelo – são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, de acordo com o mostrado na Figura 7.

Deverão ser estudados cuidadosamente as ligações das lajes com os pilares, com especial atenção nos casos que não haja simetria de forma ou carregamento da laje em relação ao apoio.

A análise estrutural de lajes cogumelo deve ser realizada mediante emprego de procedimento numérico adequado, por exemplo, diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno. Nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição que consiste em adotar em cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes.

Para cada pórtico deve ser considerada a carga total. A distribuição dos momentos, obtida em cada direção, deve ser feita da seguinte maneira:

a) 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;

b) 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;

c) 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;

d) 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Devem ser cuidadosamente estudadas as ligações das lajes com os pilares, em especial atenção aos casos em que não haja simetria de forma ou de carregamento da laje em relação ao apoio. Obrigatoriamente devem ser considerados os momentos de ligação entre laje e pilares extremos.

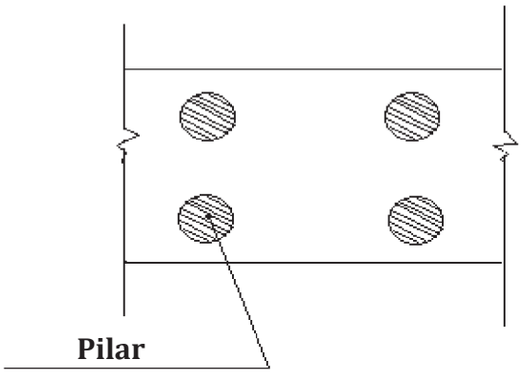


Figura 7 – Laje tipo cogumelo.

3.1- Vão teórico

O vão teórico é a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que:

- em laje isolada: o vão livre acrescido da espessura da laje no meio do vão;

- em laje contínua, vão extremo: o vão acrescido da semilargura do apoio interno e da semi-espessura da laje no meio do vão.

Nas lajes em balanço, o comprimento teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao comprimento livre acrescido da metade da espessura da laje junto ao apoio.

Quanto aos vãos efetivos de lajes ou placas quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2$$

Os valores de a_1 e a_2 , em cada extremidade do vão, podem ser determinados pelos valores apropriados. Com a_1 igual ao menor valor entre (t1/2 e 0,3 h) e a_2 igual ao menor valor entre (t_2/2 e 0,3 h), sendo t_1, t_2 e h, respectivamente, apoio de vão extremo, apoio de vão intermediário e altura da laje.

3.2- Espessura das lajes

Nas lajes maciças, devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

a) 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;

b) 7 cm em lajes de piso ou de cobertura em balanço;

c) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;

d) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;

e) 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, $\frac{\ell}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{\ell}{50}$ para lajes de piso contínuas;

f) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes- cogumelo.

Nas lajes nervuradas, a espessura da mesa, quando não houver tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a 1/15 da distância entre nervuras e não menor que 3 cm. O valor mínimo absoluto deve ser 4 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5 mm. A espessura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm. Nervuras com espessura menor que 8 cm não devem conter armadura de compressão.

Para projeto das lajes nervuradas devem ser obedecidas as seguintes condições:

a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;

b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;

c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como lje maciça, apoiada na grelha das vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

Face a tal, o cálculo da altura útil "d" de uma laje maciça não deve alcançar valores inferiores a:

$$\frac{\ell}{\psi_2 . \psi_3}$$

Nas lajes armadas em cruz, ℓ é o vão menor.

A Tabela 5 especifica os valores de ψ_2 para lajes armadas em uma só direção:

- simplesmente apoiada 1,0
- contínuas 1,2
- duplamente engastadas 1,7
- em balanço 0,5

Tabela 5 - Valores de ψ_2 para lajes armadas em cruz.

ℓ_y = vão menor
ℓ_x = vão maior — engastamento — apoio simples — balanço

ℓ_x / ℓ_y					
	2,2 1,7	2,0 1,7	1,9 1,7	1,7 1,7	1,7 1,7
	2,0 1,4	1,8 1,4	1,7 1,4	1,4 1,3	1,3 1,3
	1,9 1,2	1,7 1,1	1,5 1,1	1,1 1,0	1,0 1,0
	1,7 0,5	1,4 0,5	1,1 0,5	0,7 0,5	0,6 0,5
	1,7 0,5	1,3 0,5	1,0 0,5	0,6 0,5	0,5 0,3

Número superior: ψ_2 para $\ell_x / \ell_y = 1$.
Número inferior: ψ_2 para $\ell_x / \ell_y = 2$.
Pode-se usar para razão entre lados maior que 2, exceto nos casos das últimas cinco lajes.
Para $1 < \ell_x / \ell_y < 2$: interpolar linearmente.

A extensão dos apoios extremos de uma laje sobre alvenaria não deve ser maior que sua espessura no meio do vão, nem menor que 7 cm.

Tabela 6 – Valores de ψ_3.

Tensão na armadura para solicitação de cálculo (σsd)	Em vigas de lajes nervuradas	Em lajes maciças
435 MPa	17	25

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

Para lajes com mais de 4 m de vão teórico, que suportarem paredes na direção do vão suscetíveis de fissuração, as alturas úteis mínimas calculadas por este item deverão ser multiplicadas por ℓ/4 (ℓ em metros)

Todavia, o valor encontrado “d” será a altura útil da laje e a ele tem-se que adicionar o cobrimento que de acordo com a norma, será mediante o mostrado no Quadro 11.

Quadro 11- Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para Δc = 10 mm.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV [2]
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje [1]	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

[1] Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta norma podem ser substituídas, respeitando um cobrimento nominal de ≥ 15 mm.

[2] Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

Os cobrimentos nominais e mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. O cobrimento nominal de uma determinada barra deve ser sempre:

a) $c_{nom} \geq \varnothing$ barra;

b) $c_{nom} \geq \varnothing$ feixe = $\varnothing_n = \varnothing\sqrt{n}$;

c) $c_{nom} \geq 0{,}5\ \varnothing$ bainha.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20 % a espessura nominal do cobrimento, ou seja: $d_{máx} \leq 1{,}2\ c_{nom}$.

Ex. 1 – Determine a altura da laje da Figura 8.

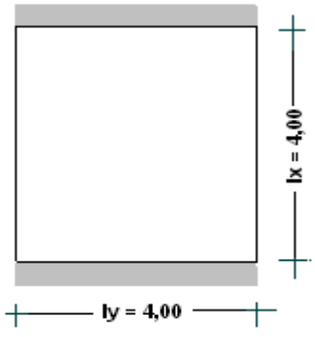


Figura 8.

- Cálculo da altura útil

Trata-se de um exemplo de uma laje armada em cruz e que a altura útil dessa laje deve ser:

$$d \geq \frac{\ell}{\psi_2 \cdot \psi_3}$$

De acordo com a Tabela 5, tira-se $\psi_2 = 1{,}9$ e como o aço a ser usado é CA 50, tem-se: $\psi_3 = 25$ (Tabela 6).

Logo, a altura útil será:

$$\frac{400}{1{,}9 \text{ x } 25} = 8{,}42 \text{ cm}$$

- Cálculo da altura total

Com o recobrimento de 1,5 cm, encontra-se:

$$h = 8{,}42 + 1{,}50 = 9{,}92 \text{ cm} \cong 10 \text{ cm}$$

Ex. 2 – Calcule a altura da laje da Figura 9, pertencente a um prédio de apartamentos.

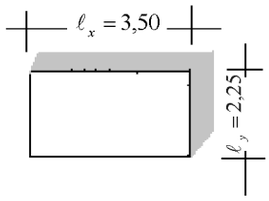


Figura 9.

- Cálculo da altura útil

Da Tabela 5, tira-se:

Para $\frac{l_x}{l_y} = 1 \quad \rightarrow \quad \psi_2 = 1{,}8$

Para $\frac{l_x}{l_y} = 2 \quad \rightarrow \quad \psi_2 = 1{,}4$

Porém, como a relação l_x/l_y = 1,56(3,50/2,25), tem-se que interpolar. Logo, por interpolação linear obtém-se $\psi_2 = 1{,}58$ uma vez que:

1--------1,8
1,56----- $\psi_2 = ?$
2-------- 1,4 $\psi_2 = 1{,}58$

e, ainda, sendo CA 50 o aço a ser usado, tem-se:

$$d \geq \frac{225}{1{,}58 \text{ x } 25} = 5{,}70 \text{ cm}$$

- Cálculo da altura total

h = 5,70 + 1,50 = 7,2 cm. Adotar-se-á h = 8 cm.

Ex. 3 – Seja a laje da Figura 10. Determine a altura total.

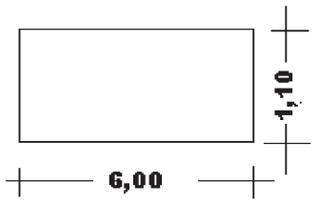


Figura 10.

- Cálculo de altura útil

Como a relação é (6,0/1,1 > 2), constata-se ser um exemplo de uma laje armada em uma só direção e simplesmente apoiada. Logo, nesses casos, tem-se:

$\psi_2 = 1$ e $\psi_3 = 25$ (CA 50) e, conseqüentemente:

$$d \geq \frac{110}{1 \text{ x } 25} = 4{,}4 \text{ cm}$$

- Cálculo da altura total

H = 4,4 + 1,5 = 5,9 cm. Será adotada uma altura de h = 7 cm.

A espessura de 5,9 cm não passa, pois convém frisar que a altura mínima, conforme já visto é de 7 cm. Daí a razão do arredondamento para essa espessura.

Ex. 4 - Considere a laje esquematizada na Figura 11 e determine a altura total.

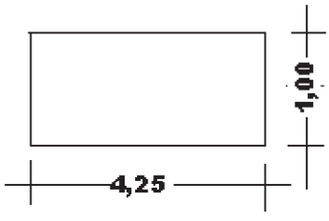


Figura 11.

- Cálculo da altura útil

Face a relação: 4,25/1,00 > 2, conclui-se que a laje em questão é do tipo armada em uma só direção, e sendo: $\psi_2 = 0{,}5$ e $\psi_3 = 25$ (CA 50), tem-se:

$$d \geq \frac{100}{0{,}5x25} = 8cm$$

- Cálculo da altura total

$$h = 8{,}0 + 1{,}5 = 9{,}5 \text{ cm} \cong 10 \text{ cm}$$

3.3 – Flechas nas lajes

As flechas, medidas a partir do plano que contém os apoios, quando atuarem todas as ações, não ultrapassarão 1/300 do vão teórico, exceto no caso de balanços para os quais não ultrapassarão 1/150 do seu comprimento teórico.

O deslocamento causado pelas cargas acidentais não será superior 1/500 do vão teórico e 1/250 do comprimento teórico dos balanços.

Os deslocamentos transversais não poderão atingir o valor do qual possam resultar danos a elementos da construção apoiados na estrutura ou situados sob peças destas, prevendo-se, nestes casos, quando necessário, os dispositivos adequados para evitar as conseqüências indesejáveis.

Nó cálculo das flechas das lajes, deve ser considerado, se for o caso, o efeito da rotação das vigas perimetrais.

Em lajes maciças retangulares de edifícios serão consideradas atendidas as condições supra e será dispensado o cálculo das flechas quando a altura útil "d" não for inferior ao valor $\frac{\ell}{\psi_2.\psi_3}$.
Em qualquer caso deverão ser respeitados os valores mínimos das espessuras das lajes.

• Lajes Isoladas

a) sobre dois apoios livres

$$f = \frac{5.p.\ell^4}{384.E.I}$$

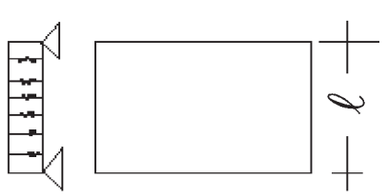


Figura 12.

b) sobre um apoio livre e um engaste

$$f = \frac{2.p.\ell^4}{384.E.I}$$

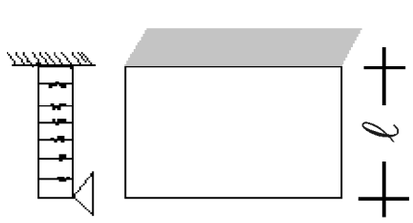


Figura 13.

c) sobre dois engastes

$$f = \frac{p.\ell^4}{384.E.I}$$

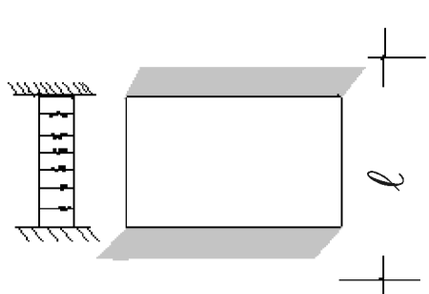


Figura 14.

A ABNT NBR 6118: 2003 preconiza que:

Para uma avaliação aproximada da flecha imediata em lajes e vigas pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada a seguir:

$$(EI)_{eq} = E_{cs}\left\{\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_c + \left[1-\left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] I_{II}\right\} \leq E_{cs} I_c$$

onde:

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estádio II, calculada com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas.O referido momento, calcula-se da seguinte forma:

$$M_r = \frac{\alpha \ f_{ct} \ I_c}{y_t}$$

sendo:

α = 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto;

y_t é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto, dado por:

$$E_{cs} = 4.760\sqrt{f_{ck}}$$

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto, em MPa.

Por outro lado, para flexão simples, com armadura simples, obtém-se:

$$I_{II} = \frac{b_w x^3}{3} + nA_s(d-x)^2$$

sendo:

x a posição da linha neutra e n a razão entre módulos de elasticidade do aço e do concreto. Entretanto, no que diz respeito a profundidade da linha neutra , esta pode ser calculada conforme a expressão seguinte:

$$x = \frac{nA_s}{b_w}\left(-1+\sqrt{1+\frac{2b_w d}{nA_s}}\right)$$

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50\rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{bd}$$

ζ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente do Quadro 12 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t_0) = 0{,}68(0{,}996^t)t^{0{,}32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\zeta(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Quadro 12- Valores do coeficiente ζ em função do tempo.

Tempo(t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente ζ(t)	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

sendo:

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_o é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t_o o valor ponderado a seguir:

$$t_o = \frac{\sum P_i t_{o_i}}{\sum P_i}$$

onde:

P_i representa as parcelas de carga;

t_{oi} é a idade em que se aplicou cada parcela P_i em meses.

O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

Seguindo-se a mesma filosofia de estudo proposta por Bacarji (2003, p. 27-36), para um estudo de caso, no qual possa se admitir os seguintes dados: laje com dimensões iguais de 4,20 m, apoiada nos quatro lados h = 8 cm e d = 7 cm, f_{ck} = 20 MPa, A_s = 1 cm²/m e CA 50, onde, deseja-se calcular a flecha máxima, tendo em vista o que preconiza a ABNT NBR 6118: 2003.

1) Cálculo da rigidez equivalente

$$I_c = \frac{100 \text{ x } 8^3}{12} = 4.266,67 \text{ cm}^4$$

2) Cálculo da profundidade da linha neutra

O módulo de Elasticidade secante do concreto sendo:

$$E_{cs} = 4.760\sqrt{20} = 21.287,37 \text{ MPa}$$

ou

$$E_{cs} = 2.128,74 \text{ kN/cm}^2$$

e sendo:

$$n = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210.000}{21.287,37} = 9,86$$

3) Cálculo da profundidade da linha neutra

$$x = \frac{9,86 \text{ x } 1}{100}\left(-1+\sqrt{1+\frac{2 \text{ x } 100 \text{ x } 7}{9,86 \text{ x } 1}}\right) = 1,08 \text{ cm}$$

4) Cálculo do momento de inércia da seção fissurada

Para flexão simples, com armadura simples, tem-se:

$$I_{II} = \frac{100 \text{ x } 1,08^3}{3} + 9,86 \text{ x } 1 \text{ } (7,00 - 1,08)^2 = 387,55 \text{ cm}^4$$

5) Cálculo do momento fletor na seção crítica

Para um carregamento correspondente a 2,50 x 10^{-4} kN/cm², usando-se a equação de Pinheiro (1986 *apud* Bacarji, 2003, p. 33), ter-se-á para μ = 4,23:

$$M_a = \frac{4,23 \text{ x } 2,50 \text{ x } 4,20^2}{100} = 1,87 \text{ kNm/m} = 187 \text{ kNcm/m}$$

6) Cálculo do momento de fissuração

$$f_{ct} = 0,7 f_{ctm} = 0,7x0,3\sqrt[3]{20^2} = 1,55 \; MPa = 0,155 \; kN/cm^2$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

logo:

$$M_r = \frac{1,5 \text{ x } 0,155 \text{ x } 4.266,67}{4} = 248 \text{ kNcm}$$

e, finalmente:

$$(EI)_{eq} = 21.158.336,72 \text{ kNcm}^2$$

7) Cálculo da flecha inicial

$$f_{inicial} = \frac{4,76 \text{ x } 2,50 \text{ x } 10^{-4} \text{ x } 420^4}{12 \text{ x } 4.266,67 \text{ x } 2.128,74} = 0,34 \text{ cm}$$

Portanto, como não há armadura, tem-se: $\rho' = 0$ e $\alpha_f = \Delta\xi$. Para t_o e t iguais a 6 e 70 meses, respectivamente, obtém-se ou por interpolação, mediante o acesso ao Quadro 12 ou, simplesmente utilizando as expressões seguintes:

$$\xi(t_0) = 0,68(0,996^{t})6^{0,32} = 1,18$$

$$e$$

$$\xi(t) = 2$$

$$então:$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 1,18 = 0,82$$

8) Cálculo da flecha diferida no tempo

$$f_{final} = f_{inicial}(1 + \alpha_t) = 0,34(1 + 0,82) = 0,62cm$$

3.4 – Carregamento das lajes

As cargas atuantes em uma laje são:

- ***cargas permanentes*** — peso próprio, revestimento, paredes, enchimento
- ***cargas acidentais*** — sobrecarga

3.4.1 – Peso próprio

Para o cálculo do peso próprio de uma laje basta que se multiplique sua espessura pela massa específica do concreto armado (25 kN/m^3) resultando assim, o peso, próprio por metro quadrado.

Ex. 5 – Determine o peso próprio de uma laje com 9 cm de espessura.

$$\text{Peso próprio} = 0,09 \times 25 = 2,25 \text{ kN/m}^2$$

3.4.2 – Revestimento

Normalmente, para os revestimentos considerados leves, admite-se o valor de 1 kN/m^2. Porém, quando o revestimento do piso for de um material pesado como, por exemplo, mármore, faz-se uso da Tabela 1, para o cálculo do peso desse material e então ser acrescentado 1 kN/m^2.

As massas específicas dos materiais de construção correntes podem ser avaliadas com base nos valores indicados na ABNT NBR 6120: 1980. Os pesos das instalações permanentes são considerados com os valores nominais indicados pelos respectivos fornecedores.

Ex. 6 – Sendo de mármore com espessura de 2,5 cm o revestimento do piso de uma laje, determine o valor a ser considerado para efeito de dimensionamento.

Acessando-se à Tabela 1, tira-se: $\gamma = 28\ kN/m^3$. Logo, com 2,5 cm de espessura, tem-se:

$$0{,}025 \times 28 = 0{,}7\ kN/m^2$$

Sendo adicionada essa parcela com $1kN/m^2$, tem-se: $1{,}7\ kN/m^2$ que, evidentemente, será o valor a ser considerado para efeito de cálculo.

3.4.3 – Paredes

O peso das paredes construídas diretamente sobre estas será distribuído uniformemente sobre estas. Entretanto, de acordo com o já estudado, conclui-se que se pode admitir uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso, não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observando o valor mínimo de $1kN/m^2$.

Ex. 7- Admita uma parede P_1, conforme as Figuras 15 e 16, e determine o peso correspondente F.

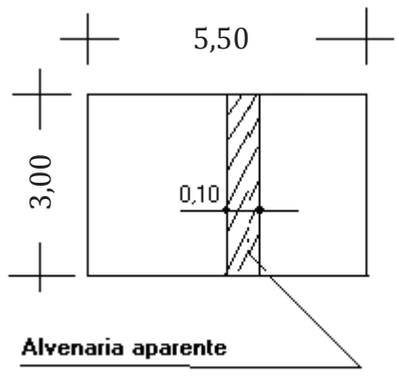


Figura 15.

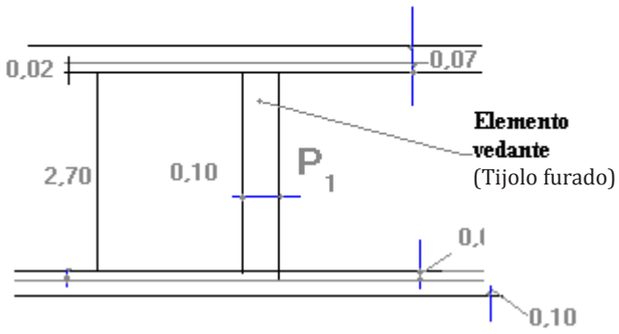


Figura 16.

- Cálculo do peso da alvenaria

Da Tabela 1, o peso específico aparente para o elemento vedante que constitui a alvenaria é: $13\ kN/m^3$.

Então:

$$2{,}77 \times 0{,}10 \times 3 \times 13 = 10{,}80\ kN$$

- Cálculo do peso da alvenaria distribuída sobre a laje:

$$\frac{10{,}80}{5{,}5 \times 3{,}00} = 0{,}65\ kN/m^2$$

Valor que deve ser comparado com $1\ kN/m^2$:

$$\frac{1}{3}\ (2{,}77 \times 0{,}10 \times 13) = 1{,}20\ kN/m^2$$

Portanto, este último, sendo o maior, evidentemente, será o adotado.

Ex. 8 – Determine o peso correspondente da alvenaria a ser considerado no cálculo do carregamento da laje da Figura 17.

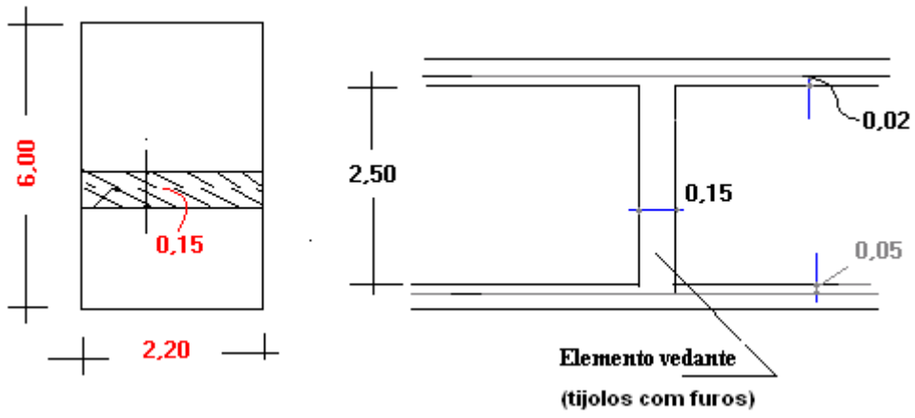


Figura 17.

- Cálculo do peso da alvenaria

Corretamente, calcula-se o peso do revestimento e da alvenaria separadamente, para então ser adicionado as duas parcelas, contudo a título de simplificação, toma-se sempre a espessura total, ou seja, revestimento mais elemento vedante e se considera como se fosse somente feita deste último. Logo:

$$2{,}55 \text{ x } 0{,}15 \text{ x } 2{,}20 \text{ x } 13 = 10{,}94 \text{ kN}$$

- Cálculo do peso da alvenaria distribuída sobre a laje.

$$\frac{10{,}94}{6{,}00 \text{ x } 2{,}20} = 0{,}83 \text{ kN/m}^2$$

Donde, comparando-se com 1 kN/m² e $\frac{1}{3}$ (2,55 x 0,15 x 13) = 1,66 kN/m², conclui-se que o valor a ser adotado será 1,66 kNm².

3.4.4 - Enchimento

Somente faz-se uso desse enchimento quando a laje for rebaixada. São os casos típicos de lajes de banheiros e cozinhas. Nos dias atuais, no entanto, pouco é utilizado esse procedimento pelos calculistas de estruturas, a não ser claro em casos bem específicos.

Ex. 9 –Admita uma laje de cozinha de um prédio de apartamentos rebaixada de 25 cm. Determine o peso correspondente ao enchimento.

O material a ser feito o enchimento, embora não se saiba a priori qual será, toma-se como peso específico igual a 10 kN/m³, logo :

$$\text{Enchimento} = 0{,}25 \text{ x } 10 = 2{,}5 \text{ kN/m}^2$$

3.4.5 - Cargas acidentais

A Tabela 2 fornece o valor das cargas acidentais.

Ex. 10 - A laje da Figura 18, pertence a uma sala de um edifício residencial. Qual deverá ser o carregamento para efeito de cálculo?

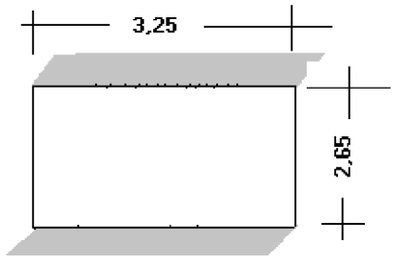


Figura 18.

- Cálculo do carregamento

Encontrando-se uma altura correspondente a 8 cm, tem-se:

• peso próprio 0,08 x 25	2,0 kN/m^2
• revestimento (tacos)	1,0 kN/m^2
• sobrecarga	1,5 kN/m^2
	4,5 kN/m^2

Ex. 11 - As lajes da Figura 19 e 20 pertencem a um piso de um prédio comercial. Determine o carregamento de cada uma.

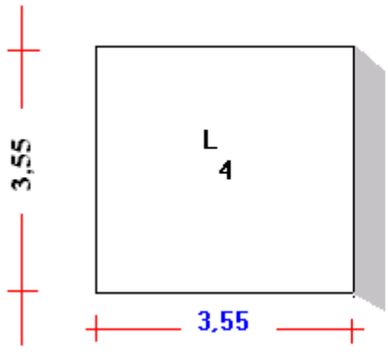


Figura 19.

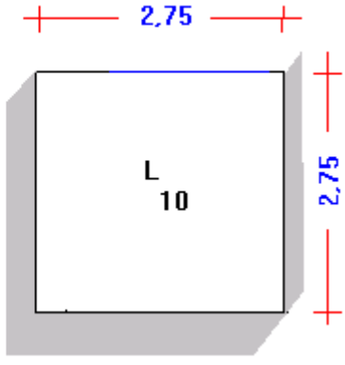


Figura 20.

- Cálculo da altura

$$\ell_x / \ell_y = 3{,}55 / 3{,}55 = 1 \qquad \psi_2 = 1{,}7$$

L_4

$$d \geq \frac{3{,}55}{1{,}7 \text{x} 25} = 8{,}4\,\text{cm}$$

$$h = 8{,}4 + 1{,}5 \cong 10\,cm$$

$$\ell_x / \ell_y = 1 \qquad \psi_2 = 2$$

L_{10}

$$d \geq \frac{2{,}75}{2 \text{x} 25} = 5{,}5\ \text{cm}$$

$$h = 5{,}5 + 1{,}5 = 7\ \text{cm}$$

Adota-se, no entanto, 8 cm.

- Cálculo do carregamento

L_4

• peso próprio (0,1 x 25)	2,5 kN/m²
• revestimento	1,0 kN/m²
• sobrecarga	2,0 kN/m²
	5,5 kN/m²

L_{10}

• peso próprio (0,08 x 25)	2,0 kN/m²
• revestimento	1,0 kN/m²
• sobrecarga	2,0 kN/m²
	5,0 kN/m²

3.5- Momentos fletores

• lajes isoladas

a) sobre dois apoios livres

$$M = \frac{q \ell^2}{8}$$

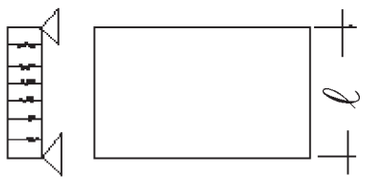


Figura 21.

b) sobre um apoio livre e um engaste

$$M = \frac{q\ell^2}{14{,}22}$$

$$X = -\frac{q\ell^2}{8}$$

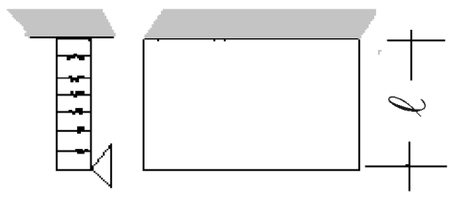


Figura 22.

c) sobre dois engastes

$$M = \frac{q\ell^2}{24}$$

$$X = -\frac{q\ell^2}{12}$$

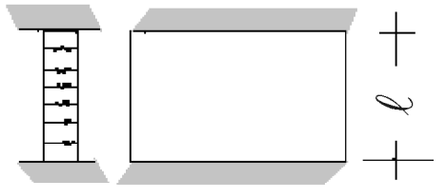


Figura 23.

• lajes contínuas armadas numa única só direção

As lajes contínuas armadas numa única direção, com cargas uniformemente distribuídas, sobre cada tramo, poderão ser calculadas como vigas contínuas livremente apoiadas, com as seguintes modificações:

1. não serão consideradas, nos vãos, momentos positivos menores que os que se obteriam se houvesse engastamento perfeito da laje nas extremidades dos referidos vãos;

2. em edifícios, quando o menor vão da laje contínua não for inferior a 80 % do maior, será permitido calcular os momentos máximos e mínimos com a fórmula: $M = (g + q)\ell^2/\beta$ sendo β igual a (a 1ª. coluna refere-se ao caso de haver mísulas, com altura sobre o apoio não inferior a $\ell/30$, e a 2ª aos demais casos):

- ❑ Para momentos negativos sobre os apoios, havendo mais de dois tramos (no caso de vãos desiguais, um designa média aritmética dos dois vãos adjacentes ao apoio considerado).

- apoio internos dos tramos extremos	-8	- 9
- demais apoio intermediários	-9	-10

- * idem, havendo dois tramos		
- apoio intermediário	–7	–8
- para momentos positivos no tramos		
- tramos externos	12	11
- tramos intermediários	18	1

• lajes armadas em cruz

Para este tipo de laje, os momentos fletores serão calculados pela teoria de Marcus.

Tabela 7 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus.

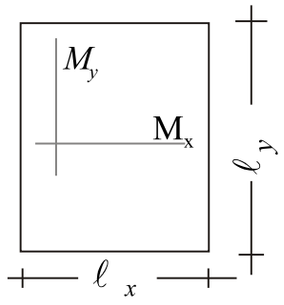
ℓ_Y / ℓ_X	k_x	m_x	m_y
1,00	0,500	27,427	27,427
1,02	0,520	26,369	27,429
1,04	0,539	25,383	27,457
1,06	0,557	24,459	27,476
1,08	0,575	23,601	27,520
1,10	0,593	22,799	27,567
1,12	0,610	22,029	27,651
1,14	0,627	21,318	27,706
1,16	0,643	20,661	27,799
1,18	0,661	20,042	27,900
1,20	0,675	19,449	28,009
1,22	0,690	18,903	28,131
1,24	0,702	18,400	28,272
1,26	0,715	17,905	28,415
1,28	0,729	17,437	28,600
1,30	0,742	17,007	28,757
1,32	0,752	16,614	28,945
1,34	0,762	16,250	29,140
1,36	0,773	15,882	29,357
1,38	0,784	15,543	29,587
1,40	0,794	15,217	29,818
1,42	0,802	14,915	30,075
1,44	0,812	14,650	30,350
1,46	0,820	14,400	30,615
1,48	0,828	14,117	30,903
1,50	0,835	13,867	31,210
1,52	0,842	13,650	31,518
1,54	0,847	13,451	31,860
1,56	0,856	13,220	32,176
1,58	0,861	13,050	32,540
1,60	0,869	12,870	32,888
1,62	0,873	12,678	33,275
1,64	0,878	12,526	33,657
1,66	0,884	12,360	34,037
1,68	0,889	12,237	34,458
1,70	0,893	12,070	34,880
1,72	0,898	11,926	35,305

Tabela 7 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(continuação)*.

ℓ_Y / ℓ_X	k_x	m_x	m_y
1,74	0,902	11,800	35,731
1,76	0,905	11,677	36,181
1,78	0,909	11,557	36,629
1,80	0,913	11,463	37,100
1,82	0,916	11,357	38,600
1,84	0,920	11,239	38,057
1,86	0,924	11,160	38,568
1,88	0,926	11,063	39,081
1,90	0,929	10,958	39,579
1,92	0,932	10,878	40,153
1,94	0,934	10,806	40,628
1,96	0,936	10,735	41,177
1,98	0,939	10,641	41,727
2,00	0,941	10,580	42,290

$$M_x = \frac{q\ell_x^2}{m_x} \qquad q_x = k_x.q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^2}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$



Nota: a direção y é considerada a no vão de maior dimensão

Tabela 8 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,50	0,136	140,941	45,137
0,52	0,155	125,679	43,219
0,54	0,178	112,945	41,615
0,56	0,197	102,208	40,229
0,58	0,221	93,100	39,025
0,60	0,250	85,259	38,053
0,62	0,270	78,570	37,312
0,64	0,297	72,717	36,498
0,66	0,323	67,675	35,927
0,68	0,350	63,209	35,453
0,70	0,375	59,130	35,068
0,72	0,403	55,615	34,782
0,74	0,430	52,430	34,567
0,76	0,456	49,563	34,445
0,78	0,480	46,987	34,371
0,80	0,507	44,659	34,350
0,82	0,531	42,540	34,385
0,84	0,555	40,608	34,481
0,86	0,579	38,837	34,618

Tabela 8 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(continuação)***.**

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,88	0,600	37,225	34,790
0,90	0,623	35,737	35,040
0,92	0,645	34,405	35,295
0,94	0,664	33,190	35,615
0,96	0,679	31,975	35,965
0,98	0,699	30,920	36,327
1,00	0,715	29,934	36,756
1,02	0,731	29,026	37,200
1,04	0,746	28,185	37,690
1,06	0,760	27,415	38,195
1,08	0,777	26,694	38,745
1,10	0,785	26,019	39,317
1,12	0,799	25,410	39,930
1,14	0,809	24,835	40,567
1,16	0,820	24,295	41,219
1,18	0,830	23,800	41,903
1,20	0,840	23,342	42,630
1,22	0,847	22,895	43,385
1,24	0,856	22,493	44,135
1,26	0,864	22,115	44,937
1,28	0,870	21,760	45,760
1,30	0,878	21,427	46,598
1,32	0,884	21,120	47,457
1,34	0,890	20,830	48,347
1,36	0,897	20,545	49,275
1,38	0,905	20,287	50,216
1,40	0,907	20,051	51,180
1,42	0,910	19,828	52,147
1,44	0,915	19,595	53,155
1,46	0,920	19,403	54,158
1,48	0,924	19,207	55,217
1,50	0,927	19,006	56,281
1,52	0,930	18,845	57,372
1,54	0,935	18,678	58,470
1,56	0,938	18,530	59,615
1,58	0,940	18,367	60,738
1,60	0,942	18,235	61,927
1,62	0,945	18,107	63,120
1,64	0,948	17,971	64,318
1,66	0,950	17,862	65,534
1,68	0,952	17,749	66,791
1,70	0,954	17,630	68,042
1,72	0,956	17,521	69,337
1,74	0,958	17,438	70,643
1,76	0,960	17,335	71,972
1,78	0,962	17,241	73,305
1,80	0,963	17,158	74,657
1,82	0,964	17,083	76,039
1,84	0,966	16,995	77,435
1,86	0,968	16,912	78,857

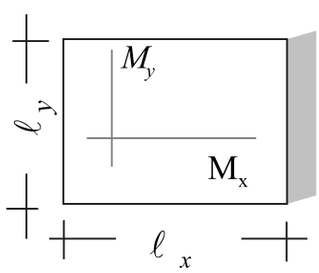
Tabela 8 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(conclusão)*.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,88	0,970	16,851	80,371
1,90	0,971	16,775	81,748
1,92	0,972	16,710	83,195
1,94	0,973	16,647	84,681
1,96	0,975	16,571	86,205
1,98	0,976	16,514	87,717
2,00	0,978	16,489	89,230

$$M_x = \frac{q\ell_x^{\,2}}{m_x} \qquad q_x = k_x.q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^{\,2}}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$

$$X_x = 0{,}125\, q_x \ell_x^2$$



Nota: A direção x é considerada a de maior número de engastes.

Tabela 9 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,00	0,500	37,145	37,145
1,02	0,521	35,730	37,161
1,04	0,540	34,425	37,227
1,06	0,560	33,209	37,325
1,08	0,578	32,117	37,458
1,10	0,595	31,098	37,615
1,12	0,612	30,143	37,812
1,14	0,629	29,272	38,170
1,16	0,645	28,470	38,289
1,18	0,662	27,715	38,581
1,20	0,674	27,005	38,894
1,22	0,689	26,362	39,230
1,24	0,704	25,751	39,600
1,26	0,715	25,184	39,939
1,28	0,729	24,667	40,410
1,30	0,743	24,160	41,839
1,32	0,752	23,705	41,300
1,34	0,765	23,270	41,780
1,36	0,773	22,860	42,280
1,38	0,785	22,490	42,805
1,40	0,793	22,124	43,370
1,42	0,805	21,785	43,920
1,44	0,812	21,475	44,550
1,46	0,820	21,167	45,200
1,48	0,827	20,885	45,739
1,50	0,839	20,615	46,390
1,52	0,845	20,367	47,060
1,54	0,848	20,127	47,740

Tabela 9 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(continuação)*.

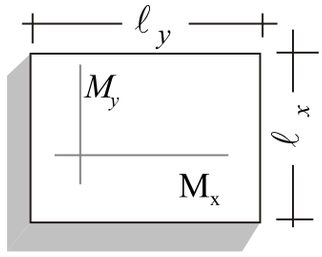
ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,56	0,855	19,910	48,430
1,58	0,863	19,705	49,160
1,60	0,868	19,500	49,890
1,62	0,875	19,295	50,635
1,64	0,879	19,112	51,410
1,66	0,885	18,947	52,195
1,68	0,889	18,775	53,000
1,70	0,892	18,630	53,825
1,72	0,897	18,475	54,647
1,74	0,902	18,339	55,505
1,76	0,906	18,185	56,378
1,78	0,908	18,089	57,270
1,80	0,914	17,950	58,147
1,82	0,916	17,835	59,100
1,84	0,920	17,735	59,980
1,86	0,924	17,610	60,945
1,88	0,927	17,520	61,889
1,90	0,929	17,415	62,865
1,92	0,931	17,324	63,835
1,94	0,934	17,250	64,836
1,96	0,936	17,147	65,857
1,98	0,939	17,070	66,889
2,00	0,945	16,998	67,930

$$M_x = \frac{q\ell_x^2}{m_x} \qquad q_x = k_x . q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^2}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$

$$X_x = -0{,}125\, q_x \ell_x^2$$

$$X_y = -0{,}125\, q_y \ell_y^2$$



Nota: A direção y é considerada no vão de maio de dimensão

Tabela 10 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,50	0,239	137,058	49,948
0,52	0,269	123,670	48,385
0,54	0,300	112,405	47,132
0,56	0,335	102,840	46,135
0,58	0,362	94,665	45,358
0,60	0,395	87,625	44,768
0,62	0,427	81,500	44,356
0,64	0,455	76,190	44,105
0,66	0,488	71,493	44,000
0,68	0,519	67,361	44,013

Tabela 10 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(continuação)***.**

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,70	0,545	63,700	44,115
0,72	0,575	60,425	44,347
0,74	0,605	57,520	44,669
0,76	0,628	54,898	45,087
0,78	0,650	52,545	45,598
0,80	0,673	50,426	46,174
0,82	0,695	48,512	46,843
0,84	0,714	46,780	47,577
0,86	0,733	45,215	48,383
0,88	0,756	43,782	49,251
0,90	0,767	42,484	50,193
0,92	0,782	41,307	51,185
0,94	0,798	40,216	52,246
0,96	0,810	39,227	53,357
0,98	0,824	38,316	54,528
1,00	0,835	37,468	55,749
1,02	0,845	36,709	55,018
1,04	0,856	36,005	58,335
1,06	0,865	35,349	59,715
1,08	0,876	34,735	61,127
1,10	0,880	34,189	62,600
1,12	0,888	33,665	64,107
1,14	0,895	33,183	65,661
1,16	0,900	32,741	67,265
1,18	0,905	32,324	68,917
1,20	0,913	31,934	70,615
1,22	0,917	31,575	72,334
1,24	0,923	31,238	74,115
1,26	0,926	30,924	75,928
1,28	0,932	30,627	77,789
1,30	0,935	30,342	79,655
1,32	0,939	30,090	81,605
1,34	0,942	29,833	83,585
1,36	0,945	29,607	85,584
1,38	0,949	29,396	87,635
1,40	0,951	29,187	89,720
1,42	0,953	28,991	91,842
1,44	0,955	28,810	94,012
1,46	0,958	28,637	96,201
1,48	0,960	28,472	98,450
1,50	0,962	28,310	100,720
1,52	0,964	28,162	103,025
1,54	0,966	28,027	105,390
1,56	0,967	27,890	107,760
1,58	0,969	27,761	110,162
1,60	0,970	27,643	112,619
1,62	0,972	27,539	115,125
1,64	0,973	27,421	117,623
1,66	0,974	27,312	120,180
1,68	0,975	27,211	122,760

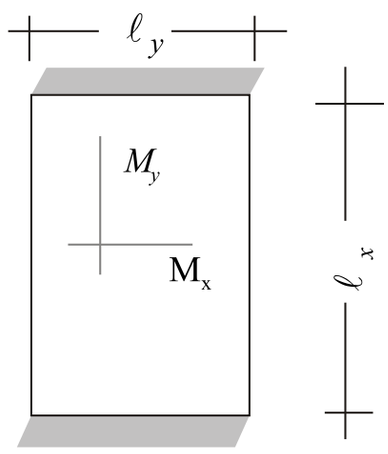
Tabela 10 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(conclusão)*.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,70	0,976	27,124	125,412
1,72	0,978	27,039	128,055
1,74	0,979	26,941	130,749
1,76	0,980	26,862	133,509
1,78	0,980	26,785	136,245
1,80	0,981	26,709	139,058
1,82	0,982	26,635	141,855
1,84	0,983	26,561	144,789
1,86	0,983	26,492	147,650
1,88	0,984	26,439	150,600
1,90	0,985	26,375	153,551
1,92	0,985	26,318	156,538
1,94	0,986	26,258	159,562
1,96	0,987	26,197	162,610
1,98	0,987	26,142	165,760
2,00	0,988	26,000	169,000

$$M_x = \frac{q\ell_x^{\,2}}{m_x} \qquad q_x = k_x.q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^{\,2}}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$

$$X_x = -0{,}0833\ q_x \ell_x^2$$



Nota: A direção x é considerada a de maior número de engastes.

Tabela 11 – Cálculo das lajes armadas em cruz - Marcus.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,50	0,115	246,416	71,435
0,52	0,127	216,515	68,000
0,54	0,145	191,658	64,607
0,56	0,165	170,912	61,868
0,58	0,184	153,425	59,501
0,60	0,206	138,612	57,432
0,62	0,229	125,983	55,671
0,64	0,251	115,160	54,157
0,66	0,276	105,812	52,851
0,68	0,300	97,710	51,762
0,70	0,325	90,655	50,849
0,72	0,349	84,482	50,100
0,74	0,376	79,055	49,885
0,76	0,400	74,269	49,000
0,78	0,425	70,030	48,650

Tabela 11 – Cálculo das lajes armadas em cruz - Marcus *(continuação)***.**

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
0,80	0,450	66,241	48,500
0,82	0,475	62,883	48,262
0,84	0,500	59,865	48,218
0,86	0,522	57,151	48,257
0,88	0,546	54,710	48,371
0,90	0,567	52,510	48,572
0,92	0,589	50,515	48,835
0,94	0,615	48,702	49,176
0,96	0,630	47,062	49,581
0,98	0,648	45,555	50,043
1,00	0,668	44,184	50,567
1,02	0,684	42,921	51,148
1,04	0,700	41,776	51,769
1,06	0,717	40,712	52,448
1,08	0,731	39,742	53,189
1,10	0,745	38,842	53,950
1,12	0,760	38,015	54,789
1,14	0,772	37,250	55,643
1,16	0,784	36,542	56,557
1,18	0,795	35,883	57,508
1,20	0,807	35,276	58,509
1,22	0,816	34,704	59,530
1,24	0,825	34,170	60,600
1,26	0,835	33,687	61,715
1,28	0,843	33,226	62,851
1,30	0,851	32,793	64,032
1,32	0,860	32,380	65,251
1,34	0,866	32,009	66,507
1,36	0,872	31,651	66,784
1,38	0,879	31,020	69,100
1,40	0,885	31,015	70,455
1,42	0,890	30,720	71,835
1,44	0,896	30,445	73,247
1,46	0,900	30,180	74,692
1,48	0,906	29,942	76,175
1,50	0,910	29,712	77,672
1,52	0,914	29,495	79,200
1,54	0,918	29,281	80,772
1,56	0,923	29,095	82,365
1,58	0,927	28,900	83,990
1,60	0,930	28,731	85,640
1,62	0,932	28,565	87,313
1,64	0,935	28,409	89,029
1,66	0,938	28,257	90,780
1,68	0,941	28,115	92,528
1,70	0,943	27,972	94,320
1,72	0,946	27,840	96,135
1,74	0,948	27,725	97,981
1,76	0,950	27,600	99,862
1,78	0,952	27,491	101,759

Tabela 11 – Cálculo das lajes armadas em cruz - Marcus *(conclusão)*.

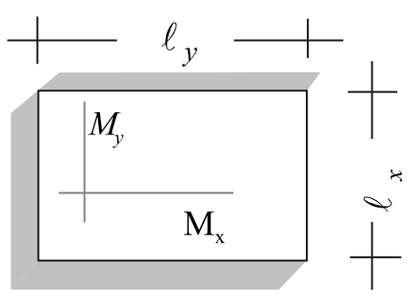
ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,80	0,954	27,385	103,689
1,82	0,956	27,286	105,634
1,84	0,958	27,189	107,628
1,86	0,960	27,087	109,630
1,88	0,961	27,005	111,649
1,90	0,963	26,910	110,715
1,92	0,964	26,837	115,789
1,94	0,966	26,755	117,899
1,96	0,967	26,688	120,045
1,98	0,968	26,618	122,197
2,00	0,970	26,548	124,362

$$M_x = \frac{q\ell_x^2}{m_x} \qquad q_x = k_x.q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^2}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$

$$X_x = -0{,}0833\ q_x \ell_x^2$$

$$X_y = -0{,}125\ q_y \ell_y^2$$



Nota: A direção x é considerada a de maior número de engastes.

Tabela 12 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus.

ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,00	0,500	55,750	55,750
1,02	0,520	53,615	55,790
1,04	0,540	51,764	55,879
1,06	0,559	49,897	56,058
1,08	0,577	48,271	56,310
1,10	0,597	46,775	56,593
1,12	0,612	45,412	56,946
1,14	0,629	44,137	57,370
1,16	0,645	42,985	57,890
1,18	0,662	41,888	58,336
1,20	0,678	40,905	58,889
1,22	0,690	39,980	59,505
1,24	0,704	39,127	60,157
1,26	0,718	38,328	60,850
1,28	0,730	37,590	61,585
1,30	0,745	36,894	62,057
1,32	0,754	36,247	63,168
1,34	0,764	35,651	64,035
1,36	0,774	35,089	64,915
1,38	0,785	34,578	65,920
1,40	0,793	34,100	66,797

Tabela 12 – Cálculo das lajes armadas em cruz – Marcus *(continuação)***.**

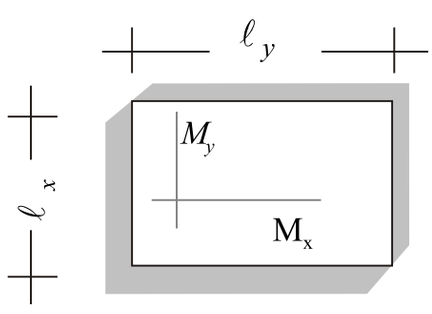
ℓ_Y / ℓ_X	k_X	m_X	m_Y
1,42	0,805	33,637	67,801
1,44	0,810	33,195	68,825
1,46	0,820	32,790	69,789
1,48	0,828	32,405	70,980
1,50	0,836	32,045	72,105
1,52	0,843	31,718	73,252
1,54	0,850	31,395	74,449
1,56	0,858	31,097	75,650
1,58	0,864	30,816	76,905
1,60	0,868	30,547	78,171
1,62	0,873	30,279	79,471
1,64	0,879	30,045	80,805
1,66	0,885	29,830	82,178
1,68	0,890	29,617	83,549
1,70	0,893	29,410	85,000
1,72	0,895	29,215	86,389
1,74	0,902	29,027	87,860
1,76	0,905	28,845	89,357
1,78	0,908	28,689	90,862
1,80	0,913	28,522	92,405
1,82	0,915	28,372	93,972
1,84	0,921	28,226	95,545
1,86	0,924	28,099	97,167
1,88	0,926	27,954	98,820
1,90	0,930	27,851	100,462
1,92	0,932	27,712	102,150
1,94	0,934	27,605	103,865
1,96	0,936	27,491	105,589
1,98	0,939	27,388	107,360
2,00	0,945	27,300	110,052

$$M_x = \frac{q\ell_x^2}{m_x} \qquad q_x = k_x . q$$

$$M_y = \frac{q\ell_x^2}{m_y} \qquad q_y = q - q_x$$

$$X_x = -0{,}0833\ q_x \ell_x^2$$

$$X_y = -0{,}0833\ q_y \ell_y^2$$



Nota: A direção y é considerada no vão de maior dimensão.

Segundo a ABNT NBR 6118: 2003, quando houver predominância de cargas permanentes, as lajes vizinhas podem ser consideradas como isoladas, realizando-se compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada.

No caso de análise plástica, a compatibilização pode ser realizada mediante alteração das razões entre momentos de borda e vão, em procedimento iterativo, até a obtenção de valores equilibrados nas bordas.

A ABNT NBR 6118: 2003 permite, simplificadamente, a adoção do maior valor de momento negativo ao invés de equilibrar os momentos de lajes diferentes sobre uma borda comum.

Ex. 12 – Seja o conjunto de lajes do pavimento típico de uma edificação. Determine os momentos fletores.

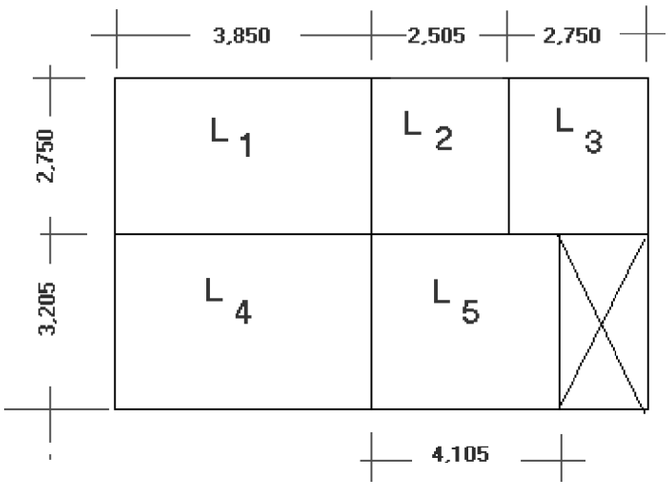


Figura 24.

1.....ψ_2 = 1,8

l_x / l_y = 1,4 .....ψ_2 = 1,64

2.....ψ_2 = 1,4

1..... – 0,4

0,4..... x

x = 0,4 x- 0,4 = - 0,16

1,80 - 0,16 = 1,64

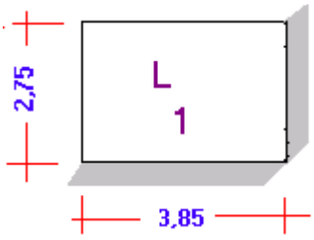


Figura 25.

$$d \geq \frac{2,75}{1,64x25} = 6,7\ cm$$

h = 6,7 + 1,5 = 8,2 cm. Adotar-se-á 9 cm.

Para $l_y / l_x = 1,4$, tira-se da Tabela 9 o valor igual a: k_x = 0,793.

q_x = 0,793 x 4,750 = 3,770 kN/m²

q_y = 4,750 - 3,770 = 0,980 kN/ m²

- peso próprio	2,25 kN/m²
- revestimento	1,00 kN/m²
- sobrecarga	1,50 kN/m²
	4,75 kN/m²

$$M_x = \frac{4,750x2,75^2}{22,124} = 1,62\,kNm$$

$$M_x = \frac{4,750x2,75^2}{43,370} = 0,83\,kNm$$

Para $1_y / 1_x = 1{,}4$, tira-se da Tabela 9 o valor igual a: $k_x = 0{,}793$.

q_x = 0,793 x 4,750 = 3,770 kN/m²

q_y = 4,750 - 3,770 = 0,980 kN/ m²

- peso próprio	2,25 kN/m²
- revestimento	1,00 kN/m²
- sobrecarga	1,50 kN/m²
	4,75 kN/m²

Logo:

$$X_x = -0{,}125 \times 3{,}770 \times 2{,}750^2 = -3{,}56 \text{ kNm}$$

$$X_y = -0{,}125 \times 0{,}980 \times 3{,}850^2 = -1{,}81 \text{ kNm}$$

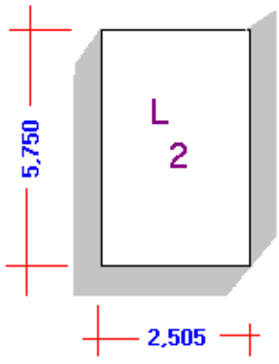


Figura 26.

$1_y / 1_x = 2{,}750 / 2{,}505 = 1{,}10 \Rightarrow k_x = 0{,}745$

$q_x = 0{,}745 \text{x} 4{,}500 = 3{,}35 \text{ kN/m}^2$

$q_y = 4{,}50 - 3{,}35 = 1{,}15 \text{ kN/m}^2$

$$d \geq \frac{250{,}50}{1{,}94 \text{x} 25} = 5{,}16 \text{ cm}$$

$h = 5{,}16 + 1{,}50 = 6{,}56$ *cm.* Adotou-se h = 8 cm.

$$M_x = \frac{4{,}500 \text{x} 2{,}505^2}{38{,}842} = 0{,}73 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{4{,}500 \text{x} 2{,}505^2}{53{,}950} = 0{,}52 \text{ kNm}$$

$X_x = -0{,}0833 \text{x} 3{,}350 \text{x} 2{,}505^2 = -1{,}75 \text{ kNm}$

$X_y = -0{,}125 \text{x} 1{,}150 \text{x} 2750^2 = -1{,}09 \text{ kNm}$

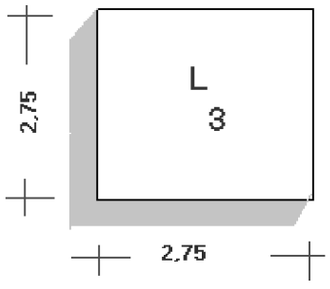


Figura 27.

$1_y / 1_x = 2{,}75 / 2{,}75 = 1 \Rightarrow k_x = 0{,}500$

$q_x = 0{,}50 \text{x} 4{,}50 = 2{,}25 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow 0{,}50 \text{x} 4{,}50 = 2{,}25 \text{kNm/m}^2$

$q_y = 4{,}50 - 2{,}25 = 2{,}25 \text{ kN/m}^2$

$$d \geq \frac{275{,}0}{1{,}8x25} = 6{,}11$$

h = 6,11 + 1,50 = 7,60 cm. Porém, será adotado: h = 8 cm.

$$M_x = \frac{4{,}500 \text{x} 2{,}750^2}{37{,}145} = 0{,}92 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{4{,}500 \text{x} 2{,}750^2}{37{,}145} = 0{,}92 \text{ kNm}$$

$X_x = X_y = -0{,}125 \text{x} 2{,}250 \text{x} 2{,}750^2 = -2{,}13 \text{ kNm}$

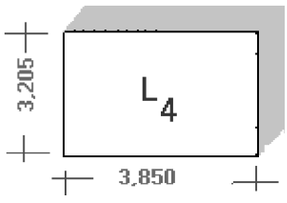


Figura 28.

$1_y / 1_x = 1{,}20 \Rightarrow k_x = 0{,}674$

$q_x = 0{,}674 \text{x} 4{,}750 = 3{,}20 \text{ kN/m}^2$

$q_y = 4{,}75 - 3{,}20 = 1{,}55 \text{ kN/m}^2$

$$d \geq \frac{320{,}50}{1{,}72 \text{x} 25} = 7{,}5 \text{ cm}$$

$h = 7{,}50 + 1{,}50 = 9 \text{ cm}$

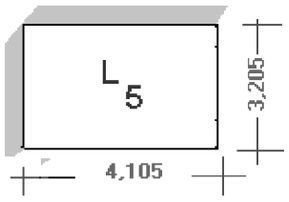


Figura 29.

$$M_x = \frac{4{,}750x3{,}205^2}{27{,}005} = 1{,}81\,\text{kNm}$$

$$M_y = \frac{4{,}750x3{,}205^2}{38{,}894} = 1{,}25\,\text{kNm}$$

$$X_x = -0{,}125x3{,}200x3{,}205^2 = -4{,}11\,\text{kNm}$$

$$X_y = -0{,}125x1{,}550x3{,}850^2 = 2{,}87\,\text{kNm}$$

$$l_y / l_y = 4{,}105/3{,}205 = 1{,}28 \Rightarrow k_x = 0{,}729$$

$$q_x = 0{,}729x4{,}750 = 3{,}46\ \text{kN/m}^2$$

$$q_y = 4{,}75 - 3{,}46 = 1{,}29\ \text{kNm}^2$$

$$M_x = \frac{4{,}750x3{,}205^2}{24{,}667} = 1{,}98\,\text{kNm}$$

$$M_y = \frac{4{,}750x3{,}205^2}{40{,}410} = 1{,}21\,\text{kNm}$$

$$X_x = -0{,}125x3{,}460x3{,}205^2 = 4{,}44\ \text{kNm}$$

$$X_y = -0{,}125x1{,}290x4{,}105^2 = 2{,}72\ \text{kNm}$$

Contudo, para efeito de cálculo da armadura de lajes, tendo em vista os apoios com momentos fletores desiguais tem-se que compensar o momento fletor de uma laje com a outra adjacente como, por exemplo, o momento fletor – 3,56 kNm da laje L_1 com - 4,11 kNm da laje L_4 ou – 1,75 kNm da laje L_2 com – 2,13 kNm da laje L_3.

Entretanto, essa compensação poderá ser feita com o critério prático que toma a média aritmética desses momentos, porém nunca utilizando valores inferiores a 80 % do maior dos momentos.

Contudo, caso não se queira seguir esse critério, outra alternativa será a de se tomar o maior dos momentos.

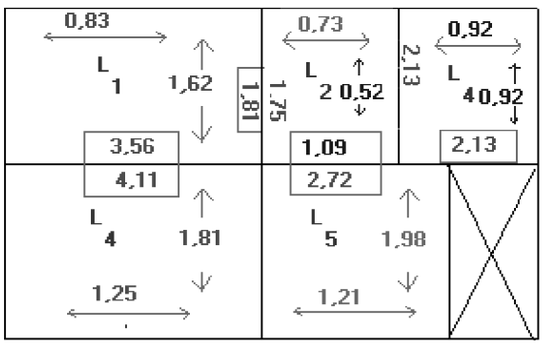


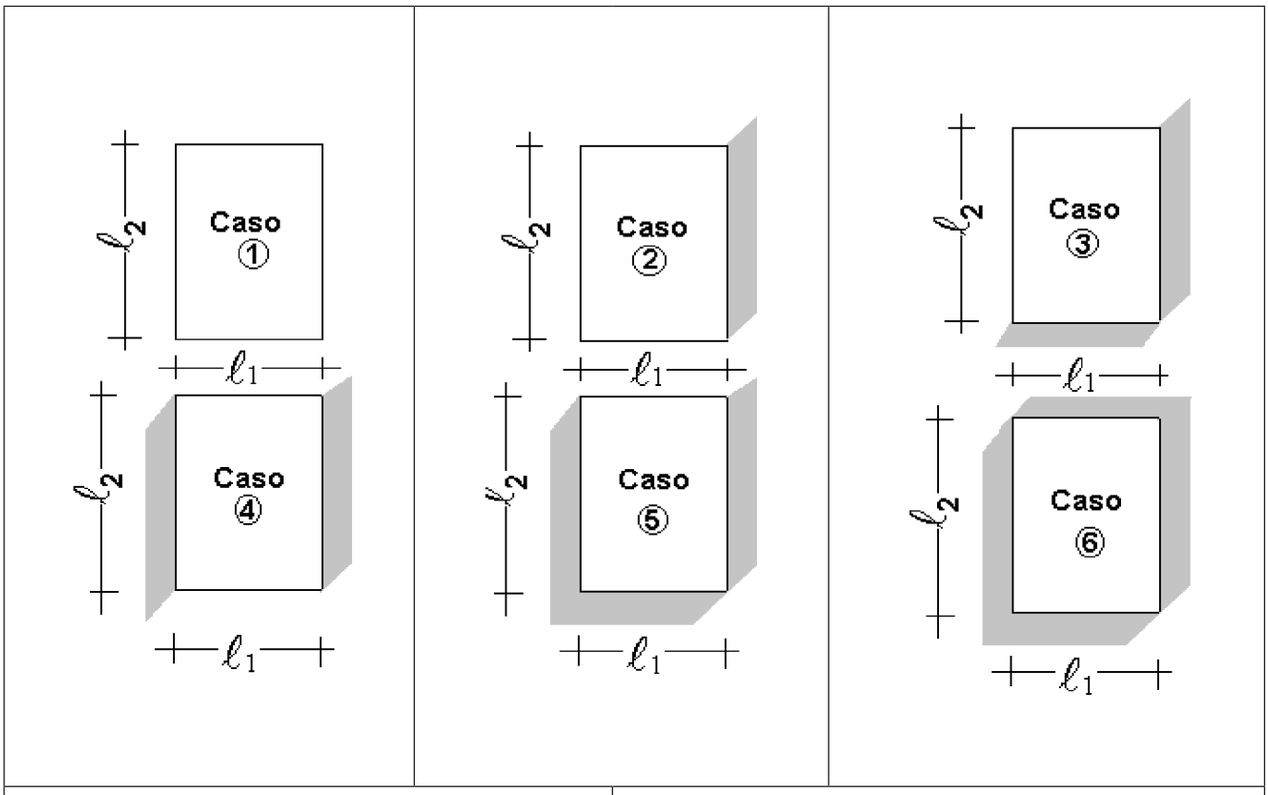
Figura 30 - Esquema dos momentos fletores positivos e momentos fletores negativos a serem ainda compensados.

3.6 – Momentos fletores-regime rígido plástico

Desenvolveu-se este estudo com base na teoria apresentada por K. W. Johansen. As Tabelas 14 a 19 são utilizadas no cálculo de momentos fletores de lajes retangulares no regime rígido-plástico. Os vãos teóricos serão designados por ℓ_1 e ℓ_2. Havendo, portanto, igualdade no número de engastes nas duas direções, ℓ_1 será sempre o menor dos dois. O vão ℓ_1 será o que existe o maior número de engastes.

Tabela 13 - Designação do vão ℓ_1.Cálculo dos momentos fletores-regime rígido plástico.

Descrição do tipo de laje	Vão	Observação
1	ℓ_1	Menor dos dois vãos teóricos
2		Aquele em cuja direção atua o engaste
3		Menor dos dois vãos
4		Vão em cuja direção atuam os engastes
5		Vão em cuja direção atuam dois engastes
6		Menor dos vãos



$$M_1 = k_{m1}.q\,\ell_1^2 \qquad X_1 = -1{,}5M_1$$

$$M_2 = k_{m1}.M_1 \qquad X_2 = -1{,}5M_2$$

Figura 31 – Lajes retangulares-casos típicos para cálculo dos momentos fletores no regime rígido-plástico.

Tomando-se, como exemplo, o caso 2 da Figura 31, para o cálculo dos momentos fletores, pode-se mediante o uso da Tabela 15 calcular da seguinte maneira uma vez que q = 4 kN/m², $\ell_1 = 4\,\text{m}$ e $\ell_2 = 5\,\text{m}$.

Acessando-se à referida tabela com $\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{5}{4} = 1{,}25$, tira-se:

$$k_{m1} = 0{,}049276$$
$$k_{m2} = 0{,}384000$$

e , por conseguinte, os momentos serão:

$$M_1 = k_{m1} q \ell_1^2 = 0{,}049276 \text{ x } 4 \text{ x } 4^2 = 3{,}15 \text{ kNm}$$

$$M_2 = k_{m2} M_1 = 0{,}384000 \text{ x } 3{,}15 = 1{,}21 \text{ kNm}$$

$$X_1 = -1{,}5 M_1 = -1{,}5 x 3{,}15 = -\ 4{,}72\ kNm$$

De igual forma, a título de melhor elucidação, sendo $q = 4\,\text{kN/m}^2$, $\ell_1 = 4{,}00\text{m}$ e $\ell_2 = 4{,}52\,\text{m}$, pode-se calcular os momentos fletores, por exemplo, admitindo-se o caso 4 da Figura 31, mediante o uso da Tabela 17, ou seja:

$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{4{,}52}{4{,}00} = 1{,}13$$

então:

$$M_1 = k_{m1} q \ell_1^2 = 0{,}035589 \text{ x } 4 \text{ x } 4^2 = 2{,}28 \text{ kNm}$$

$$M_2 = k_{m2} M_1 = 0{,}313259 \text{ x } 2{,}28 = 0{,}71 \text{ kNm}$$

$$X_1 = -1{,}5 M_1 = -1{,}5 \text{ x } 2{,}28 = -3{,}42 \text{ kNm}$$

Os pavimentos dos edifícios podem ser modelados como grelhas, para estudo das cargas verticais, considerando-se a rigidez à flexão dos pilares. No entanto, face as limitações deste trabalho, deixa-se a critério do leitor essa pesquisa em literaturas mais apropriadas.

3.7- Quinhões de carga

Representam a carga uniformemente distribuída transferida pelas lajes às vigas. Os Quinhões de Carga são expressos pelas fórmulas:

$$k_x = \frac{q \ell_x}{4}$$
$$k_y = k_x (2 - \lambda)$$

Sendo, no entanto, que λ deve ser admitido sempre como a relação entre o lado menor e o lado maior, obtendo-se evidentemente $\lambda \leq 1$.

Suponha, como exemplo, para melhor compreensão do exposto retro, uma determinada estrutura onde será construída uma laje com uma carga total de 4 kN/m², $\ell_x = 4{,}50m$ e $\ell_y = 6{,}00m$, e calcule os quinhões de carga representativos dessa estrutura.

$$\lambda = \frac{\ell_x}{\ell_y} = \frac{4{,}50}{6{,}00} = 0{,}75$$

$$k_x = \frac{4 \text{ x } 4{,}50}{4} = 4{,}5 \text{ kN / m}$$

$$k_y = 4{,}5(2 - 0{,}75) = 5{,}62 \text{ kN / m}$$

Com esses resultados, constata-se que a laje em referência transfere às vigas de direção X uma carga distribuída de 4,5 kN/m, bem como às vigas de direção Y uma carga de 5,62 kN/m.

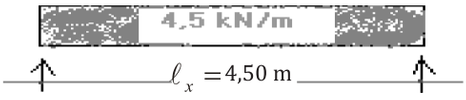


Figura 32 – Vigas na direção X.

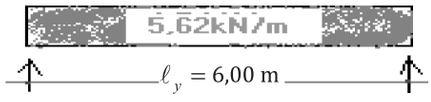


Figura 33– Vigas na direção Y.

Tabela 14 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 1 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,00	0,042500	1,000000
1,01	0,043348	0,980296
1,02	0,044191	0,961169
1,03	0,045030	0,942596
1,04	0,045863	0,924556
1,05	0,046691	0,907029
1,06	0,047513	0,889996
1,07	0,048330	0,873439
1,08	0,049140	0,857339
1,09	0,049944	0,841680
1,10	0,050742	0,826446
1,11	0,051533	0,811622
1,12	0,052318	0,797194
1,13	0,053096	0,783147
1,14	0,053867	0,769468
1,15	0,054630	0,756144
1,16	0,055387	0,743163
1,17	0,056137	0,730514
1,18	0,056879	0,718184
1,19	0,057614	0,706165
1,20	0,058341	0,694444
1,21	0,059061	0,683013
1,22	0,059773	0,671862
1,23	0,060478	0,660982
1,24	0,061176	0,650364
1,25	0,061866	0,640000
1,26	0,062548	0,629882
1,27	0,063223	0,620001
1,28	0,063890	0,610352
1,29	0,064550	0,600925
1,30	0,065203	0,591716
1,31	0,065847	0,582717
1,32	0,066485	0,573921
1,33	0,067115	0,565323
1,34	0,067737	0,556917
1,35	0,068353	0,548697
1,36	0,068961	0,540657
1,37	0,069561	0,532793
1,38	0,070155	0,525100

Tabela 14 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 1 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,39	0,070741	0,517572
1,40	0,071321	0,510204
1,41	0,071893	0,502993
1,42	0,072458	0,495933
1,43	0,073017	0,489021
1,44	0,073568	0,482253
1,45	0,074113	0,475624
1,46	0,074651	0,469131
1,47	0,075182	0,462770
1,48	0,075707	0,456538
1,49	0,076225	0,450430
1,50	0,076737	0,444444
1,51	0,077243	0,438577
1,52	0,077742	0,432825
1,53	0,078235	0,427186
1,54	0,078721	0,421656
1,55	0,079202	0,416233
1,56	0,079677	0,410914
1,57	0,080145	0,405696
1,58	0,080608	0,400577
1,59	0,081065	0,395554
1,60	0,081516	0,390625
1,61	0,081962	0,385788
1,62	0,082402	0,381039
1,63	0,082836	0,376378
1,64	0,083265	0,371802
1,65	0,083688	0,367309
1,66	0,084107	0,362897
1,67	0,084520	0,358564
1,68	0,084927	0,354308
1,69	0,085330	0,350128
1,70	0,085728	0,346021
1,71	0,086120	0,341986
1,72	0,086508	0,338021
1,73	0,086891	0,334124
1,74	0,087269	0,330295
1,75	0,087643	0,326531
1,76	0,088012	0,322831
1,77	0,088376	0,319193

Tabela 14 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 1 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,78	0,088736	0,315617
1,79	0,089091	0,312100
1,80	0,089442	0,308642
1,81	0,089788	0,305241
1,82	0,090130	0,301896
1,83	0,090469	0,298606
1,84	0,090802	0,295369
1,85	0,091132	0,292184
1,86	0,091458	0,289051
1,87	0,091780	0,285968
1,88	0,092098	0,282933
1,89	0,092412	0,279947
1,90	0,092722	0,277008
1,91	0,093028	0,274115
1,92	0,093331	0,271267
1,93	0,093630	0,268464
1,94	0,093925	0,265703
1,95	0,094217	0,262985
1,96	0,094506	0,260308
1,97	0,094790	0,257672
1,98	0,095072	0,255076
1,99	0,095350	0,252519
2,00	0,095625	0,250000

Tabela 15 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 2 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,50	0,007989	2,400000
0,51	0,008515	2,306805
0,52	0,009057	2,218935
0,53	0,009613	2,135991
0,54	0,010184	2,057613
0,55	0,010767	1,983471
0,56	0,011363	1,913265
0,57	0,011971	1,846722
0,58	0,012588	1,783591
0,59	0,013216	1,723643
0,60	0,013852	1,666667
0,61	0,014496	1,612470
0,62	0,015147	1,560874
0,63	0,015804	1,511716
0,64	0,016467	1,464844
0,65	0,017133	1,420118
0,66	0,017803	1,377410
0,67	0,018476	1,336601
0,68	0,019151	1,297578
0,69	0,019827	1,260239
0,70	0,020503	1,224490
0,71	0,021179	1,190240
0,72	0,021854	1,157407
0,73	0,022528	1,125915
0,74	0,023200	1,095690
0,75	0,023869	1,066667
0,76	0,024535	1,038781
0,77	0,025197	1,011975
0,78	0,025855	0,986193
0,79	0,026509	0,961384
0,80	0,027158	0,937500
0,81	0,027802	0,914495
0,82	0,028440	0,892326
0,83	0,029072	0,870954
0,84	0,029698	0,850340
0,85	0,030319	0,830450
0,86	0,030932	0,811249
0,87	0,031539	0,792707
0,88	0,032139	0,774793

Tabela 15 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 2 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,89	0,032732	0,757480
0,90	0,033318	0,740741
0,91	0,033896	0,724550
0,92	0,034468	0,708885
0,93	0,035032	0,693722
0,94	0,035588	0,679040
0,95	0,036137	0,664820
0,96	0,036679	0,651042
0,97	0,037213	0,637687
0,98	0,037739	0,624740
0,99	0,038258	0,612182
1,00	0,038769	0,600000
1,01	0,039273	0,588178
1,02	0,039770	0,576701
1,03	0,040259	0,565558
1,04	0,040740	0,554734
1,05	0,041214	0,544218
1,06	0,041681	0,533998
1,07	0,042141	0,524063
1,08	0,042594	0,514403
1,09	0,043040	0,505008
1,10	0,043478	0,495868
1,11	0,043910	0,486973
1,12	0,044335	0,478316
1,13	0,044753	0,469888
1,14	0,045164	0,461681
1,15	0,045569	0,453686
1,16	0,045968	0,445898
1,17	0,046360	0,438308
1,18	0,046745	0,430911
1,19	0,047125	0,423699
1,20	0,047498	0,416667
1,21	0,047865	0,409808
1,22	0,048227	0,403117
1,23	0,048582	0,396589
1,24	0,048932	0,390219
1,25	0,049276	0,384000
1,26	0,049615	0,377929
1,27	0,049948	0,372001

Tabela 15 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 2 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,28	0,050275	0,366211
1,29	0,050598	0,360555
1,30	0,050915	0,355030
1,31	0,051227	0,349630
1,32	0,051534	0,344353
1,33	0,051836	0,339194
1,34	0,052133	0,334150
1,35	0,052426	0,329218
1,36	0,052713	0,324394
1,37	0,052996	0,319676
1,38	0,053275	0,315060
1,39	0,053549	0,310543
1,40	0,053819	0,306122
1,41	0,054084	0,301796
1,42	0,054346	0,297560
1,43	0,054603	0,293413
1,44	0,054856	0,289352
1,45	0,055105	0,285375
1,46	0,055350	0,281479
1,47	0,055592	0,277662
1,48	0,055829	0,273923
1,49	0,056063	0,270258
1,50	0,056293	0,266667
1,51	0,056520	0,263146
1,52	0,056743	0,259695
1,53	0,056963	0,256312
1,54	0,057179	0,252994
1,55	0,057392	0,249740
1,56	0,057602	0,246548
1,57	0,057808	0,243418
1,58	0,058012	0,240346
1,59	0,058212	0,237332
1,60	0,058409	0,234375
1,61	0,058604	0,231473
1,62	0,058795	0,228624
1,63	0,058984	0,225827
1,64	0,059169	0,223081
1,65	0,059352	0,220386
1,66	0,059533	0,217738

Tabela 15 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 2 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,67	0,059710	0,215139
1,68	0,059885	0,212585
1,69	0,060058	0,210077
1,70	0,060228	0,207612
1,71	0,060395	0,205191
1,72	0,060560	0,202812
1,73	0,060723	0,200474
1,74	0,060883	0,198177
1,75	0,061041	0,195918
1,76	0,061197	0,193698
1,77	0,061350	0,191516
1,78	0,061501	0,189370
1,79	0,061650	0,187260
1,80	0,061797	0,185185
1,81	0,061942	0,183145
1,82	0,062085	0,181138
1,83	0,062226	0,179163
1,84	0,062365	0,177221
1,85	0,062502	0,175310
1,86	0,062637	0,173430
1,87	0,062771	0,171581
1,88	0,062902	0,169760
1,89	0,063032	0,167968
1,90	0,063160	0,166205
1,91	0,063286	0,164469
1,92	0,063410	0,162760
1,93	0,063533	0,161078
1,94	0,063654	0,159422
1,95	0,063774	0,157791
1,96	0,063892	0,156185
1,97	0,064008	0,154603
1,98	0,064123	0,153046
1,99	0,064236	0,151511
2,00	0,064348	0,150000

Tabela 16 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 3 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,00	0,025500	1,000000
1,01	0,026009	0,980296
1,02	0,026515	0,961169
1,03	0,027018	0,942596
1,04	0,027518	0,924556
1,05	0,028014	0,907029
1,06	0,028508	0,889996
1,07	0,028998	0,873439
1,08	0,029484	0,857339
1,09	0,029967	0,841680
1,10	0,030445	0,826446
1,11	0,030920	0,811622
1,12	0,031391	0,797194
1,13	0,031857	0,783147
1,14	0,032320	0,769468
1,15	0,032778	0,756144
1,16	0,033232	0,743163
1,17	0,033682	0,730514
1,18	0,034127	0,718184
1,19	0,034568	0,706165
1,20	0,035005	0,694444
1,21	0,035437	0,683013
1,22	0,035864	0,671862
1,23	0,036287	0,660982
1,24	0,036706	0,650364
1,25	0,037120	0,640000
1,26	0,037529	0,629882
1,27	0,037934	0,620001
1,28	0,038334	0,610352
1,29	0,038730	0,600925
1,30	0,039122	0,591716
1,31	0,039508	0,582717
1,32	0,039891	0,573921
1,33	0,040269	0,565323
1,34	0,040642	0,556917
1,35	0,041012	0,548697
1,36	0,041376	0,540657
1,37	0,041737	0,532793
1,38	0,042093	0,525100

Tabela 16 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 3 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,39	0,042445	0,517572
1,40	0,042792	0,510204
1,41	0,043136	0,502993
1,42	0,043475	0,495933
1,43	0,043810	0,489021
1,44	0,044141	0,482253
1,45	0,044468	0,475624
1,46	0,044791	0,469131
1,47	0,045109	0,462770
1,48	0,045424	0,456538
1,49	0,045735	0,450430
1,50	0,046042	0,444444
1,51	0,046346	0,438577
1,52	0,046645	0,432825
1,53	0,046941	0,427186
1,54	0,047233	0,421656
1,55	0,047521	0,416233
1,56	0,047806	0,410914
1,57	0,048087	0,405696
1,58	0,048365	0,400577
1,59	0,048639	0,395554
1,60	0,048910	0,390625
1,61	0,049177	0,385788
1,62	0,049441	0,381039
1,63	0,049702	0,376378
1,64	0,049959	0,371802
1,65	0,050213	0,367309
1,66	0,050464	0,362897
1,67	0,050712	0,358564
1,68	0,050956	0,354308
1,69	0,051198	0,350128
1,70	0,051437	0,346021
1,71	0,051672	0,341986
1,72	0,051905	0,338021
1,73	0,052135	0,334124
1,74	0,052362	0,330295
1,75	0,052586	0,326531
1,76	0,052807	0,322831
1,77	0,053026	0,319193

Tabela 16 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 3 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,78	0,053241	0,315617
1,79	0,053454	0,312100
1,80	0,053665	0,308642
1,81	0,053873	0,305241
1,82	0,054078	0,301896
1,83	0,054281	0,298606
1,84	0,054481	0,295369
1,85	0,054679	0,292184
1,86	0,054875	0,289051
1,87	0,055068	0,285968
1,88	0,055259	0,282933
1,89	0,055447	0,279947
1,90	0,055633	0,277008
1,91	0,055817	0,274115
1,92	0,055998	0,271267
1,93	0,056178	0,268464
1,94	0,056355	0,265703
1,95	0,056530	0,262985
1,96	0,056703	0,260308
1,97	0,056874	0,257672
1,98	0,057043	0,255076
1,99	0,057210	0,252519
2,00	0,057375	0,250000

Tabela 17 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 4 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,50	0,009767	1,600000
0,51	0,010300	1,537870
0,52	0,010839	1,479290
0,53	0,011383	1,423994
0,54	0,011930	1,371742
0,55	0,012480	1,322314
0,56	0,013031	1,275510
0,57	0,013583	1,231148
0,58	0,014135	1,189061
0,59	0,014686	1,149095
0,60	0,015236	1,111111
0,61	0,015783	1,074980
0,62	0,016327	1,040583
0,63	0,016868	1,007811
0,64	0,017404	0,976563
0,65	0,017936	0,946746
0,66	0,018463	0,918274
0,67	0,018984	0,891067
0,68	0,019500	0,865052
0,69	0,020009	0,840160
0,70	0,020512	0,816327
0,71	0,021009	0,793493
0,72	0,021498	0,771605
0,73	0,021981	0,750610
0,74	0,022456	0,730460
0,75	0,022924	0,711111
0,76	0,023385	0,692521
0,77	0,023838	0,674650
0,78	0,024283	0,657462
0,79	0,024722	0,640923
0,80	0,025152	0,625000
0,81	0,025575	0,609663
0,82	0,025991	0,594884
0,83	0,026399	0,580636
0,84	0,026800	0,566893
0,85	0,027193	0,553633
0,86	0,027579	0,540833
0,87	0,027958	0,528471
0,88	0,028329	0,516529

Tabela 17 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.

Caso 4 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,89	0,028694	0,504987
0,90	0,029051	0,493827
0,91	0,029402	0,483033
0,92	0,029746	0,472590
0,93	0,030083	0,462481
0,94	0,030413	0,452694
0,95	0,030737	0,443213
0,96	0,031055	0,434028
0,97	0,031366	0,425125
0,98	0,031672	0,416493
0,99	0,031971	0,408122
1,00	0,032264	0,400000
1,01	0,032552	0,392118
1,02	0,032833	0,384468
1,03	0,033110	0,377038
1,04	0,033380	0,369822
1,05	0,033646	0,362812
1,06	0,033906	0,355999
1,07	0,034161	0,349375
1,08	0,034411	0,342936
1,09	0,034656	0,336672
1,10	0,034897	0,330579
1,11	0,035132	0,324649
1,12	0,035363	0,318878
1,13	0,035589	0,313259
1,14	0,035811	0,307787
1,15	0,036029	0,302457
1,16	0,036243	0,297265
1,17	0,036452	0,292205
1,18	0,036657	0,287274
1,19	0,036859	0,282466
1,20	0,037056	0,277778
1,21	0,037250	0,273205
1,22	0,037440	0,268745
1,23	0,037626	0,264393
1,24	0,037809	0,260146
1,25	0,037989	0,256000
1,26	0,038165	0,251953
1,27	0,038338	0,248000

Tabela 17 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.

Caso 4 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,28	0,038507	0,244141
1,29	0,038673	0,240370
1,30	0,038837	0,236686
1,31	0,038997	0,233087
1,32	0,039154	0,229568
1,33	0,039309	0,226129
1,34	0,039461	0,222767
1,35	0,039609	0,219479
1,36	0,039756	0,216263
1,37	0,039899	0,213117
1,38	0,040040	0,210040
1,39	0,040179	0,207029
1,40	0,040315	0,204082
1,41	0,040448	0,201197
1,42	0,040579	0,198373
1,43	0,040708	0,195609
1,44	0,040835	0,192901
1,45	0,040959	0,190250
1,46	0,041082	0,187652
1,47	0,041202	0,185108
1,48	0,041320	0,182615
1,49	0,041436	0,180172
1,50	0,041550	0,177778
1,51	0,041662	0,175431
1,52	0,041773	0,173130
1,53	0,041881	0,170874
1,54	0,041988	0,168663
1,55	0,042093	0,166493
1,56	0,042196	0,164366
1,57	0,042297	0,162278
1,58	0,042397	0,160231
1,59	0,042495	0,158222
1,60	0,042591	0,156250
1,61	0,042686	0,154315
1,62	0,042779	0,152416
1,63	0,042871	0,150551
1,64	0,042962	0,148721
1,65	0,043051	0,146924
1,66	0,043138	0,145159

Tabela 17 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.

Caso 4 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,67	0,043224	0,143426
1,68	0,043309	0,141723
1,69	0,043392	0,140051
1,70	0,043475	0,138408
1,71	0,043555	0,136794
1,72	0,043635	0,135208
1,73	0,043713	0,133650
1,74	0,043790	0,132118
1,75	0,043866	0,130612
1,76	0,043941	0,129132
1,77	0,044015	0,127677
1,78	0,044088	0,126247
1,79	0,044159	0,124840
1,80	0,044229	0,123457
1,81	0,044299	0,122096
1,82	0,044367	0,120758
1,83	0,044434	0,119442
1,84	0,044501	0,118147
1,85	0,044566	0,116874
1,86	0,044631	0,115620
1,87	0,044694	0,114387
1,88	0,044757	0,113173
1,89	0,044818	0,111979
1,90	0,044879	0,110803
1,91	0,044939	0,109646
1,92	0,044998	0,108507
1,93	0,045056	0,107385
1,94	0,045113	0,106281
1,95	0,045170	0,105194
1,96	0,045226	0,104123
1,97	0,045281	0,103069
1,98	0,045335	0,102030
1,99	0,045388	0,101008
2,00	0,045441	0,100000

Tabela 18 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 5 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,50	0,004476	2,664000
0,51	0,004782	2,560554
0,52	0,005098	2,463018
0,53	0,005423	2,370951
0,54	0,005759	2,283951
0,55	0,006103	2,201653
0,56	0,006456	2,123724
0,57	0,006818	2,049861
0,58	0,007188	1,979786
0,59	0,007564	1,913243
0,60	0,007948	1,850000
0,61	0,008338	1,789841
0,62	0,008734	1,732570
0,63	0,009135	1,678005
0,64	0,009542	1,625977
0,65	0,009952	1,576331
0,66	0,010366	1,528926
0,67	0,010784	1,483627
0,68	0,011204	1,440311
0,69	0,011627	1,398866
0,70	0,012052	1,359184
0,71	0,012478	1,321166
0,72	0,012905	1,284722
0,73	0,013332	1,249765
0,74	0,013760	1,216216
0,75	0,014188	1,184000
0,76	0,014615	1,153047
0,77	0,015041	1,123292
0,78	0,015465	1,094675
0,79	0,015888	1,067137
0,80	0,016310	1,040625
0,81	0,016729	1,015089
0,82	0,017146	0,990482
0,83	0,017560	0,966759
0,84	0,017971	0,943878
0,85	0,018379	0,921799
0,86	0,018784	0,900487
0,87	0,019186	0,879905
0,88	0,019584	0,860021

Tabela 18 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.

Caso 5 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
0,89	0,019978	0,840803
0,90	0,020369	0,822222
0,91	0,020755	0,804251
0,92	0,021138	0,786862
0,93	0,021516	0,770031
0,94	0,021890	0,753735
0,95	0,022260	0,737950
0,96	0,022626	0,722656
0,97	0,022987	0,707833
0,98	0,023344	0,693461
0,99	0,023696	0,679522
1,00	0,024044	0,666000
1,01	0,024387	0,652877
1,02	0,024725	0,640138
1,03	0,025060	0,627769
1,04	0,025389	0,615754
1,05	0,025714	0,604082
1,06	0,026035	0,592738
1,07	0,026351	0,581710
1,08	0,026663	0,570988
1,09	0,026970	0,560559
1,10	0,027273	0,550413
1,11	0,027571	0,540541
1,12	0,027865	0,530931
1,13	0,028155	0,521576
1,14	0,028441	0,512465
1,15	0,028722	0,503592
1,16	0,028999	0,494946
1,17	0,029272	0,486522
1,18	0,029541	0,478311
1,19	0,029806	0,470306
1,20	0,030066	0,462500
1,21	0,030323	0,454887
1,22	0,030576	0,447460
1,23	0,030825	0,440214
1,24	0,031071	0,433143
1,25	0,031312	0,426240
1,26	0,031550	0,419501
1,27	0,031784	0,412921

Tabela 18 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.

Caso 5 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,28	0,032015	0,406494
1,29	0,032242	0,400216
1,30	0,032465	0,394083
1,31	0,032685	0,388089
1,32	0,032902	0,382231
1,33	0,033116	0,376505
1,34	0,033326	0,370907
1,35	0,033533	0,365432
1,36	0,033736	0,360078
1,37	0,033937	0,354840
1,38	0,034134	0,349716
1,39	0,034329	0,344703
1,40	0,034520	0,339796
1,41	0,034709	0,334993
1,42	0,034895	0,330292
1,43	0,035078	0,325688
1,44	0,035258	0,321181
1,45	0,035435	0,316766
1,46	0,035610	0,312441
1,47	0,035782	0,308205
1,48	0,035951	0,304054
1,49	0,036118	0,299986
1,50	0,036283	0,296000
1,51	0,036445	0,292092
1,52	0,036604	0,288262
1,53	0,036761	0,284506
1,54	0,036916	0,280823
1,55	0,037068	0,277211
1,56	0,037219	0,273669
1,57	0,037367	0,270194
1,58	0,037512	0,266784
1,59	0,037656	0,263439
1,60	0,037798	0,260156
1,61	0,037937	0,256935
1,62	0,038074	0,253772
1,63	0,038210	0,250668
1,64	0,038343	0,247620
1,65	0,038475	0,244628
1,66	0,038604	0,241690

Tabela 18 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.

Caso 5 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,67	0,038732	0,238804
1,68	0,038858	0,235969
1,69	0,038982	0,233185
1,70	0,039105	0,230450
1,71	0,039225	0,227762
1,72	0,039344	0,225122
1,73	0,039461	0,222527
1,74	0,039577	0,219976
1,75	0,039691	0,217469
1,76	0,039803	0,215005
1,77	0,039914	0,212583
1,78	0,040023	0,210201
1,79	0,040131	0,207859
1,80	0,040237	0,205556
1,81	0,040342	0,203290
1,82	0,040445	0,201063
1,83	0,040547	0,198871
1,84	0,040648	0,196716
1,85	0,040747	0,194595
1,86	0,040844	0,192508
1,87	0,040941	0,190454
1,88	0,041036	0,188434
1,89	0,041130	0,186445
1,90	0,041223	0,184488
1,91	0,041314	0,182561
1,92	0,041404	0,180664
1,93	0,041493	0,178797
1,94	0,041581	0,176958
1,95	0,041668	0,175148
1,96	0,041753	0,173365
1,97	0,041838	0,171610
1,98	0,041921	0,169881
1,99	0,042003	0,168178
2,00	0,042084	0,166500

Tabela 19 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico.

Caso 6 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,00	0,016833	1,000000
1,01	0,017169	0,980296
1,02	0,017503	0,961169
1,03	0,017835	0,942596
1,04	0,018165	0,924556
1,05	0,018493	0,907029
1,06	0,018819	0,889996
1,07	0,019142	0,873439
1,08	0,019463	0,857339
1,09	0,019782	0,841680
1,10	0,020098	0,826446
1,11	0,020411	0,811622
1,12	0,020722	0,797194
1,13	0,021030	0,783147
1,14	0,021335	0,769468
1,15	0,021638	0,756144
1,16	0,021938	0,743163
1,17	0,022234	0,730514
1,18	0,022528	0,718184
1,19	0,022819	0,706165
1,20	0,023108	0,694444
1,21	0,023393	0,683013
1,22	0,023675	0,671862
1,23	0,023954	0,660982
1,24	0,024230	0,650364
1,25	0,024504	0,640000
1,26	0,024774	0,629882
1,27	0,025041	0,620001
1,28	0,025306	0,610352
1,29	0,025567	0,600925
1,30	0,025825	0,591716
1,31	0,026081	0,582717
1,32	0,026333	0,573921
1,33	0,026583	0,565323
1,34	0,026829	0,556917
1,35	0,027073	0,548697
1,36	0,027314	0,540657
1,37	0,027552	0,532793
1,38	0,027787	0,525100

Tabela 19 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(continuação)*.

Caso 6 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,39	0,028019	0,517572
1,40	0,028249	0,510204
1,41	0,028475	0,502993
1,42	0,028699	0,495933
1,43	0,028920	0,489021
1,44	0,029139	0,482253
1,45	0,029355	0,475624
1,46	0,029568	0,469131
1,47	0,029778	0,462770
1,48	0,029986	0,456538
1,49	0,030191	0,450430
1,50	0,030394	0,444444
1,51	0,030594	0,438577
1,52	0,030792	0,432825
1,53	0,030987	0,427186
1,54	0,031180	0,421656
1,55	0,031370	0,416233
1,56	0,031558	0,410914
1,57	0,031744	0,405696
1,58	0,031927	0,400577
1,59	0,032108	0,395554
1,60	0,032287	0,390625
1,61	0,032463	0,385788
1,62	0,032637	0,381039
1,63	0,032810	0,376378
1,64	0,032979	0,371802
1,65	0,033147	0,367309
1,66	0,033313	0,362897
1,67	0,033476	0,358564
1,68	0,033638	0,354308
1,69	0,033797	0,350128
1,70	0,033955	0,346021
1,71	0,034110	0,341986
1,72	0,034264	0,338021
1,73	0,034416	0,334124
1,74	0,034566	0,330295
1,75	0,034713	0,326531
1,76	0,034860	0,322831
1,77	0,035004	0,319193

Tabela 19 - Cálculo dos momentos fletores - regime rígido plástico *(conclusão)*.

Caso 6 - Cálculos dos momentos fletores - regime rígido plástico.		
l_2 / l_1	k_{m1}	k_{m2}
1,78	0,035146	0,315617
1,79	0,035287	0,312100
1,80	0,035426	0,308642
1,81	0,035563	0,305241
1,82	0,035699	0,301896
1,83	0,035833	0,298606
1,84	0,035965	0,295369
1,85	0,036096	0,292184
1,86	0,036225	0,289051
1,87	0,036352	0,285968
1,88	0,036478	0,282933
1,89	0,036602	0,279947
1,90	0,036725	0,277008
1,91	0,036846	0,274115
1,92	0,036966	0,271267
1,93	0,037085	0,268464
1,94	0,037202	0,265703
1,95	0,037317	0,262985
1,96	0,037432	0,260308
1,97	0,037544	0,257672
1,98	0,037656	0,255076
1,99	0,037766	0,252519
2,00	0,037875	0,250000

3.8- Reações de apoio das lajes

• lajes armadas numa só direção

$$R = 0{,}50.p.\ell$$

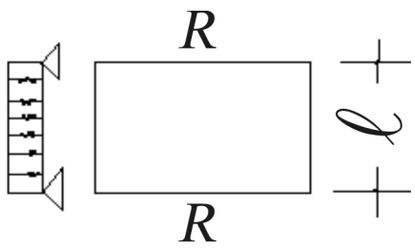


Figura 34.

$$R' = 0{,}37\ .p.\ell$$
$$R'' = 0{,}63\ .p.\ell$$

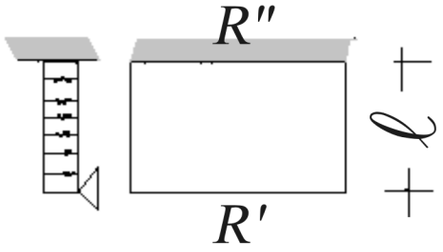


Figura 35.

$$R = 0{,}50.p.\ell$$

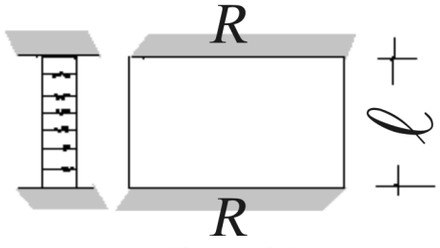


Figura 36.

Ex. 13 - Determine as reações de apoio da laje apresentadas na Figura 37.

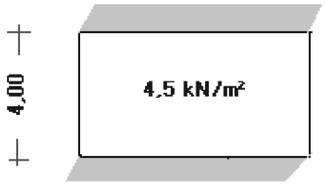


Figura 37.

R = 0,50 x 4,50 x 4,00 = 9 kN/m

Ex. 14 - Determine as reações de apoio da laje esquematizada na Figura 38.

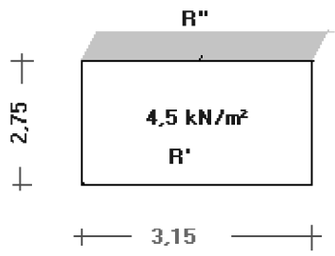


Figura 38.

$$R' = 0{,}37x4{,}50x2{,}75 = 4{,}58\,kN/m$$
$$R'' = 0{,}63x4{,}50x2{,}75 = 7{,}80kN/m$$

• lajes armadas em cruz

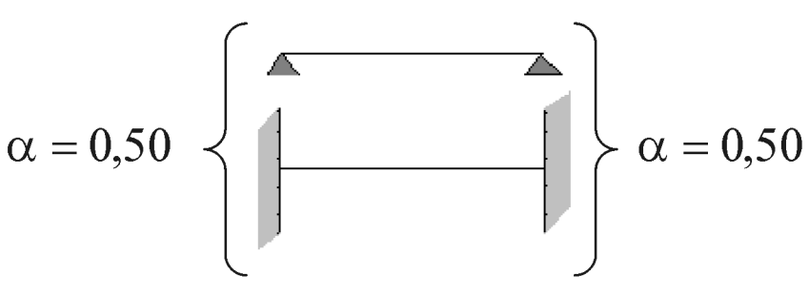


Figura 39.

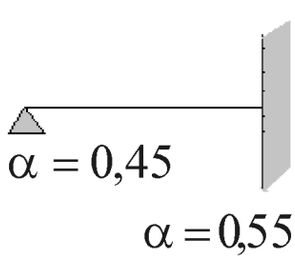


Figura 40.

$$R_x = \alpha . q_x . \ell_x$$
$$R_y = \alpha . q_y . \ell_y$$

Estas reações, assim calculadas, podem ser consideradas como uniformemente distribuídas sobre toda a extensão do apoio.

Ex. 15- Seja a laje da Figura 41, determine as reações sobre os apoios desta.

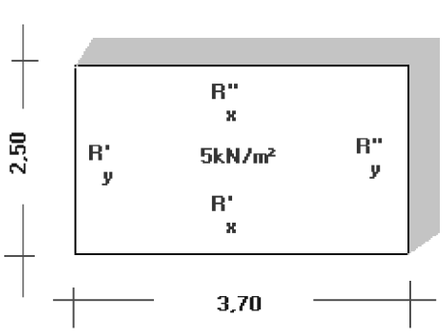


Figura 41.

$$l_y / l_x = 3{,}70 / 2{,}50 = 1{,}48$$
$$k_x = 0{,}827$$
$$q_x = 0{,}827x5{,}000 = 4{,}135 kNm^2$$
$$q_y = 5{,}000 - 4{,}135 = 0{,}865 kN/m^2$$
$$R'_x = 0{,}450x0{,}827x5{,}000x2{,}500 = 4{,}65\,kN/m$$
$$R''_x = 0{,}550x0{,}827x5{,}000x2{,}500 = 5{,}68\,kNm$$
$$R'y = 0{,}450x0{,}865x3{,}700 = 1{,}44\,kN/m$$
$$R''_y = 0{,}550x0{,}865x3{,}700 = 1{,}76\,kN/m$$

Ex. 16- Determine as reações sobre os apoios da laje apresenta na Figura 42.

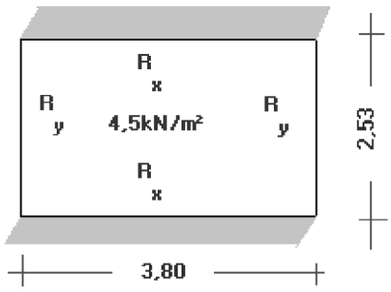


Figura 42.

$$l_y / l_x = 3{,}80 / 2{,}53 = 1{,}50$$

$$k_x = 0{,}962$$

$$q_x = 0{,}962 \text{x} 4{,}500 = 4{,}329\,\text{kN/m}^2$$

$$q_y = 4{,}500 - 4{,}329 = 0{,}171\,\text{kN/m}^2$$

$$R_x = 0{,}500 \text{x} 4{,}329 \text{x} 2{,}530 = 5{,}48\,\text{kN/m}$$

$$R_y = 0{,}500 \text{x} 0{,}171 \text{x} 3{,}800 = 0{,}32\,\text{kN/m}$$

Ex. 17- Determine as reações sobre os apoios da laje esquematizada na Figura 43.

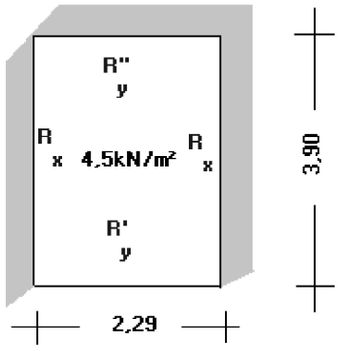


Figura 43.

$$l_y / l_x = 0{,}943 \text{x} 4{,}500 = 4{,}24\,\text{kNm}^2$$

$$k_x = 0{,}943$$

$$q_x = 0{,}943 \text{x} 4{,}500 = 4{,}24\,\text{kN/m}^2$$

$$q_y = 4{,}50 - 4{,}24 = 0{,}26\,\text{kN/m}^2$$

$$R_x = 0{,}50 \text{x} 4{,}24 \text{x} 2{,}29 = 4{,}85\,\text{kN/m}$$

$$R'_y = 0{,}45 \text{x} 0{,}26 \text{x} 3{,}90 = 0{,}46\,\text{kN/m}$$

$$R''_y = 0{,}55 \text{x} 0{,}26 \text{x} 3{,}90 = 0{,}56\,\text{kN/m}$$

Ex. 18- Considere o mesmo esquema do Exemplo 12, e determine as reações das lajes sobre os apoios.

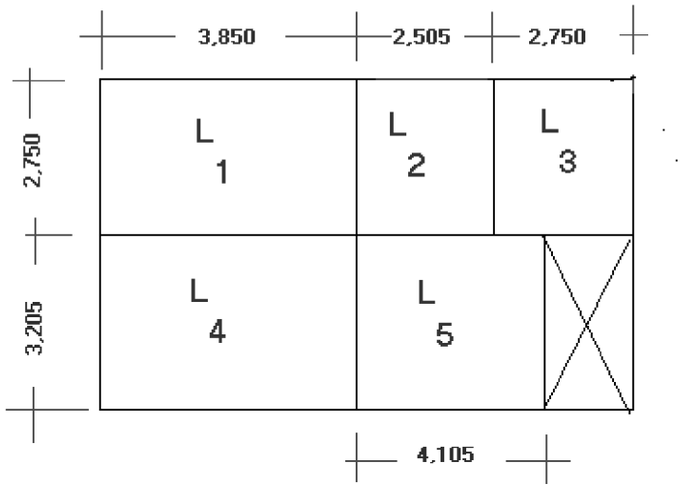


Figura 44.

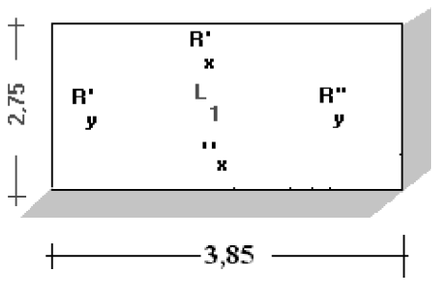


Figura 45.

$l_y / l_x = 3,85/2,75 = 1,4 \Rightarrow k_x = 0,793$

$q_x = 0,973x4,750 = 377\,kN/m^2$

$q_y = 4,75 - 3,77 = 0,98\,kN/m^2$

$R'_x = 0,45x3,77x2,75 = 4,66\,kN/m$

$R''_x = 0,55x3,77x2,75 = 5,70\,kN/m$

$R'_y = 0,45x0,98x3,85 = 1,70\,kN/m$

$R''_y = 0,55x0,98x3,85 = 2,07\,kN/m$

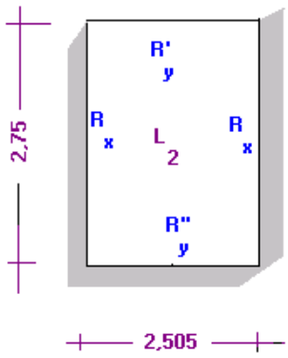


Figura 46.

$l_y / l_x = 2,750/2,505 = 1,10 \Rightarrow k_x = 0,745$

$q_x = 0,745x4,500 = 3,35\,kN/m^2$

$q_y = 4,50 - 3,35 = 1,15\,kN/m^2$

$R_x = 0,500x3,350x2,505 = 4,19\,kN/m$

$R'_y = 0,45x1,15x2,75 = 1,42\,kN/m$

$R''_y = 0,55x1,15x2,75 = 1,74\,kNm$

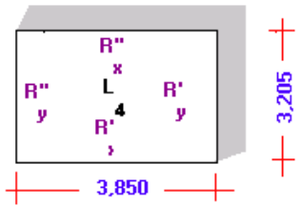


Figura 47.

$l_y / l_x = 3,850/3,205 = 1,20 \Rightarrow k_x = 0,674$

$q_x = 0,674x4,750 = 3,20\,kN/m^2$

$q_y = 4,75 - 3,20 = 1,55\,kN/m^2$

$R'_x = 0,450x3,200x3,205 = 4,62$

$R''_x = 0,550x3,200x3,205 = 5,64\,kN/m$

$R''_y = 0,45x1,55x3,85 = 2,68\,kN/m$

$R''_y = 0,55x1,55x3,85 = 3,28\,kN/m$

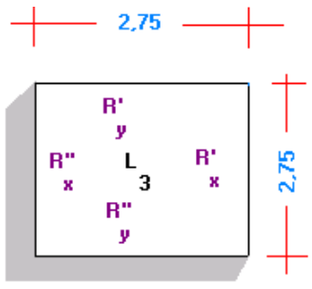


Figura 48(a).

$l_y / l_x = 2,75/2,75 = 1 \Rightarrow k_x = 0,5$

$q_x = q_y = 2,25kn/m^2$

$R'_x = 0,45x2,25x2,75 = 2,78\,kN/m$

$R''_x = 0,55x2,25x2,75 = 3,40\,kN/m$

$R'_y = 0,45x2,25x2,75 = 2,78\,kN/m$

$R''_y = 0,55x2,25x2,75 = 3,40\,kN/m$

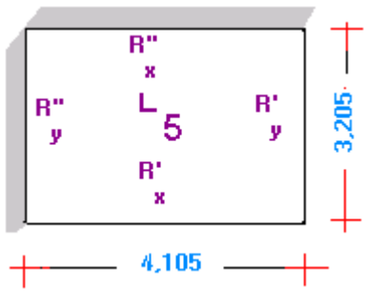


Figura 48(b).

$$l_y / l_x = 1{,}28 \Rightarrow k_x = 0{,}729$$

$$q_x = 0{,}729 \text{x} 4{,}750 = 3{,}46\,\text{kN/m}^2$$

$$q_y = 4{,}75 - 3{,}46 = 1{,}29\,\text{kN/m}^2$$

$$R'_x = 0{,}450 \text{x} 3{,}460 \text{x} 3{,}205 = 4{,}99\,\text{kN/m}$$

$$R''_x = 0{,}550 \text{x} 3{,}460 \text{x} 3{,}205 = 6{,}10\,\text{kN/m}$$

$$R'_y = 0{,}450 \text{x} 1{,}290 \text{x} 4{,}105 = 2{,}38\,\text{kN/m}$$

$$R''_y = 0{,}550 \text{x} 1{,}290 \text{x} 4{,}105 = 2{,}91\,\text{kN/m}$$

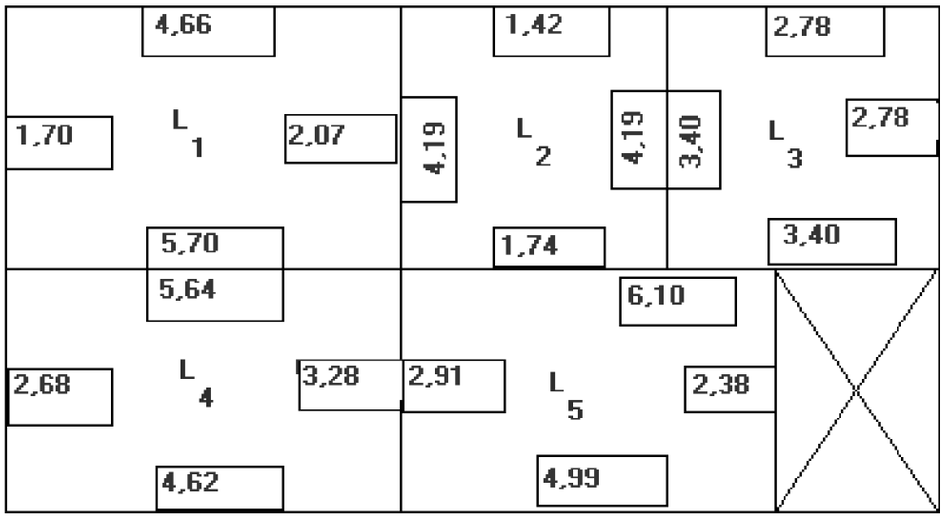


Figura 49 -Esquemas das reações das lajes sobre os apoios.

No entanto, segundo a ABNT NBR 6118: 2003, para o cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme podem ser feitas as seguintes aproximações:

a) as reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios determinados através das charneiras plásticas, sendo que essas reações podem ser, de maneira aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhes servem de apoio;

b) quando a análise plástica não for efetuada, as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices com os seguintes ângulos:

- 45^0 entre dois apoios do mesmo tipo;

- 60^0 a partir do apoio considerado engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado;

- 90^0 a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

As Tabelas 21 a 26 são utilizadas no cálculo de reações de lajes retangulares. Vale ser ressaltado que este estudo foi feito com base no trabalho de Tepedino (1983). Os vãos teóricos serão designados por ℓ_x e ℓ_y. Havendo igualdade no número de engastes nas duas direções, ℓ_x será sempre o menor dos dois. O vão ℓ_x será o que existe o maior número de engastes.

Tabela 20 - Designação do vão ℓ_x para cálculo de reações em lajes retangulares.

Descrição do tipo de laje	Vão	Observação
1	ℓ_x	Menor dos dois vãos teóricos
2		Aquele em cuja direção atua o engaste
3		Menor dos dois vãos
4		Vão em cuja direção atuam os engastes
5		Vão em cuja direção atuam dois engastes
6		Menor dos vãos

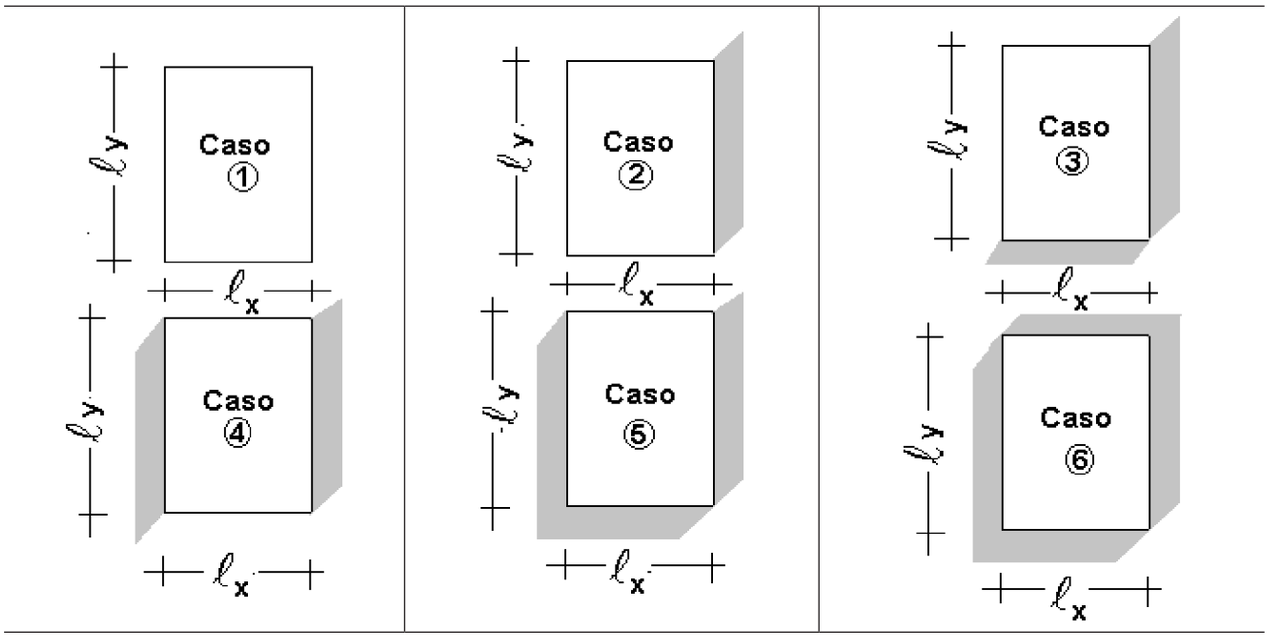
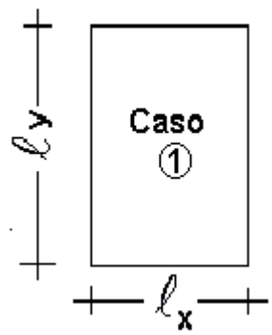


Figura 50 – Cálculo de reações em lajes retangulares.

Ex. 19 – Considere como exemplo as lajes pertencentes a uma estrutura de uma edificação mostradas no Quadro 13 e determine as reações, fazendo uso das Tabelas 21 a 26.

Quadro 13 - Cálculo de reações em lajes retangulares.

Caso	Dados	Cálculo
	$\ell_x = 5{,}0\,\text{m}$ $\ell_y = 5{,}0\,\text{m}$ $q = 4\,\text{kN/m}^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}00$ Rx_1 = 0,250 x 4 x 5 = 5,000 kN/m Rx_2 = 0,250 x 4 x 5 = 5,000 kN/m Ry_1 = 1,000 x 5 = 5,000 kN/m Ry_2 = 1,000 x 5 = 5,000 kN/m

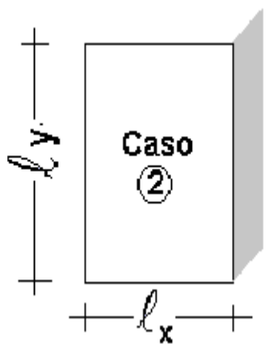
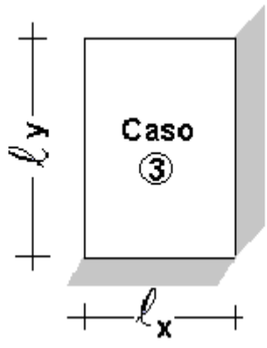
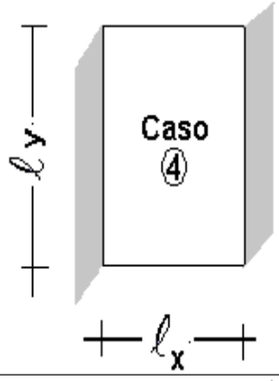
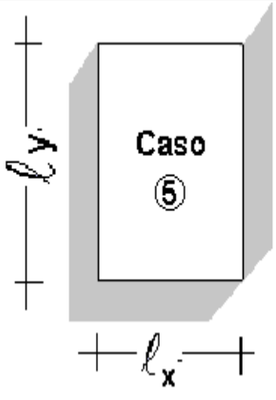
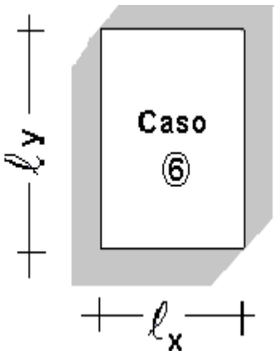
	$\ell_x = 4{,}0\ m$ $\ell_y = 5{,}0\ m$ $q = 4\ kN/m^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}25$ Rx_1 = 0,183 x 4 x 4 = 2,930 kN/m Rx_2 = 0,183 x 4 x 4 = 2,930 kN/m Ry_1 = 1,4144 x 2,93 = 4,140 kN/m Ry_2 = 1,732051 x 4,14 = 7,170 kN/m
	$\ell_x = 3{,}00\ m$ $\ell_y = 3{,}15\ m$ $q = 4\ kN/m^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}05$ Rx_1 = 0,183x 3 x 4 = 2,196 kN/m Rx_2 = 0,316965 x 3 x 4 = 3,804 kN/m Ry_1 = 1,047703 x 2,196 = 2,301 kN/m Ry_2 = 1,732051 x 2,301 = 3,985 kN/m
	$\ell_x = 4{,}0\ m$ $\ell_y = 4{,}6\ m$ $q = 4\ kN/m^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}15$ Rx_1 = 0,144337 x 4 x 4 = 2,309 kN/m Rx_2 = 0,144337 x 4 x 4 = 2,309 kN/m Ry_1 = 2,594460 x 2,309 = 5,991 kN/m Ry_2 = 2,594460 x 2,309 = 5,991 kN/m
	$\ell_x = 4{,}0\ m$ $\ell_y = 4{,}8\ m$ $q = 4\ kN/m^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}20$ Rx_1 = 0,144337x 4 x 4 = 2,309 kN/m Rx_2 = 0,249999 x 4 x 4 = 4,000 kN/m Ry_1 = 2,325747 x 2,309 = 5,370 kN/m Ry_2 = 2,325747 x 2,309 = 5,370 kN/m
	$\ell_x = 4{,}0\ m$ $\ell_y = 5{,}0\ m$ $q = 4\ kN/m^2$	$\frac{\ell_y}{\ell_x} = 1{,}25$ Rx_1 = 0,250x 4 x 4 = 4,000 kN/m Rx_2 = 0,250 x 4 x 4= 4,000 kN/m Ry_1 = 1,200 x 4 = 4,800 kN/m Ry_2 = 1,200 x 4 = 4,800 kN/m

Tabela 21 - Caso 1 - Cálculo de reações em lajes retagulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,00	0,250000	0,250000	1,000000	1,000000
1,01	0,250000	0,250000	1,009901	1,009901
1,02	0,250000	0,250000	1,019608	1,019608
1,03	0,250000	0,250000	1,029126	1,029126
1,04	0,250000	0,250000	1,038462	1,038462
1,05	0,250000	0,250000	1,047619	1,047619
1,06	0,250000	0,250000	1,056604	1,056604
1,07	0,250000	0,250000	1,065421	1,065421
1,08	0,250000	0,250000	1,074074	1,074074
1,09	0,250000	0,250000	1,082569	1,082569
1,10	0,250000	0,250000	1,090909	1,090909
1,11	0,250000	0,250000	1,099099	1,099099
1,12	0,250000	0,250000	1,107143	1,107143
1,13	0,250000	0,250000	1,115044	1,115044
1,14	0,250000	0,250000	1,122807	1,122807
1,15	0,250000	0,250000	1,130435	1,130435
1,16	0,250000	0,250000	1,137931	1,137931
1,17	0,250000	0,250000	1,145299	1,145299
1,18	0,250000	0,250000	1,152542	1,152542
1,19	0,250000	0,250000	1,159664	1,159664
1,20	0,250000	0,250000	1,166667	1,166667
1,21	0,250000	0,250000	1,173554	1,173554
1,22	0,250000	0,250000	1,180328	1,180328
1,23	0,250000	0,250000	1,186992	1,186992
1,24	0,250000	0,250000	1,193548	1,193548
1,25	0,250000	0,250000	1,200000	1,200000
1,26	0,250000	0,250000	1,206349	1,206349
1,27	0,250000	0,250000	1,212598	1,212598
1,28	0,250000	0,250000	1,218750	1,218750
1,29	0,250000	0,250000	1,224806	1,224806
1,30	0,250000	0,250000	1,230769	1,230769
1,31	0,250000	0,250000	1,236641	1,236641
1,32	0,250000	0,250000	1,242424	1,242424
1,33	0,250000	0,250000	1,248120	1,248120
1,34	0,250000	0,250000	1,253731	1,253731
1,35	0,250000	0,250000	1,259259	1,259259
1,36	0,250000	0,250000	1,264706	1,264706
1,37	0,250000	0,250000	1,270073	1,270073
1,38	0,250000	0,250000	1,275362	1,275362
1,39	0,250000	0,250000	1,280576	1,280576
1,40	0,250000	0,250000	1,285714	1,285714

Tabela 21 - Caso 1 - Cálculo de reações em lajes retagulares *(continuação).*

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,41	0,250000	0,250000	1,290780	1,290780
1,42	0,250000	0,250000	1,295775	1,295775
1,43	0,250000	0,250000	1,300699	1,300699
1,44	0,250000	0,250000	1,305556	1,305556
1,45	0,250000	0,250000	1,310345	1,310345
1,46	0,250000	0,250000	1,315068	1,315068
1,47	0,250000	0,250000	1,319728	1,319728
1,48	0,250000	0,250000	1,324324	1,324324
1,49	0,250000	0,250000	1,328859	1,328859
1,50	0,250000	0,250000	1,333333	1,333333
1,51	0,250000	0,250000	1,337748	1,337748
1,52	0,250000	0,250000	1,342105	1,342105
1,53	0,250000	0,250000	1,346405	1,346405
1,54	0,250000	0,250000	1,350649	1,350649
1,55	0,250000	0,250000	1,354839	1,354839
1,56	0,250000	0,250000	1,358974	1,358974
1,57	0,250000	0,250000	1,363057	1,363057
1,58	0,250000	0,250000	1,367089	1,367089
1,59	0,250000	0,250000	1,371069	1,371069
1,60	0,250000	0,250000	1,375000	1,375000
1,61	0,250000	0,250000	1,378882	1,378882
1,62	0,250000	0,250000	1,382716	1,382716
1,63	0,250000	0,250000	1,386503	1,386503
1,64	0,250000	0,250000	1,390244	1,390244
1,65	0,250000	0,250000	1,393939	1,393939
1,66	0,250000	0,250000	1,397590	1,397590
1,67	0,250000	0,250000	1,401198	1,401198
1,68	0,250000	0,250000	1,404762	1,404762
1,69	0,250000	0,250000	1,408284	1,408284
1,70	0,250000	0,250000	1,411765	1,411765
1,71	0,250000	0,250000	1,415205	1,415205
1,72	0,250000	0,250000	1,418605	1,418605
1,73	0,250000	0,250000	1,421965	1,421965
1,74	0,250000	0,250000	1,425287	1,425287
1,75	0,250000	0,250000	1,428571	1,428571
1,76	0,250000	0,250000	1,431818	1,431818
1,77	0,250000	0,250000	1,435028	1,435028
1,78	0,250000	0,250000	1,438202	1,438202
1,79	0,250000	0,250000	1,441341	1,441341
1,80	0,250000	0,250000	1,444444	1,444444
1,81	0,250000	0,250000	1,447514	1,447514

Tabela 21 - Caso 1 - Cálculo de reações em lajes retagulares *(conclusão).*

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,82	0,250000	0,250000	1,450549	1,450549
1,83	0,250000	0,250000	1,453552	1,453552
1,84	0,250000	0,250000	1,456522	1,456522
1,85	0,250000	0,250000	1,459459	1,459459
1,86	0,250000	0,250000	1,462366	1,462366
1,87	0,250000	0,250000	1,465241	1,465241
1,88	0,250000	0,250000	1,468085	1,468085
1,89	0,250000	0,250000	1,470899	1,470899
1,90	0,250000	0,250000	1,473684	1,473684
1,91	0,250000	0,250000	1,476440	1,476440
1,92	0,250000	0,250000	1,479167	1,479167
1,93	0,250000	0,250000	1,481865	1,481865
1,94	0,250000	0,250000	1,484536	1,484536
1,95	0,250000	0,250000	1,487179	1,487179
1,96	0,250000	0,250000	1,489796	1,489796
1,97	0,250000	0,250000	1,492386	1,492386
1,98	0,250000	0,250000	1,494949	1,494949
1,99	0,250000	0,250000	1,497487	1,497487
2,00	0,250000	0,250000	1,500000	1,500000

Tabela 22 - Caso 2 - Cálculo de reações em lajes retangulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,50	0,164591	0,164591	0,125000	1,732051
0,51	0,166140	0,166140	0,127500	1,732051
0,52	0,167621	0,167621	0,130000	1,732051
0,53	0,169034	0,169034	0,132500	1,732051
0,54	0,170378	0,170378	0,135000	1,732051
0,55	0,171655	0,171655	0,137500	1,732051
0,56	0,172862	0,172862	0,140000	1,732051
0,57	0,174002	0,174002	0,142500	1,732051
0,58	0,175073	0,175073	0,145000	1,732051
0,59	0,176076	0,176076	0,147500	1,732051
0,60	0,177010	0,177010	0,150000	1,732051
0,61	0,177877	0,177877	0,152500	1,732051
0,62	0,178674	0,178674	0,155000	1,732051
0,63	0,179404	0,179404	0,157500	1,732051
0,64	0,180065	0,180065	0,160000	1,732051
0,65	0,180658	0,180658	0,162500	1,732051
0,66	0,181183	0,181183	0,165000	1,732051
0,67	0,181639	0,181639	0,167500	1,732051
0,68	0,182027	0,182027	0,170000	1,732051
0,69	0,182346	0,182346	0,172500	1,732051
0,70	0,182597	0,182597	0,175000	1,732051
0,71	0,182780	0,182780	0,177500	1,732051
0,72	0,182895	0,182895	0,180000	1,732051
0,73	0,182941	0,182941	0,182500	1,732051
0,74	0,183000	0,183000	1,010811	1,732051
0,75	0,183000	0,183000	1,024000	1,732051
0,76	0,183000	0,183000	1,036842	1,732051
0,77	0,183000	0,183000	1,049351	1,732051
0,78	0,183000	0,183000	1,061538	1,732051
0,79	0,183000	0,183000	1,073418	1,732051
0,80	0,183000	0,183000	1,085000	1,732051
0,81	0,183000	0,183000	1,096296	1,732051
0,82	0,183000	0,183000	1,107317	1,732051
0,83	0,183000	0,183000	1,118072	1,732051
0,84	0,183000	0,183000	1,128571	1,732051
0,85	0,183000	0,183000	1,138824	1,732051
0,86	0,183000	0,183000	1,148837	1,732051
0,87	0,183000	0,183000	1,158621	1,732051
0,88	0,183000	0,183000	1,168182	1,732051
0,89	0,183000	0,183000	1,177528	1,732051
0,90	0,183000	0,183000	1,186667	1,732051

Tabela 22 - Caso 2 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,91	0,183000	0,183000	1,195604	1,732051
0,92	0,183000	0,183000	1,204348	1,732051
0,93	0,183000	0,183000	1,212903	1,732051
0,94	0,183000	0,183000	1,221277	1,732051
0,95	0,183000	0,183000	1,229474	1,732051
0,96	0,183000	0,183000	1,237500	1,732051
0,97	0,183000	0,183000	1,245361	1,732051
0,98	0,183000	0,183000	1,253061	1,732051
0,99	0,183000	0,183000	1,260606	1,732051
1,00	0,183000	0,183000	1,268000	1,732051
1,01	0,183000	0,183000	1,275248	1,732051
1,02	0,183000	0,183000	1,282353	1,732051
1,03	0,183000	0,183000	1,289320	1,732051
1,04	0,183000	0,183000	1,296154	1,732051
1,05	0,183000	0,183000	1,302857	1,732051
1,06	0,183000	0,183000	1,309434	1,732051
1,07	0,183000	0,183000	1,315888	1,732051
1,08	0,183000	0,183000	1,322222	1,732051
1,09	0,183000	0,183000	1,328440	1,732051
1,10	0,183000	0,183000	1,334545	1,732051
1,11	0,183000	0,183000	1,340541	1,732051
1,12	0,183000	0,183000	1,346429	1,732051
1,13	0,183000	0,183000	1,352212	1,732051
1,14	0,183000	0,183000	1,357895	1,732051
1,15	0,183000	0,183000	1,363478	1,732051
1,16	0,183000	0,183000	1,368966	1,732051
1,17	0,183000	0,183000	1,374359	1,732051
1,18	0,183000	0,183000	1,379661	1,732051
1,19	0,183000	0,183000	1,384874	1,732051
1,20	0,183000	0,183000	1,390000	1,732051
1,21	0,183000	0,183000	1,395041	1,732051
1,22	0,183000	0,183000	1,400000	1,732051
1,23	0,183000	0,183000	1,404878	1,732051
1,24	0,183000	0,183000	1,409677	1,732051
1,25	0,183000	0,183000	1,414400	1,732051
1,26	0,183000	0,183000	1,419048	1,732051
1,27	0,183000	0,183000	1,423622	1,732051
1,28	0,183000	0,183000	1,428125	1,732051
1,29	0,183000	0,183000	1,432558	1,732051
1,30	0,183000	0,183000	1,436923	1,732051
1,31	0,183000	0,183000	1,441221	1,732051

Tabela 22 - Caso 2 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,32	0,183000	0,183000	1,445455	1,732051
1,33	0,183000	0,183000	1,449624	1,732051
1,34	0,183000	0,183000	1,453731	1,732051
1,35	0,183000	0,183000	1,457778	1,732051
1,36	0,183000	0,183000	1,461765	1,732051
1,37	0,183000	0,183000	1,465693	1,732051
1,38	0,183000	0,183000	1,469565	1,732051
1,39	0,183000	0,183000	1,473381	1,732051
1,40	0,183000	0,183000	1,477143	1,732051
1,41	0,183000	0,183000	1,480851	1,732051
1,42	0,183000	0,183000	1,484507	1,732051
1,43	0,183000	0,183000	1,488112	1,732051
1,44	0,183000	0,183000	1,491667	1,732051
1,45	0,183000	0,183000	1,495172	1,732051
1,46	0,183000	0,183000	1,498630	1,732051
1,47	0,183000	0,183000	1,502041	1,732051
1,48	0,183000	0,183000	1,505405	1,732051
1,49	0,183000	0,183000	1,508725	1,732051
1,50	0,183000	0,183000	1,512000	1,732051
1,51	0,183000	0,183000	1,515232	1,732051
1,52	0,183000	0,183000	1,518421	1,732051
1,53	0,183000	0,183000	1,521569	1,732051
1,54	0,183000	0,183000	1,524675	1,732051
1,55	0,183000	0,183000	1,527742	1,732051
1,56	0,183000	0,183000	1,530769	1,732051
1,57	0,183000	0,183000	1,533758	1,732051
1,58	0,183000	0,183000	1,536709	1,732051
1,59	0,183000	0,183000	1,539623	1,732051
1,60	0,183000	0,183000	1,542500	1,732051
1,61	0,183000	0,183000	1,545342	1,732051
1,62	0,183000	0,183000	1,548148	1,732051
1,63	0,183000	0,183000	1,550920	1,732051
1,64	0,183000	0,183000	1,553659	1,732051
1,65	0,183000	0,183000	1,556364	1,732051
1,66	0,183000	0,183000	1,559036	1,732051
1,67	0,183000	0,183000	1,561677	1,732051
1,68	0,183000	0,183000	1,564286	1,732051
1,69	0,183000	0,183000	1,566864	1,732051
1,70	0,183000	0,183000	1,569412	1,732051
1,71	0,183000	0,183000	1,571930	1,732051
1,72	0,183000	0,183000	1,574419	1,732051

Tabela 22 - Caso 2 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(conclusão)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,73	0,183000	0,183000	1,576879	1,732051
1,74	0,183000	0,183000	1,579310	1,732051
1,75	0,183000	0,183000	1,581714	1,732051
1,76	0,183000	0,183000	1,584091	1,732051
1,77	0,183000	0,183000	1,586441	1,732051
1,78	0,183000	0,183000	1,588764	1,732051
1,79	0,183000	0,183000	1,591061	1,732051
1,80	0,183000	0,183000	1,593333	1,732051
1,81	0,183000	0,183000	1,595580	1,732051
1,82	0,183000	0,183000	1,597802	1,732051
1,83	0,183000	0,183000	1,600000	1,732051
1,84	0,183000	0,183000	1,602174	1,732051
1,85	0,183000	0,183000	1,604324	1,732051
1,86	0,183000	0,183000	1,606452	1,732051
1,87	0,183000	0,183000	1,608556	1,732051
1,88	0,183000	0,183000	1,610638	1,732051
1,89	0,183000	0,183000	1,612698	1,732051
1,90	0,183000	0,183000	1,614737	1,732051
1,91	0,183000	0,183000	1,616754	1,732051
1,92	0,183000	0,183000	1,618750	1,732051
1,93	0,183000	0,183000	1,620725	1,732051
1,94	0,183000	0,183000	1,622680	1,732051
1,95	0,183000	0,183000	1,624615	1,732051
1,96	0,183000	0,183000	1,626531	1,732051
1,97	0,183000	0,183000	1,628426	1,732051
1,98	0,183000	0,183000	1,630303	1,732051
1,99	0,183000	0,183000	1,632161	1,732051
2,00	0,183000	0,183000	1,634000	1,732051

Tabela 23 - Caso 3 - Cálculo de reações em lajes retangulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,00	0,183000	0,316965	1,000088	1,732051
1,01	0,183000	0,316965	1,009988	1,732051
1,02	0,183000	0,316965	1,019694	1,732051
1,03	0,183000	0,316965	1,029212	1,732051
1,04	0,183000	0,316965	1,038546	1,732051
1,05	0,183000	0,316965	1,047703	1,732051
1,06	0,183000	0,316965	1,056687	1,732051
1,07	0,183000	0,316965	1,065503	1,732051
1,08	0,183000	0,316965	1,074156	1,732051
1,09	0,183000	0,316965	1,082650	1,732051
1,10	0,183000	0,316965	1,090989	1,732051
1,11	0,183000	0,316965	1,099178	1,732051
1,12	0,183000	0,316965	1,107221	1,732051
1,13	0,183000	0,316965	1,115122	1,732051
1,14	0,183000	0,316965	1,122884	1,732051
1,15	0,183000	0,316965	1,130511	1,732051
1,16	0,183000	0,316965	1,138007	1,732051
1,17	0,183000	0,316965	1,145374	1,732051
1,18	0,183000	0,316965	1,152617	1,732051
1,19	0,183000	0,316965	1,159738	1,732051
1,20	0,183000	0,316965	1,166740	1,732051
1,21	0,183000	0,316965	1,173626	1,732051
1,22	0,183000	0,316965	1,180400	1,732051
1,23	0,183000	0,316965	1,187063	1,732051
1,24	0,183000	0,316965	1,193619	1,732051
1,25	0,183000	0,316965	1,200070	1,732051
1,26	0,183000	0,316965	1,206419	1,732051
1,27	0,183000	0,316965	1,212668	1,732051
1,28	0,183000	0,316965	1,218819	1,732051
1,29	0,183000	0,316965	1,224874	1,732051
1,30	0,183000	0,316965	1,230837	1,732051
1,31	0,183000	0,316965	1,236708	1,732051
1,32	0,183000	0,316965	1,242491	1,732051
1,33	0,183000	0,316965	1,248186	1,732051
1,34	0,183000	0,316965	1,253797	1,732051
1,35	0,183000	0,316965	1,259324	1,732051
1,36	0,183000	0,316965	1,264771	1,732051
1,37	0,183000	0,316965	1,270137	1,732051
1,38	0,183000	0,316965	1,275426	1,732051
1,39	0,183000	0,316965	1,280639	1,732051
1,40	0,183000	0,316965	1,285777	1,732051

Tabela 23 - Caso 3 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,41	0,183000	0,316965	1,290843	1,732051
1,42	0,183000	0,316965	1,295837	1,732051
1,43	0,183000	0,316965	1,300761	1,732051
1,44	0,183000	0,316965	1,305617	1,732051
1,45	0,183000	0,316965	1,310406	1,732051
1,46	0,183000	0,316965	1,315129	1,732051
1,47	0,183000	0,316965	1,319788	1,732051
1,48	0,183000	0,316965	1,324384	1,732051
1,49	0,183000	0,316965	1,328918	1,732051
1,50	0,183000	0,316965	1,333392	1,732051
1,51	0,183000	0,316965	1,337807	1,732051
1,52	0,183000	0,316965	1,342163	1,732051
1,53	0,183000	0,316965	1,346463	1,732051
1,54	0,183000	0,316965	1,350706	1,732051
1,55	0,183000	0,316965	1,354895	1,732051
1,56	0,183000	0,316965	1,359031	1,732051
1,57	0,183000	0,316965	1,363113	1,732051
1,58	0,183000	0,316965	1,367144	1,732051
1,59	0,183000	0,316965	1,371125	1,732051
1,60	0,183000	0,316965	1,375055	1,732051
1,61	0,183000	0,316965	1,378937	1,732051
1,62	0,183000	0,316965	1,382770	1,732051
1,63	0,183000	0,316965	1,386557	1,732051
1,64	0,183000	0,316965	1,390298	1,732051
1,65	0,183000	0,316965	1,393993	1,732051
1,66	0,183000	0,316965	1,397643	1,732051
1,67	0,183000	0,316965	1,401250	1,732051
1,68	0,183000	0,316965	1,404814	1,732051
1,69	0,183000	0,316965	1,408336	1,732051
1,70	0,183000	0,316965	1,411816	1,732051
1,71	0,183000	0,316965	1,415256	1,732051
1,72	0,183000	0,316965	1,418656	1,732051
1,73	0,183000	0,316965	1,422016	1,732051
1,74	0,183000	0,316965	1,425338	1,732051
1,75	0,183000	0,316965	1,428622	1,732051
1,76	0,183000	0,316965	1,431868	1,732051
1,77	0,183000	0,316965	1,435078	1,732051
1,78	0,183000	0,316965	1,438252	1,732051
1,79	0,183000	0,316965	1,441390	1,732051
1,80	0,183000	0,316965	1,444493	1,732051
1,81	0,183000	0,316965	1,447562	1,732051

Tabela 23 - Caso 3 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(conclusão)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,82	0,183000	0,316965	1,450598	1,732051
1,83	0,183000	0,316965	1,453600	1,732051
1,84	0,183000	0,316965	1,456570	1,732051
1,85	0,183000	0,316965	1,459507	1,732051
1,86	0,183000	0,316965	1,462413	1,732051
1,87	0,183000	0,316965	1,465288	1,732051
1,88	0,183000	0,316965	1,468132	1,732051
1,89	0,183000	0,316965	1,470946	1,732051
1,90	0,183000	0,316965	1,473731	1,732051
1,91	0,183000	0,316965	1,476486	1,732051
1,92	0,183000	0,316965	1,479213	1,732051
1,93	0,183000	0,316965	1,481911	1,732051
1,94	0,183000	0,316965	1,484581	1,732051
1,95	0,183000	0,316965	1,487225	1,732051
1,96	0,183000	0,316965	1,489841	1,732051
1,97	0,183000	0,316965	1,492430	1,732051
1,98	0,183000	0,316965	1,494994	1,732051
1,99	0,183000	0,316965	1,497532	1,732051
2,00	0,183000	0,316965	1,500044	1,732051

Tabela 24 - Caso 4 -Cálculo de reações em lajes retangulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,50	0,654700	0,654700	0,216506	0,216506
0,51	0,644700	0,644700	0,220836	0,220836
0,52	0,634700	0,634700	0,225167	0,225167
0,53	0,624700	0,624700	0,229497	0,229497
0,54	0,614700	0,614700	0,233827	0,233827
0,55	0,604700	0,604700	0,238157	0,238157
0,56	0,594700	0,594700	0,242487	0,242487
0,57	0,584700	0,584700	0,246817	0,246817
0,58	0,144337	0,144337	1,739913	1,739913
0,59	0,144337	0,144337	1,769135	1,769135
0,60	0,144337	0,144337	1,797383	1,797383
0,61	0,144337	0,144337	1,824704	1,824704
0,62	0,144337	0,144337	1,851144	1,851144
0,63	0,144337	0,144337	1,876745	1,876745
0,64	0,144337	0,144337	1,901546	1,901546
0,65	0,144337	0,144337	1,925584	1,925584
0,66	0,144337	0,144337	1,948893	1,948893
0,67	0,144337	0,144337	1,971507	1,971507
0,68	0,144337	0,144337	1,993455	1,993455
0,69	0,144337	0,144337	2,014767	2,014767
0,70	0,144337	0,144337	2,035471	2,035471
0,71	0,144337	0,144337	2,055591	2,055591
0,72	0,144337	0,144337	2,075152	2,075152
0,73	0,144337	0,144337	2,094177	2,094177
0,74	0,144337	0,144337	2,112689	2,112689
0,75	0,144337	0,144337	2,130706	2,130706
0,76	0,144337	0,144337	2,148249	2,148249
0,77	0,144337	0,144337	2,165337	2,165337
0,78	0,144337	0,144337	2,181987	2,181987
0,79	0,144337	0,144337	2,198215	2,198215
0,80	0,144337	0,144337	2,214037	2,214037
0,81	0,144337	0,144337	2,229469	2,229469
0,82	0,144337	0,144337	2,244524	2,244524
0,83	0,144337	0,144337	2,259216	2,259216
0,84	0,144337	0,144337	2,273559	2,273559
0,85	0,144337	0,144337	2,287564	2,287564
0,86	0,144337	0,144337	2,301244	2,301244
0,87	0,144337	0,144337	2,314609	2,314609
0,88	0,144337	0,144337	2,327670	2,327670
0,89	0,144337	0,144337	2,340438	2,340438
0,90	0,144337	0,144337	2,352922	2,352922

Tabela 24- Caso 4 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,91	0,144337	0,144337	2,365131	2,365131
0,92	0,144337	0,144337	2,377076	2,377076
0,93	0,144337	0,144337	2,388763	2,388763
0,94	0,144337	0,144337	2,400202	2,400202
0,95	0,144337	0,144337	2,411399	2,411399
0,96	0,144337	0,144337	2,422364	2,422364
0,97	0,144337	0,144337	2,433103	2,433103
0,98	0,144337	0,144337	2,443622	2,443622
0,99	0,144337	0,144337	2,453929	2,453929
1,00	0,144337	0,144337	2,464030	2,464030
1,01	0,144337	0,144337	2,473930	2,473930
1,02	0,144337	0,144337	2,483637	2,483637
1,03	0,144337	0,144337	2,493155	2,493155
1,04	0,144337	0,144337	2,502490	2,502490
1,05	0,144337	0,144337	2,511647	2,511647
1,06	0,144337	0,144337	2,520632	2,520632
1,07	0,144337	0,144337	2,529448	2,529448
1,08	0,144337	0,144337	2,538101	2,538101
1,09	0,144337	0,144337	2,546596	2,546596
1,10	0,144337	0,144337	2,554936	2,554936
1,11	0,144337	0,144337	2,563126	2,563126
1,12	0,144337	0,144337	2,571169	2,571169
1,13	0,144337	0,144337	2,579070	2,579070
1,14	0,144337	0,144337	2,586833	2,586833
1,15	0,144337	0,144337	2,594460	2,594460
1,16	0,144337	0,144337	2,601956	2,601956
1,17	0,144337	0,144337	2,609324	2,609324
1,18	0,144337	0,144337	2,616567	2,616567
1,19	0,144337	0,144337	2,623689	2,623689
1,20	0,144337	0,144337	2,630691	2,630691
1,21	0,144337	0,144337	2,637578	2,637578
1,22	0,144337	0,144337	2,644352	2,644352
1,23	0,144337	0,144337	2,651016	2,651016
1,24	0,144337	0,144337	2,657572	2,657572
1,25	0,144337	0,144337	2,664024	2,664024
1,26	0,144337	0,144337	2,670373	2,670373
1,27	0,144337	0,144337	2,676622	2,676622
1,28	0,144337	0,144337	2,682773	2,682773
1,29	0,144337	0,144337	2,688829	2,688829
1,30	0,144337	0,144337	2,694792	2,694792
1,31	0,144337	0,144337	2,700664	2,700664

Tabela 24 - Caso 4 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,32	0,144337	0,144337	2,706447	2,706447
1,33	0,144337	0,144337	2,712142	2,712142
1,34	0,144337	0,144337	2,717753	2,717753
1,35	0,144337	0,144337	2,723281	2,723281
1,36	0,144337	0,144337	2,728728	2,728728
1,37	0,144337	0,144337	2,734095	2,734095
1,38	0,144337	0,144337	2,739384	2,739384
1,39	0,144337	0,144337	2,744597	2,744597
1,40	0,144337	0,144337	2,749735	2,749735
1,41	0,144337	0,144337	2,754801	2,754801
1,42	0,144337	0,144337	2,759795	2,759795
1,43	0,144337	0,144337	2,764720	2,764720
1,44	0,144337	0,144337	2,769576	2,769576
1,45	0,144337	0,144337	2,774365	2,774365
1,46	0,144337	0,144337	2,779089	2,779089
1,47	0,144337	0,144337	2,783748	2,783748
1,48	0,144337	0,144337	2,788344	2,788344
1,49	0,144337	0,144337	2,792879	2,792879
1,50	0,144337	0,144337	2,797353	2,797353
1,51	0,144337	0,144337	2,801768	2,801768
1,52	0,144337	0,144337	2,806125	2,806125
1,53	0,144337	0,144337	2,810425	2,810425
1,54	0,144337	0,144337	2,814669	2,814669
1,55	0,144337	0,144337	2,818858	2,818858
1,56	0,144337	0,144337	2,822993	2,822993
1,57	0,144337	0,144337	2,827076	2,827076
1,58	0,144337	0,144337	2,831107	2,831107
1,59	0,144337	0,144337	2,835088	2,835088
1,60	0,144337	0,144337	2,839018	2,839018
1,61	0,144337	0,144337	2,842900	2,842900
1,62	0,144337	0,144337	2,846734	2,846734
1,63	0,144337	0,144337	2,850521	2,850521
1,64	0,144337	0,144337	2,854262	2,854262
1,65	0,144337	0,144337	2,857957	2,857957
1,66	0,144337	0,144337	2,861608	2,861608
1,67	0,144337	0,144337	2,865215	2,865215
1,68	0,144337	0,144337	2,868779	2,868779
1,69	0,144337	0,144337	2,872301	2,872301
1,70	0,144337	0,144337	2,875782	2,875782
1,71	0,144337	0,144337	2,879222	2,879222
1,72	0,144337	0,144337	2,882622	2,882622

Tabela 24 - Caso 4 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(conclusão)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,73	0,144337	0,144337	2,885982	2,885982
1,74	0,144337	0,144337	2,889304	2,889304
1,75	0,144337	0,144337	2,892588	2,892588
1,76	0,144337	0,144337	2,895835	2,895835
1,77	0,144337	0,144337	2,899045	2,899045
1,78	0,144337	0,144337	2,902219	2,902219
1,79	0,144337	0,144337	2,905357	2,905357
1,80	0,144337	0,144337	2,908461	2,908461
1,81	0,144337	0,144337	2,911530	2,911530
1,82	0,144337	0,144337	2,914566	2,914566
1,83	0,144337	0,144337	2,917568	2,917568
1,84	0,144337	0,144337	2,920538	2,920538
1,85	0,144337	0,144337	2,923475	2,923475
1,86	0,144337	0,144337	2,926381	2,926381
1,87	0,144337	0,144337	2,929256	2,929256
1,88	0,144337	0,144337	2,932101	2,932101
1,89	0,144337	0,144337	2,934915	2,934915
1,90	0,144337	0,144337	2,937700	2,937700
1,91	0,144337	0,144337	2,940455	2,940455
1,92	0,144337	0,144337	2,943182	2,943182
1,93	0,144337	0,144337	2,945881	2,945881
1,94	0,144337	0,144337	2,948551	2,948551
1,95	0,144337	0,144337	2,951195	2,951195
1,96	0,144337	0,144337	2,953811	2,953811
1,97	0,144337	0,144337	2,956401	2,956401
1,98	0,144337	0,144337	2,958964	2,958964
1,99	0,144337	0,144337	2,961502	2,961502
2,00	0,144337	0,144337	2,964015	2,964015

Tabela 25 - Caso 5 - Cálculo de reações em lajes retangulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,50	0,788675	1,366025	0,158494	0,158494
0,51	0,781354	1,353345	0,161663	0,161663
0,52	0,774034	1,340666	0,164833	0,164833
0,53	0,766713	1,327986	0,168003	0,168003
0,54	0,759393	1,315307	0,171173	0,171173
0,55	0,752072	1,302627	0,174343	0,174343
0,56	0,744752	1,289948	0,177513	0,177513
0,57	0,737431	1,277268	0,180683	0,180683
0,58	0,144337	0,249999	1,108886	1,108886
0,59	0,144337	0,249999	1,148804	1,148804
0,60	0,144337	0,249999	1,187393	1,187393
0,61	0,144337	0,249999	1,224716	1,224716
0,62	0,144337	0,249999	1,260835	1,260835
0,63	0,144337	0,249999	1,295807	1,295807
0,64	0,144337	0,249999	1,329687	1,329687
0,65	0,144337	0,249999	1,362524	1,362524
0,66	0,144337	0,249999	1,394366	1,394366
0,67	0,144337	0,249999	1,425258	1,425258
0,68	0,144337	0,249999	1,455241	1,455241
0,69	0,144337	0,249999	1,484355	1,484355
0,70	0,144337	0,249999	1,512637	1,512637
0,71	0,144337	0,249999	1,540122	1,540122
0,72	0,144337	0,249999	1,566844	1,566844
0,73	0,144337	0,249999	1,592834	1,592834
0,74	0,144337	0,249999	1,618121	1,618121
0,75	0,144337	0,249999	1,642735	1,642735
0,76	0,144337	0,249999	1,666700	1,666700
0,77	0,144337	0,249999	1,690043	1,690043
0,78	0,144337	0,249999	1,712787	1,712787
0,79	0,144337	0,249999	1,734956	1,734956
0,80	0,144337	0,249999	1,756570	1,756570
0,81	0,144337	0,249999	1,777651	1,777651
0,82	0,144337	0,249999	1,798217	1,798217
0,83	0,144337	0,249999	1,818288	1,818288
0,84	0,144337	0,249999	1,837881	1,837881
0,85	0,144337	0,249999	1,857013	1,857013
0,86	0,144337	0,249999	1,875700	1,875700
0,87	0,144337	0,249999	1,893958	1,893958
0,88	0,144337	0,249999	1,911800	1,911800
0,89	0,144337	0,249999	1,929242	1,929242
0,90	0,144337	0,249999	1,946296	1,946296

Tabela 25 - Caso 5 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
0,91	0,144337	0,249999	1,962975	1,962975
0,92	0,144337	0,249999	1,979291	1,979291
0,93	0,144337	0,249999	1,995257	1,995257
0,94	0,144337	0,249999	2,010883	2,010883
0,95	0,144337	0,249999	2,026180	2,026180
0,96	0,144337	0,249999	2,041159	2,041159
0,97	0,144337	0,249999	2,055828	2,055828
0,98	0,144337	0,249999	2,070198	2,070198
0,99	0,144337	0,249999	2,084278	2,084278
1,00	0,144337	0,249999	2,098076	2,098076
1,01	0,144337	0,249999	2,111601	2,111601
1,02	0,144337	0,249999	2,124861	2,124861
1,03	0,144337	0,249999	2,137863	2,137863
1,04	0,144337	0,249999	2,150616	2,150616
1,05	0,144337	0,249999	2,163125	2,163125
1,06	0,144337	0,249999	2,175398	2,175398
1,07	0,144337	0,249999	2,187442	2,187442
1,08	0,144337	0,249999	2,199263	2,199263
1,09	0,144337	0,249999	2,210867	2,210867
1,10	0,144337	0,249999	2,222260	2,222260
1,11	0,144337	0,249999	2,233448	2,233448
1,12	0,144337	0,249999	2,244436	2,244436
1,13	0,144337	0,249999	2,255230	2,255230
1,14	0,144337	0,249999	2,265834	2,265834
1,15	0,144337	0,249999	2,276254	2,276254
1,16	0,144337	0,249999	2,286494	2,286494
1,17	0,144337	0,249999	2,296559	2,296559
1,18	0,144337	0,249999	2,306453	2,306453
1,19	0,144337	0,249999	2,316181	2,316181
1,20	0,144337	0,249999	2,325747	2,325747
1,21	0,144337	0,249999	2,335155	2,335155
1,22	0,144337	0,249999	2,344409	2,344409
1,23	0,144337	0,249999	2,353512	2,353512
1,24	0,144337	0,249999	2,362468	2,362468
1,25	0,144337	0,249999	2,371281	2,371281
1,26	0,144337	0,249999	2,379955	2,379955
1,27	0,144337	0,249999	2,388491	2,388491
1,28	0,144337	0,249999	2,396894	2,396894
1,29	0,144337	0,249999	2,405167	2,405167
1,30	0,144337	0,249999	2,413313	2,413313
1,31	0,144337	0,249999	2,421334	2,421334

Tabela 25 - Caso 5 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,32	0,144337	0,249999	2,429234	2,429234
1,33	0,144337	0,249999	2,437015	2,437015
1,34	0,144337	0,249999	2,444680	2,444680
1,35	0,144337	0,249999	2,452231	2,452231
1,36	0,144337	0,249999	2,459671	2,459671
1,37	0,144337	0,249999	2,467003	2,467003
1,38	0,144337	0,249999	2,474228	2,474228
1,39	0,144337	0,249999	2,481350	2,481350
1,40	0,144337	0,249999	2,488369	2,488369
1,41	0,144337	0,249999	2,495289	2,495289
1,42	0,144337	0,249999	2,502112	2,502112
1,43	0,144337	0,249999	2,508839	2,508839
1,44	0,144337	0,249999	2,515473	2,515473
1,45	0,144337	0,249999	2,522015	2,522015
1,46	0,144337	0,249999	2,528468	2,528468
1,47	0,144337	0,249999	2,534833	2,534833
1,48	0,144337	0,249999	2,541112	2,541112
1,49	0,144337	0,249999	2,547306	2,547306
1,50	0,144337	0,249999	2,553418	2,553418
1,51	0,144337	0,249999	2,559449	2,559449
1,52	0,144337	0,249999	2,565401	2,565401
1,53	0,144337	0,249999	2,571275	2,571275
1,54	0,144337	0,249999	2,577072	2,577072
1,55	0,144337	0,249999	2,582795	2,582795
1,56	0,144337	0,249999	2,588444	2,588444
1,57	0,144337	0,249999	2,594022	2,594022
1,58	0,144337	0,249999	2,599529	2,599529
1,59	0,144337	0,249999	2,604966	2,604966
1,60	0,144337	0,249999	2,610336	2,610336
1,61	0,144337	0,249999	2,615639	2,615639
1,62	0,144337	0,249999	2,620876	2,620876
1,63	0,144337	0,249999	2,626049	2,626049
1,64	0,144337	0,249999	2,631159	2,631159
1,65	0,144337	0,249999	2,636207	2,636207
1,66	0,144337	0,249999	2,641195	2,641195
1,67	0,144337	0,249999	2,646122	2,646122
1,68	0,144337	0,249999	2,650991	2,650991
1,69	0,144337	0,249999	2,655803	2,655803
1,70	0,144337	0,249999	2,660557	2,660557
1,71	0,144337	0,249999	2,665256	2,665256
1,72	0,144337	0,249999	2,669901	2,669901

Tabela 25 - Caso 5 - Cálculo de reações em lajes retangulares *(conclusão)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,73	0,144337	0,249999	2,674492	2,674492
1,74	0,144337	0,249999	2,679030	2,679030
1,75	0,144337	0,249999	2,683516	2,683516
1,76	0,144337	0,249999	2,687951	2,687951
1,77	0,144337	0,249999	2,692336	2,692336
1,78	0,144337	0,249999	2,696672	2,696672
1,79	0,144337	0,249999	2,700959	2,700959
1,80	0,144337	0,249999	2,705199	2,705199
1,81	0,144337	0,249999	2,709391	2,709391
1,82	0,144337	0,249999	2,713538	2,713538
1,83	0,144337	0,249999	2,717640	2,717640
1,84	0,144337	0,249999	2,721697	2,721697
1,85	0,144337	0,249999	2,725710	2,725710
1,86	0,144337	0,249999	2,729679	2,729679
1,87	0,144337	0,249999	2,733607	2,733607
1,88	0,144337	0,249999	2,737492	2,737492
1,89	0,144337	0,249999	2,741337	2,741337
1,90	0,144337	0,249999	2,745141	2,745141
1,91	0,144337	0,249999	2,748905	2,748905
1,92	0,144337	0,249999	2,752630	2,752630
1,93	0,144337	0,249999	2,756316	2,756316
1,94	0,144337	0,249999	2,759965	2,759965
1,95	0,144337	0,249999	2,763576	2,763576
1,96	0,144337	0,249999	2,767150	2,767150
1,97	0,144337	0,249999	2,770688	2,770688
1,98	0,144337	0,249999	2,774190	2,774190
1,99	0,144337	0,249999	2,777657	2,777657
2,00	0,144337	0,249999	2,781089	2,781089

Tabela 26 - Caso 6 - Cálculo de reações em lajes retagulares.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,00	0,250000	0,250000	1,000000	1,000000
1,01	0,250000	0,250000	1,009901	1,009901
1,02	0,250000	0,250000	1,019608	1,019608
1,03	0,250000	0,250000	1,029126	1,029126
1,04	0,250000	0,250000	1,038462	1,038462
1,05	0,250000	0,250000	1,047619	1,047619
1,06	0,250000	0,250000	1,056604	1,056604
1,07	0,250000	0,250000	1,065421	1,065421
1,08	0,250000	0,250000	1,074074	1,074074
1,09	0,250000	0,250000	1,082569	1,082569
1,10	0,250000	0,250000	1,090909	1,090909
1,11	0,250000	0,250000	1,099099	1,099099
1,12	0,250000	0,250000	1,107143	1,107143
1,13	0,250000	0,250000	1,115044	1,115044
1,14	0,250000	0,250000	1,122807	1,122807
1,15	0,250000	0,250000	1,130435	1,130435
1,16	0,250000	0,250000	1,137931	1,137931
1,17	0,250000	0,250000	1,145299	1,145299
1,18	0,250000	0,250000	1,152542	1,152542
1,19	0,250000	0,250000	1,159664	1,159664
1,20	0,250000	0,250000	1,166667	1,166667
1,21	0,250000	0,250000	1,173554	1,173554
1,22	0,250000	0,250000	1,180328	1,180328
1,23	0,250000	0,250000	1,186992	1,186992
1,24	0,250000	0,250000	1,193548	1,193548
1,25	0,250000	0,250000	1,200000	1,200000
1,26	0,250000	0,250000	1,206349	1,206349
1,27	0,250000	0,250000	1,212598	1,212598
1,28	0,250000	0,250000	1,218750	1,218750
1,29	0,250000	0,250000	1,224806	1,224806
1,30	0,250000	0,250000	1,230769	1,230769
1,31	0,250000	0,250000	1,236641	1,236641
1,32	0,250000	0,250000	1,242424	1,242424
1,33	0,250000	0,250000	1,248120	1,248120
1,34	0,250000	0,250000	1,253731	1,253731
1,35	0,250000	0,250000	1,259259	1,259259
1,36	0,250000	0,250000	1,264706	1,264706
1,37	0,250000	0,250000	1,270073	1,270073
1,38	0,250000	0,250000	1,275362	1,275362
1,39	0,250000	0,250000	1,280576	1,280576
1,40	0,250000	0,250000	1,285714	1,285714

Tabela 26 - Caso 6 - Cálculo de reações em lajes retagulares *(continuação)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,41	0,250000	0,250000	1,290780	1,290780
1,42	0,250000	0,250000	1,295775	1,295775
1,43	0,250000	0,250000	1,300699	1,300699
1,44	0,250000	0,250000	1,305556	1,305556
1,45	0,250000	0,250000	1,310345	1,310345
1,46	0,250000	0,250000	1,315068	1,315068
1,47	0,250000	0,250000	1,319728	1,319728
1,48	0,250000	0,250000	1,324324	1,324324
1,49	0,250000	0,250000	1,328859	1,328859
1,50	0,250000	0,250000	1,333333	1,333333
1,51	0,250000	0,250000	1,337748	1,337748
1,52	0,250000	0,250000	1,342105	1,342105
1,53	0,250000	0,250000	1,346405	1,346405
1,54	0,250000	0,250000	1,350649	1,350649
1,55	0,250000	0,250000	1,354839	1,354839
1,56	0,250000	0,250000	1,358974	1,358974
1,57	0,250000	0,250000	1,363057	1,363057
1,58	0,250000	0,250000	1,367089	1,367089
1,59	0,250000	0,250000	1,371069	1,371069
1,60	0,250000	0,250000	1,375000	1,375000
1,61	0,250000	0,250000	1,378882	1,378882
1,62	0,250000	0,250000	1,382716	1,382716
1,63	0,250000	0,250000	1,386503	1,386503
1,64	0,250000	0,250000	1,390244	1,390244
1,65	0,250000	0,250000	1,393939	1,393939
1,66	0,250000	0,250000	1,397590	1,397590
1,67	0,250000	0,250000	1,401198	1,401198
1,68	0,250000	0,250000	1,404762	1,404762
1,69	0,250000	0,250000	1,408284	1,408284
1,70	0,250000	0,250000	1,411765	1,411765
1,71	0,250000	0,250000	1,415205	1,415205
1,72	0,250000	0,250000	1,418605	1,418605
1,73	0,250000	0,250000	1,421965	1,421965
1,74	0,250000	0,250000	1,425287	1,425287
1,75	0,250000	0,250000	1,428571	1,428571
1,76	0,250000	0,250000	1,431818	1,431818
1,77	0,250000	0,250000	1,435028	1,435028
1,78	0,250000	0,250000	1,438202	1,438202
1,79	0,250000	0,250000	1,441341	1,441341
1,80	0,250000	0,250000	1,444444	1,444444
1,81	0,250000	0,250000	1,447514	1,447514

Tabela 26 - Caso 6 - Cálculo de reações em lajes retagulares *(conclusão)*.

ly/lx	R'x	R"x	R'y	R"y
1,82	0,250000	0,250000	1,450549	1,450549
1,83	0,250000	0,250000	1,453552	1,453552
1,84	0,250000	0,250000	1,456522	1,456522
1,85	0,250000	0,250000	1,459459	1,459459
1,86	0,250000	0,250000	1,462366	1,462366
1,87	0,250000	0,250000	1,465241	1,465241
1,88	0,250000	0,250000	1,468085	1,468085
1,89	0,250000	0,250000	1,470899	1,470899
1,90	0,250000	0,250000	1,473684	1,473684
1,91	0,250000	0,250000	1,476440	1,476440
1,92	0,250000	0,250000	1,479167	1,479167
1,93	0,250000	0,250000	1,481865	1,481865
1,94	0,250000	0,250000	1,484536	1,484536
1,95	0,250000	0,250000	1,487179	1,487179
1,96	0,250000	0,250000	1,489796	1,489796
1,97	0,250000	0,250000	1,492386	1,492386
1,98	0,250000	0,250000	1,494949	1,494949
1,99	0,250000	0,250000	1,497487	1,497487
2,00	0,250000	0,250000	1,500000	1,500000

3.9-Armaduras das lajes

Para o cálculo da área das armaduras de uma laje, utiliza-se a fórmula simplificada que facilitará, sem dúvida alguma, na determinação dessas armaduras.

$$A_s = \frac{69{,}8.f_{ck}.d}{f_y}\left(1-\sqrt{1-\frac{46{,}12.M}{f_{ck}.d^2}}\right)$$

com: M em em kNm, d em cm e A_s em cm^2/m;

Assim, por exemplo, utilizando-se aço tipo CA 50, a expressão será escrita assim, considerando-se o concreto especificado com f_{ck} de 20 MPa:

$$A_s = 2{,}79.d\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306.M}{d^2}}\right)$$

e caso se queira usar CA 60 e concreto com especificação de f_{ck} de 20 MPa, esta passará a ser:

$$A_s = 2{,}33.d\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306.M}{d^2}}\right)$$

e para CA 25 e concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa, tem-se:

$$A_s = 5{,}58.d\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306.M}{d^2}}\right)$$

e assim para:

Tabela 27- Cálculo das armaduras nas lajes.

CA 25 e f_{ck} = 25 MPa	$A_s = 6{,}98.d\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845.M}{d^2}}\right)$
CA 50 e f_{ck} = 25 MPa	$A_s = 3{,}49.d\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845.M}{d^2}}\right)$
CA 60 e f_{ck} = 25 MPa	$A_s = 2{,}91.d\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845.M}{d^2}}\right)$

Ex. 20- Determine qual a armadura a ser utilizada em uma laje com d = 7 cm, M = 8,54 kNm, f_{ck} = 20 MPa e CA 60.

$$A_s = 2{,}33x7\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306x8{,}54}{7^2}}\right)$$

$$A_s = 3{,}69\ cm^2/m$$

O que através da Tabela 29, encontra-se por exemplo, 5 ∅10 mm ou ainda ∅ 10 mm/20 (Tabela 30).

Ex. 21- Conhecendo-se os momentos 6,53 kNm e 5,16 kNm atuante em uma laje qual deverá ser armadura a ser utilizada, admitindo-se que o concreto especificado apresenta um f_{ck} 20 MPa, d = 8 cm e CA 60 ?

$$A_s = 2{,}33x8\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306x6{,}53}{8^2}}\right)$$

$$S_s = 2{,}34\,cm^2/m$$

pela Tabela 29 ⇒ 8 ∅ 6,3 mm ou ∅ 6,3 mm c/13 - Tabela 30.

pela Tabela 29 ⇒ 12 ∅ 5 mm ou ∅ 5 mm c/8 - Tabela 30.

$$A_s = 2{,}33 \text{ x } 8\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{ x } 6{,}53}{8^2}}\right)$$

$$S_s = 1{,}82 \text{ cm}^2/\text{m}$$

pela Tabela 29 ⇒ 10 ∅ 5 mm ou ∅ 5 mm c/10 - Tabela 30.

pela Tabela 29 ⇒ 6 ∅ 6,3 mm ou ∅ 6,3 mm c/17 - Tabela 30.

Ex. 22 – Utilizando-se concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa, M = 3,84 kNm e CA 50, determine a área de armadura e o espaçamento necessário para uma laje com d = 9 cm.

$$A_s = 2{,}79 \text{ x } 9\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{ x } 3{,}84}{9^2}}\right)$$

$$A_s = 1{,}41 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Utiliza-se, por exemplo:

Tabela 29	**8 ∅ 5 mm**	**∅ 5 mm c/14**	**Tabela 30**
	ou	**ou**	
	5 ∅ 6,3 mm	**∅ 6,3 mm c/20**	

Ex. 23 - Sabendo-se da necessidade de concretagem de uma laje de piso com d = 10 cm, determine a área de armadura a ser usada, conhecendo-se os momentos fletores de 7,90 kNm e 8,97 kNm, respectivamente , admitindo-se CA 50 e concreto com especificação de f_{ck} 20 MPa.

$$A_{s_x} = 2{,}79 \text{x} 10\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{x} 7{,}90}{10^2}}\right)$$

$$A_{s_x} = 2{,}67 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_y} = 2{,}79 \text{x} 10\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{x} 8{,}97}{10^2}}\right)$$

$$A_{s_y} = 3{,}05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Mediante isso, pode-se utilizar, por exemplo:

Tabela 30 ⟹ ∅ 6,3 mm c/11 e ∅ 6,3 mm c/10, respectivamente.

Ex. 24 - Admita uma laje com d = 9 cm, M = 6,86 kNm, concreto especificado apresentando f_{ck} 25 MPa e CA 50. Determine a área de armadura necessária.

$$A_s = 3{,}49 \text{ x } 9\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845 \text{ x } 6{,}86}{9^2}}\right)$$

$$A_s = 2{,}56\,cm^2/m$$

e assim, pode-se utilizar, por exemplo:

Tabela 28 { ∅ 5 mm c/7 ou ∅ 6,3mm c/12

Ex. 25 - Considere um concreto especificado com f_{ck} igual a 25 MPa, M = 9,05 kNm, d = 10 cm e CA 60 e determine a área de armadura necessária para o dimensionamento da laje de uma edificação comercial.

$$A_s = 2{,}91 \text{ x } 10\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845 \text{ x } 9{,}05}{10^2}}\right)$$

$$A_s = 2{,}54\ cm^2/m$$

ou seja, utiliza-se, por exemplo:

Tabela 29 ==➔ 9 ∅ 6,3 mm ou ∅ 6,3 mm c/12 ==➔ Tabela 30.

Ex. 26 – Seja uma laje pertencente a uma estrutura de uma edificação residencial multifamiliar com concreto especificado de f_{ck} de 25 MPa, M = 11,09 kNm, d = 10 cm e CA 25. Dimensione a área de armadura necessária.

$$A_s = 6{,}98 \text{ x } 10\left(1-\sqrt{1-\frac{1{,}845 \text{ x } 11{,}09}{10^2}}\right)$$

$$A_s = 7{,}55\ cm^2/m$$

As armaduras mínimas para melhorar o desempenho e a dutilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração, são necessários valores mínimos de armadura passiva, dados na Tabela 28.

Tabela 28 - Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0{,}67\rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0{,}5\rho_p \geq 0{,}67\rho_{mín}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0{,}67\rho_{mín}$	$\rho_s \geq 0{,}67\rho_{mín} - \rho_p \geq 0{,}5\rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0{,}5\rho_p \geq 0{,}5\rho_{mín}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - \rho_p \geq 0{,}6\rho_{mín}$	$\rho_s \geq \rho_{mín} - 0{,}5\rho_p \geq 0{,}5\rho_{mín}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s / s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s / s \geq 0{,}9\,cm^2 / m$ $\rho_s \geq 0{,}5\,\rho_{mín}$		

Onde:
$\rho_s = A_s / b_w h$ e $\rho_p = A_p / b_w h$

Fonte: ABNT NBR 6118: 2003.

No caso de lajes lisas ou lajes-cogumelo com armadura ativa não aderente, as armaduras passivas positivas devem respeitar os valores mínimos da Tabela 28 e a armadura negativa passiva sobre apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \geq 0{,}00075\, h\, \ell$$

onde:

h é a altura da laje;

ℓ é o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Essa armadura, no entanto, deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de 1,5 h para cada lado.

Tabela 29 – Área da seção transversal de armaduras para concreto armado.

Diâmetro nominal (mm)		Massa	Perímetro (mm)	Área da seção transversal de armadura para concreto armado (mm^2)											
Fio	Barra			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3,4	-	0,071	10,7	9,1	18,2	27,3	36,4	45,5	54,6	63,7	72,8	81,9	91,0	100,1	109,2
4,2	-	0,109	13,2	13,9	27,8	41,7	55,6	69,5	83,4	97,3	111,2	125,1	139,0	152,9	166,8
5,0	5,0	0,154	17,5	19,6	39,2	58,8	78,4	98,0	117,6	137,2	156,8	176,4	196,0	215,6	235,2
6,0	-	0,222	18,8	28,3	56,6	84,9	113,2	141,5	169,8	198,1	226,4	254,7	283,0	311,3	339,6
	6,3	0,245	19,8	31,2	62,4	93,6	124,8	156,0	187,2	218,4	249,6	280,8	312,0	343,2	374,4
7,0	-	0,302	22,0	38,5	77,0	115,5	154,0	192,5	231,0	269,5	308,0	346,5	385,0	423,5	462,0
8,0	8,0	0,395	25,1	50,3	100,6	150,9	201,2	251,5	301,8	352,1	402,4	452,7	503,0	553,3	603,6
9,5	-	0,558	29,8	70,9	141,8	212,7	283,6	354,5	425,4	496,3	567,2	638,1	709,0	779,9	850,8
10,0	10,0	0,617	31,4	78,5	157,0	235,5	314,0	392,5	471,0	549,5	628,0	706,5	785,0	863,5	942,0
	12,5	0,963	39,3	122,7	245,4	368,1	490,8	613,5	736,2	858,9	981,6	1104,3	1227,0	1349,7	1472,4
	16,0	1,578	50,3	201,1	402,2	603,3	804,4	1005,5	1206,6	1407,7	1608,8	1809,9	2011,0	2212,1	2413,2
	20,0	2,466	62,8	314,2	628,4	942,6	1256,8	1571,0	1885,2	2199,4	2513,6	2827,8	3142,0	3456,2	3770,4
	22,0	2,984	69,1	380,1	760,2	1140,3	1520,4	1900,5	2280,6	2660,7	3040,8	3420,9	3801,0	4181,1	4561,2
	25,0	3,853	78,5	490,9	981,8	1472,7	1963,6	2454,5	2945,4	3436,3	3927,2	4418,1	4909,0	5399,9	5890,8
	32,0	6,313	100,5	804,2	1608,4	2412,6	3216,8	4021,0	4825,2	5629,4	6433,6	7237,8	8042,0	8846,2	9650,4

Tabela 30 – Seção de armadura em cm ²/m em função do espaçamento máximo para lajes.

Espaçamento (cm)	Seção de armadura em cm²/m						
	3,2	4,0	5,0	6,3	8,0	10,0	12,5
5	1,60	2,48	4,00	6,28	10,00	16,00	25,00
6	1,33	2,07	3,33	5,23	8,33	13,33	20,83
7	1,14	1,77	2,86	4,48	7,14	11,43	17,86
8	1,00	1,55	2,50	3,92	6,25	10,00	15,62
9	0,89	1,38	2,22	3,49	5,55	8,89	13,89
10	0,80	1,25	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50
11	0,73	1,13	1,82	2,85	4,54	7,27	11,36
12	0,67	1,03	1,67	2,62	4,17	6,67	10,42
13	0,61	0,95	1,54	2,41	3,85	6,15	9,61
14	0,57	0,88	1,43	2,24	3,57	5,71	8,93
15	0,53	0,83	1,33	2,09	3,33	5,33	8,33
16	0,50	0,77	1,25	1,96	3,12	5,00	7,81
17	0,47	0,73	1,18	1,85	2,94	4,70	7,35
18	0,44	0,69	1,11	1,74	2,78	4,44	6,94
19	0,42	0,65	1,05	1,65	2,63	4,21	6,58
20	0,40	0,62	1,00	1,57	2,50	4,00	6,25

Convém, no entanto, ser verificado que invés de se optar pelo uso das fórmulas práticas propostas retro, mais rapidamente tornar-se-á, então, o dimensionamento fazendo-se uso de tabelas como, por exemplo, a Tabela 32: onde é feito o cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor, $f_{ck,}$ d, e do aço. Assim, pois, com o momento fletor calculado em kNm, ou seja: 18,828 kNm, acessando-se à tabela escolhida, neste caso, concreto com especificação de fck 20 MPa e CA 50 e sendo d = 12 cm a altura útil da laje em estudo, procura-se adequar esse momento às colunas. Dessa forma, tira-se a bitola do aço, ao mesmo tempo em que se determina o seu número.

d	5,0	6,3	8,0	10,0	12,5	16,0	20,0	N. de diâmetros
	0,729	1,159	1,863	2,895	4,495	7,280	11,177	**1**
	1,454	2,307	3,698	5,722	8,823	14,110	21,255	**2**
	2,175	3,444	5,505	8,480	12,984	20,490	30,235	**3**
	2,892	4,571	7,284	11,170	16,977	26,421	38,107	**4**
	3,604	5,687	9,034	13,791	20,802	31,901	44,900	**5**
	4,312	6,791	10,756	16,344	24,460	36,931	50,585	**6**
12	5,016	7,885	12,451	**18,828**	27,950	41,512	55,171	**7**
	5,715	8,968	14,117	21,243	31,273	45,642	58,659	**8**
	6,410	10,041	15,755	23,590	34,429	49,323	61,049	**9**
	7,101	11,102	17,364	25,868	37,416	52,553	62,340	**10**
	7,788	12,153	18,946	28,078	40,237	55,334	62,533	**11**
	8,470	13,193	20,500	30,219	42,890	57,664	61,628	**12**

Tabela 31 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

	fck = 20 MPa	M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 25
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
	0,213	0,338	0,543	0,845	1,313	2,130	3,279	1
	0,424	0,673	1,080	1,673	2,584	4,148	6,283	2
	0,634	1,005	1,609	2,483	3,814	6,053	9,013	3
	0,844	1,335	2,131	3,277	5,001	7,846	11,465	4
	1,052	1,662	2,646	4,053	6,147	9,526	13,648	5
	1,259	1,987	3,155	4,812	7,250	11,094	15,554	6
7	1,466	2,308	3,656	5,554	8,312	12,549	17,185	7
	1,671	2,627	4,150	6,279	9,332	13,892	18,542	8
	1,875	2,943	4,637	6,987	10,310	15,122	19,624	9
	2,078	3,257	5,117	7,678	11,247	16,240	20,431	10
	2,279	3,568	5,590	8,351	12,141	17,245	20,964	11
	2,480	3,876	6,056	9,008	12,993	18,138	21,222	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
	0,243	0,386	0,621	0,967	1,504	2,443	3,767	1
	0,485	0,770	1,236	1,917	2,965	4,773	7,259	2
	0,726	1,151	1,843	2,849	4,385	6,990	10,477	3
	0,966	1,529	2,444	3,764	5,763	9,095	13,416	4
	1,204	1,905	3,037	4,663	7,100	11,088	16,088	5
	1,442	2,277	3,623	5,544	8,394	12,968	18,482	6
8	1,679	2,647	4,203	6,408	9,646	14,735	20,601	7
	1,914	3,015	4,775	7,255	10,857	16,391	22,446	8
	2,149	3,379	5,340	8,084	12,026	17,933	24,016	9
	2,382	3,741	5,898	8,897	13,152	19,363	25,311	10
	2,614	4,101	6,449	9,692	14,237	20,681	26,332	11
	2,846	4,457	6,993	10,471	15,280	21,886	27,078	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
	0,273	0,435	0,700	1,089	1,694	2,755	4,255	1
	0,546	0,867	1,392	2,160	3,347	5,397	8,235	2
	0,817	1,296	2,078	3,215	4,957	7,927	11,941	3
	1,087	1,723	2,756	4,252	6,526	10,345	15,368	4
	1,357	2,147	3,428	5,272	8,052	12,650	18,528	5
	1,625	2,568	4,092	6,275	9,537	14,842	21,410	6
9	1,892	2,987	4,749	7,261	10,980	16,922	24,017	7
	2,158	3,402	5,400	8,230	12,381	18,889	26,350	8
	2,423	3,816	6,043	9,182	13,741	20,744	28,408	9
	2,686	4,226	6,679	10,116	15,058	22,487	30,191	10
	2,949	4,634	7,309	11,034	16,334	24,117	31,700	11
	3,211	5,039	7,931	11,934	17,567	25,634	32,935	12

Tabela 31 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 25			
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,304	0,483	0,778	1,211	1,885	3,067	4,743	1
	0,607	0,964	1,548	2,404	3,728	6,022	9,211	2
	0,908	1,442	2,312	3,581	5,529	8,864	13,405	3
	1,209	1,917	3,069	4,740	7,288	11,594	17,319	4
	1,509	2,389	3,818	5,882	9,005	14,211	20,968	5
	1,807	2,859	4,561	7,007	10,681	16,716	24,338	6
	2,105	3,326	5,296	8,115	12,314	19,108	27,433	7
	2,401	3,790	6,025	9,206	13,906	21,388	30,254	8
	2,697	4,252	6,746	10,279	15,456	23,555	32,800	9
	2,991	4,711	7,461	11,336	16,964	25,610	35,072	10
	3,284	5,167	8,168	12,375	18,430	27,553	37,068	11
	3,576	5,620	8,868	13,397	19,854	29,383	38,791	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,334	0,532	0,856	1,333	2,075	3,380	5,231	1
	0,668	1,061	1,705	2,648	4,109	6,647	10,187	2
	1,000	1,587	2,546	3,946	6,101	9,801	14,869	3
	1,331	2,111	3,381	5,228	8,050	12,843	19,270	4
	1,661	2,631	4,209	6,492	9,958	15,773	23,408	5
	1,990	3,150	5,030	7,739	11,824	18,590	27,266	6
	2,318	3,665	5,843	8,968	13,648	21,295	30,849	7
	2,645	4,178	6,650	10,181	15,431	23,887	34,158	8
	2,971	4,688	7,449	11,376	17,171	26,367	37,192	9
	3,295	5,195	8,242	12,555	18,870	28,734	39,952	10
	3,619	5,700	9,027	13,716	20,526	30,988	42,437	11
	3,941	6,202	9,806	14,860	22,141	33,131	44,647	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,365	0,580	0,934	1,455	2,266	3,692	5,719	1
	0,728	1,158	1,861	2,892	4,490	7,271	11,163	2
	1,091	1,732	2,781	4,312	6,672	10,738	16,333	3
	1,453	2,304	3,694	5,715	8,813	14,093	21,222	4
	1,813	2,874	4,600	7,101	10,911	17,335	25,848	5
	2,173	3,440	5,498	8,470	12,968	20,464	30,194	6
	2,531	4,004	6,390	9,822	14,982	23,481	34,266	7
	2,888	4,565	7,275	11,156	16,955	26,386	38,062	8
	3,245	5,124	8,153	12,474	18,886	29,178	41,584	9
	3,600	5,680	9,023	13,774	20,775	31,857	44,832	10
	3,954	6,233	9,887	15,057	22,623	34,424	47,805	11
	4,307	6,783	10,743	16,323	24,428	36,879	50,503	12

Tabela 31 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 25			
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,395	0,629	1,012	1,576	2,457	4,004	6,207	1
	0,789	1,255	2,017	3,136	4,871	7,896	12,139	2
	1,182	1,878	3,015	4,678	7,244	11,675	17,797	3
	1,574	2,498	4,006	6,203	9,575	15,342	23,173	4
	1,965	3,116	4,990	7,711	11,864	18,896	28,288	5
	2,355	3,731	5,967	9,202	14,111	22,338	33,122	6
	2,744	4,343	6,937	10,675	16,317	25,668	37,682	7
	3,132	4,953	7,900	12,132	18,480	28,884	41,966	8
	3,519	5,560	8,856	13,571	20,601	31,989	45,976	9
	3,904	6,164	9,804	14,993	22,681	34,981	49,712	10
	4,289	6,766	10,746	16,398	24,719	37,860	53,173	11
	4,672	7,365	11,681	17,786	26,715	40,627	56,359	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,426	0,677	1,090	1,698	2,647	4,317	6,695	1
	0,850	1,351	2,173	3,380	5,252	8,521	13,115	2
	1,226	2,023	3,250	5,044	7,816	12,612	19,261	3
	1,836	2,692	4,319	6,691	10,337	16,592	25,125	4
	2,444	3,358	5,381	8,321	12,817	20,458	30,728	5
	3,049	4,022	6,436	9,933	15,255	24,212	36,050	6
	3,652	4,683	7,484	11,529	17,651	27,854	41,098	7
	4,253	5,341	8,525	13,107	20,005	31,383	45,870	8
	4,852	5,996	9,559	14,668	22,317	34,800	50,369	9
	5,448	6,649	10,586	16,213	24,587	38,104	54,592	10
	4,624	7,299	11,606	17,740	26,815	41,296	58,541	11
	5,037	7,946	12,618	19,249	29,002	44,375	62,215	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,456	0,726	1,168	1,820	2,838	4,629	7,183	1
	0,911	1,448	2,330	3,623	5,634	9,145	14,091	2
	1,365	2,168	3,484	5,410	8,388	13,549	20,725	3
	1,818	2,886	4,631	7,178	11,100	17,841	27,076	4
	2,270	3,601	5,771	8,930	13,770	22,020	33,169	5
	2,721	4,313	6,905	10,665	16,398	26,086	38,978	6
	3,170	5,022	8,031	12,382	18,985	30,040	44,514	7
	3,619	5,729	9,150	14,083	21,529	33,882	49,775	8
	4,066	6,432	10,262	15,766	24,032	37,611	54,761	9
	4,513	7,134	11,367	17,432	26,493	41,228	59,472	10
	4,958	7,832	12,465	19,081	28,912	44,732	63,909	11
	5,403	8,528	13,556	20,713	31,289	48,123	68,072	12

Tabela 31 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 25			
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,487	0,774	1,246	1,942	3,028	4,941	7,671	1
	0,972	1,545	2,486	3,867	6,015	9,770	15,067	2
	1,456	2,314	3,718	5,775	8,959	14,486	22,189	3
	1,940	3,080	4,944	7,666	11,862	19,090	29,028	4
	2,422	3,843	6,162	9,540	14,723	23,582	35,609	5
	2,903	4,603	7,373	11,396	17,542	27,961	41,907	6
	3,383	5,361	8,578	13,236	20,319	32,227	47,930	7
	3,862	6,116	9,775	15,058	23,054	36,381	53,679	8
	4,340	6,869	10,965	16,863	25,747	40,422	59,153	9
	4,817	7,618	12,148	18,651	28,398	44,351	64,352	10
	5,293	8,365	13,324	20,422	31,008	48,168	69,277	11
	5,768	9,109	14,493	22,176	33,576	51,872	73,928	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
17	0,517	0,822	1,325	2,064	3,219	5,254	8,159	1
	1,033	1,642	2,642	4,111	6,396	10,395	16,043	2
	1,548	2,459	3,953	6,141	9,531	15,423	23,653	3
	2,062	3,274	5,256	8,154	12,624	20,340	30,979	4
	2,574	4,085	6,553	10,149	15,676	25,143	38,049	5
	3,086	4,894	7,842	12,128	18,685	29,835	44,835	6
	3,596	5,700	9,125	14,089	21,653	34,413	51,346	7
	4,106	6,504	10,400	16,033	24,578	38,880	57,583	8
	4,614	7,305	11,668	17,960	27,462	43,233	63,545	9
	5,122	8,103	12,929	19,870	30,304	47,475	69,232	10
	5,628	8,898	14,184	21,763	33,104	51,603	74,645	11
	6,133	9,691	15,431	23,639	35,863	55,620	79,784	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
18	0,547	0,871	1,403	2,186	3,409	5,566	8,647	1
	1,094	1,739	2,798	4,355	6,777	11,020	17,019	2
	1,639	2,605	4,187	6,507	10,103	16,361	25,117	3
	2,183	3,467	5,569	8,642	13,387	21,589	32,930	4
	2,726	4,328	6,943	10,759	16,628	26,705	40,489	5
	3,269	5,185	8,311	12,859	19,829	31,709	47,763	6
	3,810	6,040	9,671	14,943	22,987	36,600	54,762	7
	4,350	6,892	11,025	17,009	26,103	41,378	61,487	8
	4,888	7,741	12,371	19,058	29,177	46,044	67,937	9
	5,426	8,587	13,711	21,090	32,210	50,598	74,113	10
	5,963	9,431	15,043	23,104	35,201	55,039	80,014	11
	6,499	10,272	16,368	25,102	38,149	59,368	85,640	12

Tabela 31 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck = 20 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 25			
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
19	0,578	0,919	1,481	2,308	3,600	5,878	9,135	1
	1,155	1,836	2,955	4,599	7,158	11,644	17,995	2
	1,730	2,750	4,421	6,873	10,674	17,298	26,581	3
	2,305	3,661	5,881	9,129	14,149	22,838	34,882	4
	2,879	4,570	7,334	11,369	17,581	28,267	42,929	5
	3,451	5,476	8,780	13,591	20,972	33,583	50,691	6
	4,023	6,379	10,218	15,796	24,321	38,786	58,178	7
	4,593	7,279	11,650	17,984	27,628	43,877	65,391	8
	5,162	8,177	13,074	20,155	30,893	48,856	72,329	9
	5,731	9,072	14,492	22,309	34,116	53,722	78,993	10
	6,298	9,964	15,902	24,445	37,297	58,475	85,382	11
	6,864	10,854	17,306	26,565	40,436	63,116	91,496	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
20	0,608	0,968	1,559	2,430	3,791	6,191	9,623	1
	1,216	1,933	3,111	4,843	7,539	12,269	18,971	2
	1,822	2,895	4,656	7,238	11,246	18,235	28,045	3
	2,427	3,855	6,194	9,617	14,911	24,088	36,833	4
	3,031	4,812	7,725	11,978	18,534	29,829	45,369	5
	3,634	5,766	9,248	14,323	22,115	35,457	53,619	6
	4,236	6,718	10,765	16,650	25,655	40,973	61,594	7
	4,837	7,667	12,275	18,960	29,152	46,376	69,295	8
	5,436	8,613	13,778	21,252	32,608	51,667	76,721	9
	6,035	9,557	15,273	23,528	36,022	56,845	83,873	10
	6,633	10,497	16,762	25,787	39,393	61,911	90,750	11
	7,229	11,435	18,243	28,028	42,723	66,864	97,352	12

Tabela 32 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

fck=20 MPa	M em kNm			d em cm		As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
7	0,425	0,674	1,081	1,675	2,587	4,153	6,291	1
	0,845	1,337	2,134	3,281	5,007	7,856	11,484	2
	1,261	1,989	3,158	4,818	7,260	11,109	15,578	3
	1,673	2,630	4,155	6,287	9,345	13,912	18,570	4
	2,080	3,261	5,123	7,688	11,262	16,265	20,471	5
	2,483	3,880	6,063	9,020	13,012	18,169	21,270	6
	2,882	4,489	6,976	10,283	14,594	19,622	20,971	7
	3,277	5,087	7,859	11,478	16,009	20,625	19,573	8
	3,667	5,674	8,715	12,604	17,257	21,179	17,077	9
	4,053	6,251	9,543	13,661	18,337	21,282	13,482	10
	4,435	6,816	10,342	14,650	19,249	20,935	8,790	11
	4,813	7,371	11,114	15,571	19,994	20,139	2,998	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
8	0,486	0,771	1,237	1,919	2,969	4,778	7,268	1
	0,967	1,531	2,447	3,769	5,771	9,107	13,438	2
	1,444	2,280	3,628	5,551	8,405	12,985	18,509	3
	1,916	3,018	4,781	7,264	10,871	16,414	22,478	4
	2,385	3,746	5,905	8,908	13,170	19,392	25,357	5
	2,849	4,463	7,002	10,484	15,302	21,921	27,133	6
	3,309	5,168	8,071	11,992	17,266	24,000	27,811	7
	3,764	5,863	9,111	13,431	19,062	25,629	27,390	8
	4,216	6,548	10,123	14,801	20,691	26,807	25,871	9
	4,663	7,221	11,107	16,103	22,152	27,536	23,254	10
	5,106	7,884	12,063	17,336	23,446	27,815	19,538	11
	5,544	8,535	12,991	18,501	24,573	27,644	14,724	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
9	0,546	0,868	1,394	2,163	3,351	5,404	8,245	1
	1,089	1,725	2,759	4,257	6,534	10,358	15,392	2
	1,627	2,571	4,097	6,283	9,549	14,862	21,441	3
	2,160	3,407	5,406	8,240	12,397	18,916	26,385	4
	2,690	4,231	6,688	10,129	15,078	22,520	30,243	5
	3,215	5,045	7,941	11,949	17,591	25,674	32,996	6
	3,736	5,848	9,166	13,701	19,937	28,378	34,651	7
	4,252	6,640	10,362	15,384	22,115	30,632	35,208	8
	4,764	7,421	11,531	16,998	24,125	32,436	34,666	9
	5,272	8,191	12,671	18,544	25,968	33,790	33,026	10
	5,776	8,951	13,784	20,021	27,644	34,695	30,287	11
	6,276	9,700	14,868	21,430	29,152	35,149	26,450	12

Tabela 32 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=20 MPa	M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 50	
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,607	0,965	1,550	2,407	3,732	6,029	9,222	1
	1,211	1,919	3,072	4,746	7,297	11,609	17,346	2
	1,809	2,862	4,566	7,016	10,694	16,738	24,372	3
	2,404	3,795	6,032	9,217	13,924	21,417	30,293	4
	2,994	4,716	7,470	11,350	16,986	25,647	35,128	5
	3,580	5,627	8,879	13,414	19,881	29,426	38,859	6
	4,162	6,527	10,261	15,410	22,608	32,756	41,491	7
	4,740	7,416	11,614	17,337	25,168	35,635	43,025	8
	5,313	8,294	12,939	19,195	27,560	38,065	43,460	9
	5,882	9,162	14,236	20,985	29,784	40,045	42,797	10
	6,447	10,018	15,505	22,707	31,842	41,574	41,036	11
	7,007	10,864	16,745	24,360	33,731	42,654	38,176	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,668	1,062	1,707	2,651	4,114	6,655	10,200	1
	1,332	2,113	3,385	5,234	8,060	12,859	19,301	2
	1,992	3,153	5,036	7,748	11,839	18,614	27,304	3
	2,648	4,183	6,658	10,193	15,450	23,919	34,200	4
	3,299	5,201	8,252	12,570	18,894	28,774	40,014	5
	3,946	6,209	9,818	14,879	22,170	33,179	44,722	6
	4,589	7,206	11,356	17,119	25,279	37,134	48,331	7
	5,227	8,192	12,865	19,290	28,220	40,639	50,842	8
	5,862	9,168	14,347	21,393	30,994	43,694	52,255	9
	6,491	10,132	15,800	23,427	33,600	46,299	52,569	10
	7,117	11,086	17,225	25,392	36,039	48,454	51,785	11
	7,738	12,028	18,622	27,289	38,310	50,159	49,902	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,729	1,159	1,863	2,895	4,495	7,280	11,177	1
	1,454	2,307	3,698	5,722	8,823	14,110	21,255	2
	2,175	3,444	5,505	8,480	12,984	20,490	30,235	3
	2,892	4,571	7,284	11,170	16,977	26,421	38,107	4
	3,604	5,687	9,034	13,791	20,802	31,901	44,900	5
	4,312	6,791	10,756	16,344	24,460	36,931	50,585	6
	5,016	7,885	12,451	18,828	27,950	41,512	55,171	7
	5,715	8,968	14,117	21,243	31,273	45,642	58,659	8
	6,410	10,041	15,755	23,590	34,429	49,323	61,049	9
	7,101	11,102	17,364	25,868	37,416	52,553	62,340	10
	7,788	12,153	18,946	28,078	40,237	55,334	62,533	11
	8,470	13,193	20,500	30,219	42,890	57,664	61,628	12

Tabela 32 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=20 MPa	M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,79	1,26	2,02	3,14	4,88	7,91	12,15	1
	1,58	2,50	4,01	6,21	9,59	15,36	23,21	2
	2,36	3,74	5,97	9,21	14,13	22,37	33,17	3
	3,14	4,96	7,91	12,15	18,50	28,92	42,02	4
	3,91	6,17	9,82	15,01	22,71	35,03	49,79	5
	4,68	7,37	11,70	17,81	26,75	40,68	56,45	6
	5,44	8,57	13,55	20,54	30,62	45,89	62,01	7
	6,20	9,75	15,37	23,20	34,33	50,65	66,48	8
	6,96	10,91	17,16	25,79	37,86	54,95	69,84	9
	7,71	12,07	18,93	28,31	41,23	58,81	72,11	10
	8,46	13,22	20,67	30,76	44,43	62,21	73,28	11
	9,20	14,36	22,38	33,15	47,47	65,17	73,35	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,851	1,353	2,176	3,384	5,259	8,531	13,131	1
	1,698	2,695	4,324	6,699	10,350	16,612	25,164	2
	2,447	4,027	6,444	9,945	15,273	24,243	36,098	3
	3,656	5,347	8,535	13,123	20,029	31,424	45,922	4
	4,857	6,657	10,598	16,232	24,618	38,155	54,672	5
	6,050	7,956	12,634	19,273	29,039	44,436	62,311	6
	7,233	9,244	14,641	22,245	33,293	50,267	68,852	7
	8,407	10,521	16,620	25,149	37,379	55,649	74,294	8
	9,572	11,787	18,570	27,984	41,297	60,580	78,638	9
	10,729	13,043	20,493	30,751	45,048	65,061	81,884	10
	9,129	14,288	22,388	33,449	48,632	69,093	84,031	11
	9,933	15,522	24,254	36,078	52,048	72,674	85,080	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,912	1,450	2,332	3,628	5,640	9,156	14,108	1
	1,820	2,889	4,637	7,187	11,113	17,863	27,118	2
	2,724	4,318	6,913	10,678	16,418	26,119	39,030	3
	3,623	5,735	9,161	14,100	21,556	33,926	49,830	4
	4,518	7,142	11,381	17,453	26,526	41,282	59,557	5
	5,409	8,538	13,572	20,738	31,329	48,189	68,174	6
	6,296	9,923	15,736	23,954	35,964	54,645	75,692	7
	7,178	11,297	17,871	27,102	40,431	60,652	82,111	8
	8,056	12,661	19,978	30,181	44,732	66,209	87,433	9
	8,930	14,013	22,057	33,192	48,864	71,316	91,655	10
	9,799	15,355	24,108	36,134	52,829	75,973	94,780	11
	10,664	16,686	26,131	39,008	56,627	80,179	96,806	12

Tabela 32 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=20 MPa	M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,973	1,547	2,489	3,872	6,022	9,782	15,085	1
	1,942	3,083	4,950	7,675	11,876	19,114	29,072	2
	2,907	4,609	7,382	11,410	17,563	27,995	41,961	3
	3,867	6,123	9,787	15,076	23,082	36,427	53,737	4
	4,823	7,627	12,163	18,674	28,434	44,409	64,443	5
	5,775	9,120	14,511	22,203	33,618	51,941	74,037	6
	6,722	10,602	16,831	25,663	38,635	59,023	82,532	7
	7,666	12,074	19,123	29,055	43,484	65,655	89,929	8
	8,605	13,534	21,386	32,379	48,166	71,838	96,227	9
	9,539	14,984	23,622	35,634	52,680	77,570	101,427	10
	10,470	16,422	25,829	38,820	57,027	82,852	105,529	11
	11,396	17,850	28,008	41,938	61,206	87,684	108,532	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
17	1,034	1,644	2,645	4,116	6,403	10,407	16,063	1
	2,064	3,277	5,262	8,163	12,639	20,364	31,027	2
	3,090	4,900	7,851	12,142	18,708	29,872	44,893	3
	4,111	6,512	10,412	16,053	24,609	38,929	57,644	4
	5,128	8,112	12,945	19,894	30,342	47,536	69,329	5
	6,141	9,702	15,449	23,668	35,908	55,694	79,900	6
	7,149	11,281	17,926	27,372	41,306	63,401	89,372	7
	8,153	12,850	20,374	31,008	46,537	70,659	97,746	8
	9,153	14,407	22,794	34,576	51,600	77,466	105,021	9
	10,149	15,954	25,186	38,075	56,496	83,824	111,199	10
	11,140	17,490	27,550	41,505	61,225	89,732	116,277	11
	12,127	19,015	29,886	44,867	65,785	95,190	120,258	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
18	1,095	1,741	2,802	4,360	6,785	11,033	17,040	1
	2,186	3,471	5,575	8,652	13,402	21,615	32,981	2
	3,272	5,191	8,321	12,875	19,852	31,748	47,824	3
	4,355	6,900	11,038	17,029	26,135	41,431	61,552	4
	5,433	8,597	13,727	21,115	32,250	50,664	74,215	5
	6,506	10,285	16,388	25,132	38,197	59,446	85,763	6
	7,576	11,961	19,021	29,081	43,977	67,779	96,212	7
	8,641	13,626	21,626	32,961	49,590	75,662	105,563	8
	9,702	15,281	24,202	36,773	55,035	83,095	113,816	9
	10,758	16,924	26,750	40,516	60,312	90,078	120,970	10
	11,811	18,557	29,271	44,191	65,422	96,611	127,026	11
	12,859	20,179	31,763	47,797	70,365	102,695	131,984	12

Tabela 32 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck=20 MPa	M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
19	1,156	1,838	2,958	4,604	7,167	11,658	18,017	1
	2,308	3,666	5,888	9,140	14,166	22,866	34,935	2
	3,455	5,482	8,790	13,607	20,997	33,624	50,756	3
	4,598	7,288	11,664	18,006	27,661	43,932	65,459	4
	5,737	9,083	14,509	22,336	34,158	53,791	79,101	5
	6,872	10,867	17,327	26,597	40,487	63,199	91,626	6
	8,002	12,640	20,116	30,790	46,649	72,157	103,052	7
	9,129	14,402	22,877	34,915	52,643	80,666	113,380	8
	10,250	16,154	25,610	38,970	58,469	88,724	122,610	9
	11,368	17,895	28,315	42,958	64,128	96,333	130,742	10
	12,481	19,624	30,991	46,876	69,620	103,491	137,775	11
	13,590	21,343	33,640	50,726	74,944	110,200	143,710	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
20	1,217	1,935	3,115	4,848	7,548	12,283	18,994	1
	2,430	3,860	6,201	9,628	14,929	24,117	36,890	2
	3,638	5,773	9,259	14,340	22,142	35,500	53,687	3
	4,842	7,676	12,289	18,982	29,188	46,434	69,367	4
	6,042	9,568	15,291	23,556	36,066	56,918	83,986	5
	7,238	11,449	18,265	28,062	42,777	66,951	97,489	6
	8,429	13,319	21,211	32,499	49,320	76,535	109,892	7
	9,616	15,179	24,128	36,868	55,695	85,669	121,198	8
	10,799	17,027	27,018	41,168	61,903	94,353	131,405	9
	11,977	18,865	29,879	45,399	67,944	102,587	140,513	10
	13,152	20,692	32,712	49,562	73,817	110,371	148,524	11
	14,322	22,508	35,517	53,656	79,523	117,705	155,436	12

Tabela 33 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

fck = 20 MPa M em kNm		d em cm		As em cm²/m		CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
7	0,237	0,347	0,508	0,732	0,993	1,292	1,999	1
	0,472	0,663	1,011	1,451	1,962	2,544	3,899	2
	0,706	0,949	1,507	2,155	2,907	3,755	5,701	3
	0,939	1,203	1,997	2,851	3,828	4,926	7,404	4
	1,171	1,427	2,480	3,532	4,726	6,056	9,008	5
	1,401	1,619	2,958	4,200	5,600	7,145	10,513	6
	1,630	1,781	3,429	4,855	6,450	8,194	11,920	7
	1,857	1,911	3,895	5,497	7,277	9,203	13,227	8
	2,083	2,011	4,354	6,126	8,080	10,171	14,437	9
	2,308	2,079	4,807	6,743	8,859	11,098	15,547	10
	2,529	2,117	5,253	7,347	9,614	11,985	16,559	11
	2,754	2,124	5,694	7,938	10,345	12,832	17,472	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
8	0,271	0,399	0,581	0,838	1,136	1,480	2,292	1
	0,540	0,767	1,157	1,662	2,249	2,919	4,484	2
	0,808	1,104	1,726	2,471	3,337	4,318	6,579	3
	1,075	1,410	2,289	3,273	4,402	5,676	8,574	4
	1,340	1,686	2,846	4,059	5,444	6,993	10,471	5
	1,604	1,930	3,396	4,833	6,461	8,270	12,269	6
	1,867	2,143	3,941	5,593	7,455	9,507	13,968	7
	2,129	2,326	4,479	6,341	8,425	10,703	15,568	8
	2,389	2,477	5,011	7,076	9,371	11,858	17,070	9
	2,647	2,597	5,537	7,798	10,294	12,973	18,473	10
	2,902	2,687	6,057	8,507	11,193	14,048	19,778	11
	3,161	2,745	6,571	9,203	12,068	15,082	20,983	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
9	0,305	0,451	0,654	0,943	1,280	1,667	2,584	1
	0,608	0,871	1,303	1,873	2,536	3,294	5,070	2
	0,910	1,260	1,945	2,787	3,768	4,880	7,457	3
	1,211	1,618	2,581	3,695	4,977	6,426	9,745	4
	1,510	1,945	3,211	4,587	6,161	7,931	11,934	5
	1,808	2,241	3,835	5,466	7,322	9,395	14,024	6
	2,105	2,506	4,452	6,332	8,460	10,819	16,016	7
	2,400	2,740	5,064	7,185	9,573	12,203	17,909	8
	2,694	2,943	5,669	8,025	10,663	13,546	19,704	9
	2,987	3,116	6,268	8,853	11,729	14,848	21,400	10
	3,275	3,257	6,861	9,667	12,771	16,110	22,996	11
	3,568	3,367	7,448	10,469	13,790	17,332	24,495	12

Tabela 33 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa M em kNm			d em cm		As em cm²/m		CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,339	0,503	0,728	1,049	1,423	1,855	2,877	1
	0,676	0,974	1,449	2,084	2,823	3,669	5,655	2
	1,012	1,415	2,164	3,103	4,199	5,443	8,334	3
	1,346	1,825	2,873	4,117	5,551	7,176	10,915	4
	1,680	2,204	3,576	5,114	6,879	8,868	13,397	5
	2,011	2,552	4,273	6,099	8,183	10,520	15,780	6
	2,342	2,869	4,964	7,070	9,464	12,132	18,065	7
	2,671	3,155	5,648	8,029	10,721	13,703	20,250	8
	2,999	3,410	6,326	8,975	11,955	15,233	22,337	9
	3,326	3,634	6,998	9,908	13,164	16,723	24,326	10
	3,648	3,827	7,664	10,828	14,350	18,173	26,215	11
	3,975	3,989	8,324	11,735	15,512	19,582	28,006	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,372	0,554	0,801	1,154	1,567	2,042	3,169	1
	0,744	1,078	1,595	2,295	3,110	4,044	6,240	2
	1,113	1,571	2,383	3,420	4,629	6,005	9,212	3
	1,482	2,032	3,165	4,539	6,125	7,926	12,086	4
	1,849	2,463	3,941	5,642	7,596	9,806	14,860	5
	2,215	2,863	4,711	6,732	9,045	11,645	17,536	6
	2,579	3,231	5,475	7,809	10,469	13,444	20,113	7
	2,943	3,569	6,233	8,873	11,869	15,203	22,591	8
	3,305	3,876	6,984	9,924	13,246	16,921	24,971	9
	3,665	4,152	7,729	10,963	14,599	18,598	27,252	10
	4,020	4,397	8,468	11,988	15,929	20,235	29,434	11
	4,382	4,611	9,201	13,001	17,234	21,832	31,518	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,406	0,606	0,874	1,259	1,710	2,230	3,462	1
	0,811	1,182	1,741	2,506	3,397	4,419	6,825	2
	1,215	1,726	2,603	3,736	5,060	6,568	10,090	3
	1,618	2,239	3,458	4,961	6,699	8,676	13,256	4
	2,019	2,722	4,307	6,169	8,314	10,743	16,323	5
	2,418	3,173	5,150	7,365	9,906	12,770	19,292	6
	2,817	3,594	5,986	8,547	11,473	14,757	22,161	7
	3,214	3,984	6,817	9,717	13,018	16,703	24,932	8
	3,610	4,342	7,641	10,874	14,538	18,608	27,605	9
	4,004	4,670	8,460	12,018	16,034	20,473	30,178	10
	4,393	4,967	9,272	13,149	17,507	22,298	32,653	11
	4,789	5,233	10,078	14,267	18,956	24,082	35,029	12

Tabela 33 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa M em kNm	d em cm	As em cm²/m				CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,440	0,658	0,947	1,365	1,854	2,417	3,755	1
	0,879	1,285	1,887	2,717	3,684	4,794	7,411	2
	1,317	1,881	2,822	4,052	5,490	7,130	10,968	3
	1,753	2,447	3,750	5,383	7,273	9,426	14,426	4
	2,188	2,981	4,672	6,697	9,032	11,681	17,786	5
	2,622	3,484	5,588	7,997	10,767	13,895	21,047	6
	3,054	3,957	6,498	9,285	12,478	16,070	24,210	7
	3,485	4,398	7,402	10,561	14,166	18,203	27,273	8
	3,915	4,809	8,299	11,823	15,829	20,296	30,238	9
	4,343	5,188	9,190	13,072	17,470	22,348	33,104	10
	4,766	5,537	10,076	14,309	19,086	24,360	35,872	11
	5,196	5,854	10,955	15,533	20,678	26,332	38,541	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,474	0,710	1,020	1,470	1,997	2,605	4,047	1
	0,947	1,389	2,033	2,928	3,971	5,169	7,996	2
	1,419	2,037	2,928	4,368	5,921	7,693	11,846	3
	1,889	2,654	4,373	5,805	7,847	10,176	15,597	4
	2,358	3,240	5,805	7,224	9,749	12,618	19,249	5
	2,826	3,795	7,224	8,630	11,628	15,020	22,803	6
	3,292	4,319	8,630	10,024	13,483	17,382	26,258	7
	3,757	4,813	10,024	11,405	15,314	19,703	29,614	8
	4,220	5,275	11,405	12,772	17,121	21,983	32,872	9
	4,683	5,706	12,772	14,127	18,905	24,223	36,031	10
	5,139	6,107	10,879	15,470	20,665	26,423	39,091	11
	5,603	6,476	11,831	16,799	22,401	28,582	42,052	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,508	0,762	1,093	1,576	2,141	2,792	4,340	1
	1,015	1,493	2,180	3,139	4,258	5,544	8,581	2
	1,521	2,192	3,260	4,684	6,351	8,255	12,724	3
	2,025	2,861	4,334	6,227	8,421	10,926	16,767	4
	2,528	3,499	5,403	7,752	10,467	13,556	20,713	5
	3,029	4,106	6,465	9,263	12,489	16,145	24,559	6
	3,529	4,682	7,521	10,762	14,487	18,695	28,306	7
	4,028	5,227	8,571	12,249	16,462	21,203	31,955	8
	4,526	5,741	9,614	13,722	18,413	23,671	35,505	9
	5,022	6,224	10,652	15,182	20,340	26,098	38,957	10
	5,511	6,677	11,683	16,630	22,243	28,485	42,309	11
	6,010	7,098	12,708	18,065	24,123	30,832	45,563	12

Tabela 33 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck = 20 MPa M em kNm			d em cm		As em cm²/m		CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,542	0,814	1,166	1,681	2,284	2,980	4,633	1
	1,083	1,596	2,326	3,350	4,545	5,919	9,166	2
	1,622	2,348	3,479	5,000	6,782	8,818	13,602	3
	2,160	3,068	4,627	6,649	8,995	11,676	17,938	4
	2,697	3,758	5,768	8,279	11,184	14,493	22,176	5
	3,233	4,417	6,903	9,896	13,350	17,270	26,315	6
	3,767	5,045	8,032	11,501	15,492	20,007	30,355	7
	4,300	5,642	9,155	13,092	17,610	22,703	34,296	8
	4,831	6,208	10,272	14,671	19,704	25,359	38,139	9
	5,361	6,743	11,382	16,237	21,775	27,973	41,883	10
	5,884	7,247	12,487	17,790	23,822	30,548	45,528	11
	6,417	7,720	13,585	19,331	25,845	33,082	49,075	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
17	0,576	0,865	1,239	1,787	2,428	3,167	4,925	1
	1,151	1,700	2,472	3,561	4,832	6,294	9,752	2
	1,724	2,503	3,698	5,316	7,212	9,380	14,479	3
	2,296	3,276	4,919	7,071	9,569	12,426	19,108	4
	2,867	4,017	6,133	8,806	11,902	15,431	23,639	5
	3,436	4,728	7,342	10,529	14,211	18,395	28,070	6
	4,004	5,408	8,544	12,239	16,496	21,320	32,403	7
	4,571	6,056	9,740	13,936	18,758	24,203	36,637	8
	5,136	6,674	10,929	15,621	20,996	27,046	40,773	9
	5,700	7,261	12,113	17,292	23,210	29,848	44,809	10
	6,257	7,817	13,290	18,951	25,401	32,610	48,747	11
	6,825	8,341	14,462	20,597	27,567	35,332	52,586	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
18	0,610	0,917	1,312	1,892	2,571	3,355	5,218	1
	1,219	1,803	2,618	3,772	5,119	6,669	10,337	2
	1,826	2,659	3,918	5,632	7,643	9,943	15,357	3
	2,432	3,483	5,211	7,493	10,143	13,176	20,279	4
	3,036	4,276	6,499	9,334	12,620	16,368	25,102	5
	3,640	5,039	7,780	11,162	15,072	19,521	29,826	6
	4,242	5,770	9,055	12,978	17,501	22,632	34,451	7
	4,842	6,471	10,324	14,780	19,906	25,703	38,978	8
	5,442	7,140	11,587	16,570	22,288	28,734	43,406	9
	6,040	7,779	12,843	18,347	24,645	31,723	47,735	10
	6,630	8,386	14,094	20,111	26,979	34,673	51,966	11
	7,232	8,963	15,338	21,863	29,289	37,582	56,098	12

Tabela 33 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck = 20 MPa M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 60				
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
19	0,644	0,969	1,385	1,998	2,715	3,542	5,510	1
	1,286	1,907	2,764	3,983	5,406	7,044	10,922	2
	1,928	2,814	4,137	5,948	8,073	10,505	16,235	3
	2,567	3,690	5,503	7,915	10,717	13,926	21,449	4
	3,206	4,535	6,864	9,861	13,337	17,306	26,565	5
	3,843	5,350	8,218	11,795	15,933	20,646	31,582	6
	4,479	6,133	9,566	13,716	18,506	23,945	36,500	7
	5,114	6,885	10,908	15,624	21,054	27,203	41,319	8
	5,747	7,607	12,244	17,520	23,579	30,421	46,040	9
	6,379	8,297	13,574	19,402	26,080	33,598	50,662	10
	7,002	8,956	14,898	21,272	28,558	36,735	55,185	11
	7,639	9,585	16,215	23,129	31,012	39,832	59,609	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
20	0,678	1,021	1,458	2,103	2,858	3,730	5,803	1
	1,354	2,011	2,910	4,194	5,693	7,419	11,507	2
	2,029	2,970	4,356	6,265	8,504	11,068	17,113	3
	2,703	3,898	5,796	8,337	11,291	14,676	22,620	4
	3,376	4,795	7,229	10,389	14,055	18,243	28,028	5
	4,047	5,661	8,657	12,428	16,794	21,771	33,337	6
	4,717	6,496	10,078	14,455	19,510	25,257	38,548	7
	5,385	7,300	11,493	16,468	22,202	28,703	43,660	8
	6,052	8,073	12,902	18,469	24,871	32,109	48,673	9
	6,718	8,815	14,305	20,457	27,516	35,473	53,588	10
	7,375	9,526	15,701	22,432	30,137	38,798	58,404	11
	8,046	10,207	17,092	24,394	32,734	42,082	63,121	12

Tabela 34 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

fck=25 MPa	M em kNm d em cm				As em cm²/m		CA 25	
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
7	0,213	0,338	0,544	0,847	1,317	2,141	3,306	1
	0,424	0,674	1,082	1,680	2,601	4,193	6,393	2
	0,635	1,008	1,615	2,499	3,851	6,154	9,260	3
	0,846	1,340	2,142	3,304	5,068	8,026	11,904	4
	1,055	1,669	2,664	4,096	6,251	9,807	14,335	5
	1,263	1,996	3,180	4,874	7,401	11,499	16,542	6
	1,471	2,321	3,690	5,638	8,517	13,100	18,531	7
	1,677	2,644	4,195	6,389	9,600	14,612	20,299	8
	1,883	2,965	4,694	7,126	10,650	16,033	21,848	9
	2,088	3,284	5,187	7,849	11,665	17,365	23,177	10
	2,292	3,600	5,675	8,559	12,648	18,606	24,287	11
	2,496	3,915	6,157	9,254	13,596	19,758	25,176	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
8	0,243	0,387	0,622	0,969	1,508	2,454	3,794	1
	0,485	0,771	1,239	1,923	2,982	4,818	7,369	2
	0,727	1,153	1,850	2,865	4,423	7,091	10,724	3
	0,967	1,533	2,455	3,792	5,830	9,275	13,855	4
	1,207	1,911	3,055	4,706	7,204	11,369	16,775	5
	1,446	2,287	3,649	5,606	8,545	13,373	19,470	6
	1,684	2,661	4,237	6,492	9,852	15,287	21,947	7
	1,921	3,032	4,820	7,364	11,125	17,111	24,203	8
	2,157	3,401	5,397	8,223	12,365	18,844	26,240	9
	2,393	3,768	5,969	9,068	13,571	20,488	28,057	10
	2,627	4,133	6,534	9,900	14,744	22,042	29,655	11
	2,861	4,496	7,095	10,718	15,883	23,506	31,033	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
9	0,274	0,435	0,700	1,090	1,698	2,766	4,282	1
	0,546	0,868	1,395	2,167	3,363	5,442	8,345	2
	0,818	1,299	2,084	3,230	4,995	8,028	12,188	3
	1,089	1,727	2,767	4,280	6,593	10,525	15,807	4
	1,359	2,154	3,445	5,315	8,157	12,931	19,215	5
	1,629	2,578	4,117	6,337	9,688	15,247	22,399	6
	1,897	3,000	4,784	7,345	11,186	17,473	25,363	7
	2,165	3,420	5,445	8,340	12,649	19,609	28,107	8
	2,431	3,837	6,100	9,321	14,080	21,656	30,632	9
	2,697	4,253	6,750	10,288	15,477	23,612	32,937	10
	2,962	4,666	7,394	11,241	16,840	25,478	35,023	11
	3,226	5,078	8,032	12,181	18,170	27,254	36,889	12

Tabela 34 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm d em cm				As em cm²/m		CA 25
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,304	0,484	0,778	1,212	1,889	3,078	4,770	1
	0,607	0,965	1,551	2,411	3,745	6,067	9,321	2
	0,909	1,444	2,318	3,596	5,567	8,965	13,652	3
	1,211	1,921	3,080	4,767	7,355	11,774	17,758	4
	1,511	2,396	3,836	5,925	9,110	14,492	21,655	5
	1,811	2,869	4,586	7,069	10,832	17,121	25,327	6
	2,110	3,339	5,331	8,199	12,520	19,660	28,779	7
	2,408	3,807	6,070	9,315	14,174	22,108	32,011	8
	2,705	4,274	6,803	10,418	15,795	24,467	35,024	9
	3,002	4,738	7,531	11,507	17,383	26,735	37,818	10
	3,297	5,199	8,253	12,582	18,937	28,914	40,391	11
	3,592	5,659	8,970	13,644	20,457	31,002	42,745	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,334	0,532	0,857	1,334	2,080	3,391	5,258	1
	0,668	1,062	1,708	2,655	4,126	6,692	10,297	2
	1,001	1,589	2,553	3,962	6,138	9,902	15,116	3
	1,333	2,115	3,392	5,255	8,117	13,023	19,709	4
	1,664	2,638	4,227	6,535	10,063	16,054	24,095	5
	1,994	3,159	5,055	7,800	11,975	18,995	28,255	6
	2,323	3,678	5,878	9,052	13,854	21,846	32,195	7
	2,652	4,195	6,695	10,291	15,699	24,607	35,916	8
	2,979	4,710	7,506	11,515	17,510	27,278	39,416	9
	3,306	5,222	8,312	12,726	19,288	29,859	42,698	10
	3,632	5,733	9,113	13,923	21,033	32,350	45,759	11
	3,957	6,241	9,907	15,107	22,744	34,751	48,601	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,365	0,580	0,935	1,456	2,270	3,703	5,746	1
	0,729	1,159	1,864	2,899	4,507	7,316	11,273	2
	1,092	1,735	2,787	4,328	6,710	10,840	16,580	3
	1,454	2,309	3,705	5,743	8,880	14,273	21,661	4
	1,816	2,880	4,617	7,144	11,016	17,616	26,535	5
	2,176	3,450	5,524	8,532	13,119	20,869	31,183	6
	2,536	4,018	6,425	9,906	15,188	24,032	35,611	7
	2,895	4,583	7,320	11,266	17,223	27,106	39,820	8
	3,253	5,146	8,210	12,613	19,225	30,089	43,809	9
	3,610	5,707	9,094	13,945	21,194	32,982	47,578	10
	3,967	6,266	9,972	15,265	23,129	35,785	51,127	11
	4,322	6,822	10,845	16,570	25,031	38,499	54,457	12

Tabela 34 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm d em cm				As em cm²/m		CA 25	
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,395	0,629	1,013	1,578	2,461	4,016	6,234	1
	0,790	1,256	2,020	3,143	4,888	7,941	12,249	2
	1,183	1,880	3,022	4,693	7,282	11,777	18,044	3
	1,576	2,503	4,017	6,230	9,642	15,522	23,612	4
	1,968	3,123	5,008	7,754	11,969	19,178	28,975	5
	2,359	3,741	5,992	9,263	14,262	22,743	34,111	6
	2,749	4,357	6,971	10,759	16,522	26,219	39,027	7
	3,139	4,970	7,945	12,241	18,748	29,604	43,724	8
	3,527	5,582	8,913	13,710	20,941	32,900	48,201	9
	3,915	6,191	9,875	15,165	23,100	36,106	52,458	10
	4,302	6,799	10,831	16,606	25,226	39,221	56,495	11
	4,687	7,404	11,782	18,033	27,318	42,247	60,313	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,426	0,677	1,091	1,700	2,651	4,328	6,722	1
	0,851	1,353	2,176	3,386	5,269	8,566	13,225	2
	1,227	2,026	3,256	5,059	7,853	12,714	19,508	3
	1,838	2,696	4,330	6,718	10,404	16,772	25,564	4
	2,447	3,365	5,398	8,363	12,922	20,739	31,415	5
	3,055	4,032	6,461	9,995	15,405	24,617	37,039	6
	3,660	4,696	7,518	11,613	17,856	28,405	42,443	7
	4,264	5,358	8,570	13,217	20,273	32,103	47,628	8
	4,866	6,018	9,616	14,807	22,656	35,711	52,593	9
	5,466	6,676	10,656	16,384	25,006	39,229	57,338	10
	4,636	7,332	11,691	17,947	27,322	42,657	61,864	11
	5,053	7,985	12,720	19,496	29,605	45,995	66,170	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,456	0,726	1,169	1,822	2,842	4,640	7,210	1
	0,912	1,449	2,333	3,630	5,650	9,190	14,201	2
	1,366	2,171	3,490	5,425	8,425	13,651	20,972	3
	1,820	2,890	4,642	7,206	11,167	18,021	27,515	4
	2,273	3,607	5,789	8,973	13,874	22,301	33,855	5
	2,724	4,322	6,930	10,726	16,549	26,491	39,967	6
	3,176	5,035	8,065	12,466	19,190	30,592	45,859	7
	3,626	5,746	9,195	14,192	21,797	34,602	51,532	8
	4,075	6,454	10,319	15,905	24,371	38,522	56,985	9
	4,524	7,161	11,437	17,603	26,911	42,353	62,218	10
	4,971	7,865	12,550	19,288	29,418	46,093	67,232	11
	5,418	8,567	13,657	20,959	31,892	49,743	72,026	12

Tabela 34 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m				CA 25
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,487	0,774	1,247	1,944	3,032	4,953	7,698	1
	0,972	1,546	2,489	3,874	6,031	9,815	15,177	2
	1,457	2,316	3,725	5,791	8,997	14,588	22,436	3
	1,941	3,084	4,955	7,694	11,929	19,270	29,467	4
	2,425	3,850	6,180	9,583	14,827	23,863	36,295	5
	2,907	4,613	7,399	11,458	17,692	28,365	42,895	6
	3,389	5,374	8,612	13,320	20,524	32,778	49,275	7
	3,869	6,134	9,820	15,168	23,322	37,101	55,436	8
	4,349	6,890	11,022	17,002	26,086	41,333	61,377	9
	4,828	7,645	12,219	18,822	28,817	45,476	67,098	10
	5,306	8,398	13,409	20,629	31,515	49,529	72,600	11
	5,783	9,148	14,595	22,422	34,179	53,491	77,882	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
17	0,517	0,823	1,325	2,066	3,223	5,265	8,186	1
	1,033	1,643	2,645	4,118	6,413	10,440	16,153	2
	1,549	2,462	3,959	6,156	9,569	15,525	23,900	3
	2,063	3,278	5,267	8,181	12,691	20,520	31,418	4
	2,577	4,092	6,570	10,192	15,780	25,425	38,735	5
	3,090	4,904	7,867	12,190	18,836	30,240	45,823	6
	3,602	5,714	9,159	14,173	21,858	34,965	52,691	7
	4,113	6,521	10,445	16,143	24,846	39,600	59,340	8
	4,623	7,327	11,725	18,099	27,801	44,144	65,769	9
	5,132	8,130	13,000	20,042	30,723	48,599	71,978	10
	5,641	8,931	14,269	21,970	33,611	52,964	77,968	11
	6,149	9,730	15,532	23,886	36,466	57,240	83,738	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
18	0,548	0,871	1,403	2,188	3,414	5,577	8,674	1
	1,094	1,740	2,801	4,362	6,794	11,065	17,129	2
	1,640	2,607	4,193	6,522	10,140	16,462	25,364	3
	2,185	3,472	5,580	8,669	13,454	21,769	33,369	4
	2,729	4,334	6,961	10,802	16,733	26,986	41,175	5
	3,272	5,195	8,336	12,921	19,979	32,114	48,751	6
	3,815	6,053	9,706	15,027	23,192	37,151	56,108	7
	4,356	6,909	11,070	17,118	26,371	42,098	63,244	8
	4,897	7,763	12,428	19,197	29,517	46,956	70,161	9
	5,437	8,614	13,781	21,261	32,629	51,723	76,859	10
	5,976	9,464	15,128	23,312	35,707	56,400	83,336	11
	6,514	10,311	16,470	25,349	38,752	60,988	89,594	12

Tabela 34 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck=25 MPa	M em kNm d em cm				As em cm²/m		CA 25	
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
19	0,578	0,920	1,482	2,310	3,604	5,890	9,162	1
	1,155	1,837	2,958	4,606	7,175	11,689	18,105	2
	1,731	2,752	4,428	6,888	10,712	17,399	26,828	3
	2,307	3,666	5,893	9,157	14,216	23,018	35,321	4
	2,881	4,577	7,352	11,412	17,686	28,548	43,615	5
	3,455	5,485	8,805	13,653	21,123	33,988	51,679	6
	4,028	6,392	10,253	15,880	24,526	39,337	59,524	7
	4,600	7,297	11,695	18,094	27,896	44,597	67,148	8
	5,171	8,199	13,131	20,294	31,232	49,767	74,553	9
	5,741	9,099	14,562	22,480	34,535	54,846	81,739	10
	6,311	9,997	15,988	24,653	37,804	59,836	88,704	11
	6,879	10,893	17,407	26,812	41,039	64,736	95,450	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
20	0,608	0,968	1,560	2,432	3,795	6,202	9,650	1
	1,216	1,934	3,114	4,850	7,556	12,314	19,081	2
	1,823	2,898	4,662	7,254	11,284	18,336	28,292	3
	2,429	3,859	6,205	9,644	14,978	24,268	37,272	4
	3,034	4,819	7,742	12,021	18,639	30,110	46,055	5
	3,638	5,776	9,274	14,384	22,266	35,862	54,607	6
	4,241	6,731	10,800	16,734	25,860	41,524	62,940	7
	4,843	7,684	12,320	19,069	29,420	47,096	71,052	8
	5,445	8,635	13,835	21,391	32,947	52,578	78,945	9
	6,046	9,584	15,344	23,700	36,440	57,970	86,619	10
	6,646	10,530	16,847	25,994	39,900	63,272	94,072	11
	7,245	11,474	18,345	28,275	43,326	68,484	101,306	12

Tabela 35 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm	As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
7	0,425	0,675	1,084	1,682	2,604	4,198	6,401	1
	0,847	1,341	2,145	3,308	5,074	8,036	11,923	2
	1,265	1,999	3,184	4,880	7,411	11,514	16,566	3
	1,679	2,648	4,200	6,397	9,613	14,632	20,327	4
	2,091	3,288	5,194	7,859	11,681	17,390	23,217	5
	2,499	3,919	6,165	9,266	13,615	19,788	25,224	6
	2,903	4,542	7,113	10,619	15,415	21,827	26,353	7
	3,304	5,157	8,040	11,916	17,081	23,505	26,603	8
	3,702	5,762	8,943	13,159	18,613	24,823	25,974	9
	4,096	6,359	9,824	14,347	20,012	25,782	24,466	10
	4,487	6,947	10,683	15,480	21,276	26,380	22,080	11
	4,874	7,527	11,519	16,558	22,406	26,618	18,815	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
8	0,486	0,772	1,240	1,926	2,986	4,823	7,378	1
	0,968	1,535	2,458	3,796	5,838	9,287	13,877	2
	1,448	2,290	3,653	5,612	8,555	13,390	19,498	3
	1,923	3,036	4,826	7,374	11,139	17,134	24,234	4
	2,395	3,773	5,976	9,080	13,589	20,517	28,103	5
	2,864	4,502	7,103	10,731	15,905	23,541	31,087	6
	3,330	5,222	8,209	12,328	18,086	26,205	33,193	7
	3,792	5,933	9,291	13,869	20,134	28,508	34,420	8
	4,250	6,635	10,351	15,356	22,048	30,452	34,768	9
	4,706	7,329	11,389	16,788	23,828	32,036	34,238	10
	5,157	8,015	12,404	18,166	25,473	33,260	32,829	11
	5,606	8,691	13,396	19,488	26,985	34,123	30,541	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
9	0,547	0,869	1,397	2,170	3,367	5,449	8,355	1
	1,090	1,729	2,771	4,285	6,601	10,538	15,832	2
	1,630	2,581	4,122	6,345	9,700	15,267	22,429	3
	2,167	3,424	5,451	8,350	12,665	19,635	28,141	4
	2,700	4,258	6,758	10,300	15,497	23,644	32,989	5
	3,230	5,084	8,042	12,196	18,194	27,293	36,950	6
	3,756	5,901	9,304	14,037	20,758	30,583	40,033	7
	4,279	6,709	10,543	15,823	23,187	33,512	42,237	8
	4,799	7,509	11,759	17,554	25,482	36,081	43,563	9
	5,315	8,300	12,953	19,230	27,644	38,290	44,010	10
	5,828	9,082	14,124	20,851	29,671	40,139	43,578	11
	6,337	9,856	15,273	22,417	31,564	41,628	42,267	12

Tabela 35 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm	As em cm²/m CA 50		
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,608	0,966	1,553	2,414	3,749	6,074	9,332	1
	1,212	1,923	3,084	4,773	7,364	11,789	17,786	2
	1,813	2,872	4,592	7,077	10,845	17,143	25,361	3
	2,411	3,812	6,077	9,327	14,192	22,137	32,049	4
	3,005	4,743	7,540	11,521	17,405	26,772	37,874	5
	3,596	5,666	8,981	13,661	20,484	31,046	42,813	6
	4,183	6,580	10,399	15,746	23,429	34,960	46,873	7
	4,767	7,485	11,794	17,776	26,240	38,515	50,055	8
	5,348	8,382	13,167	19,751	28,917	41,710	52,357	9
	5,925	9,270	14,517	21,671	31,459	44,544	53,781	10
	6,498	10,149	15,845	23,536	33,868	47,019	54,326	11
	7,069	11,020	17,151	25,347	36,143	49,133	53,993	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,669	1,063	1,710	2,658	4,131	6,700	10,309	1
	1,334	2,117	3,396	5,261	8,127	13,039	19,740	2
	1,996	3,163	5,061	7,810	11,990	19,019	28,292	3
	2,655	4,200	6,703	10,303	15,718	24,639	35,956	4
	3,310	5,228	8,322	12,742	19,313	29,899	42,760	5
	3,962	6,248	9,919	15,126	22,773	34,799	48,676	6
	4,610	7,259	11,494	17,455	26,100	39,338	53,713	7
	5,255	8,262	13,045	19,729	29,292	43,518	57,872	8
	5,896	9,255	14,575	21,948	32,351	47,338	61,152	9
	6,534	10,240	16,082	24,112	35,275	50,798	63,553	10
	7,169	11,217	17,566	26,222	38,066	53,898	65,075	11
	7,800	12,184	19,028	28,277	40,723	56,639	65,719	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,730	1,160	1,866	2,902	4,512	7,325	11,287	1
	1,456	2,311	3,709	5,750	8,890	14,290	21,694	2
	2,179	3,454	5,530	8,542	13,134	20,895	31,224	3
	2,899	4,588	7,329	11,280	17,245	27,141	39,864	4
	3,615	5,714	9,104	13,962	21,221	33,026	47,646	5
	4,327	6,830	10,858	16,590	25,063	38,551	54,539	6
	5,037	7,938	12,589	19,164	28,771	43,716	60,553	7
	5,742	9,038	14,297	21,682	32,345	48,522	65,689	8
	6,445	10,129	15,983	24,145	35,785	52,967	69,946	9
	7,144	11,211	17,646	26,554	39,091	57,053	73,324	10
	7,839	12,284	19,287	28,907	42,264	60,778	75,824	11
	8,531	13,349	20,905	31,206	45,302	64,144	77,445	12

Tabela 35 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm	As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,791	1,257	2,022	3,146	4,894	7,950	12,264	1
	1,578	2,506	4,022	6,238	9,654	15,541	23,649	2
	2,362	3,745	6,000	9,274	14,279	22,772	34,155	3
	3,142	4,976	7,954	12,256	18,771	29,642	43,771	4
	3,919	6,199	9,887	15,183	23,129	36,153	52,532	5
	4,693	7,413	11,796	18,055	27,352	42,304	60,402	6
	5,463	8,618	13,684	20,872	31,442	48,094	67,394	7
	6,230	9,814	15,548	23,635	35,398	53,525	73,506	8
	6,993	11,002	17,391	26,342	39,220	58,596	78,741	9
	7,753	12,181	19,210	28,995	42,907	63,307	83,096	10
	8,510	13,351	21,007	31,593	46,461	67,658	86,573	11
	9,263	14,513	22,782	34,136	49,881	71,649	89,171	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,852	1,354	2,179	3,390	5,275	8,576	13,241	1
	1,700	2,700	4,335	6,726	10,417	16,792	25,603	2
	2,450	4,036	6,469	10,007	15,424	24,648	37,087	3
	3,664	5,364	8,580	13,233	20,297	32,144	47,679	4
	4,872	6,684	10,669	16,404	25,037	39,280	57,418	5
	6,072	7,995	12,735	19,520	29,642	46,056	66,265	6
	7,265	9,297	14,779	22,581	34,113	52,472	74,234	7
	8,451	10,590	16,800	25,588	38,451	58,528	81,324	8
	9,629	11,875	18,799	28,540	42,654	64,225	87,535	9
	10,801	13,151	20,775	31,436	46,723	69,561	92,868	10
	9,180	14,419	22,728	34,278	50,659	74,537	97,322	11
	9,994	15,678	24,659	37,066	54,460	79,154	100,897	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,913	1,451	2,335	3,635	5,657	9,201	14,218	1
	1,822	2,894	4,648	7,214	11,180	18,043	27,557	2
	2,728	4,327	6,938	10,739	16,569	26,524	40,018	3
	3,630	5,753	9,206	14,209	21,824	34,646	51,586	4
	4,529	7,169	11,451	17,625	26,945	42,407	62,303	5
	5,424	8,577	13,674	20,985	31,932	49,809	72,128	6
	6,317	9,976	15,874	24,290	36,785	56,850	81,074	7
	7,205	11,367	18,051	27,541	41,504	63,532	89,141	8
	8,091	12,748	20,206	30,737	46,088	69,853	96,329	9
	8,972	14,122	22,339	33,878	50,539	75,815	102,639	10
	9,851	15,486	24,449	36,964	54,856	81,417	108,070	11
	10,726	16,842	26,537	39,995	59,039	86,659	112,623	12

Tabela 35 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm	As em cm²/m		CA 50
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,974	1,548	2,492	3,879	6,039	9,827	15,195	1
	1,944	3,088	4,961	7,703	11,943	19,294	29,512	2
	2,911	4,619	7,407	11,472	17,714	28,400	42,950	3
	3,874	6,141	9,832	15,186	23,350	37,147	55,493	4
	4,834	7,654	12,233	18,845	28,853	45,534	67,189	5
	5,790	9,159	14,612	22,450	34,221	53,561	77,991	6
	6,743	10,655	16,969	25,999	39,456	61,228	87,914	7
	7,693	12,143	19,303	29,494	44,556	68,535	96,958	8
	8,639	13,622	21,614	32,934	49,523	75,482	105,124	9
	9,582	15,092	23,903	36,319	54,355	82,069	112,411	10
	10,521	16,553	26,170	39,649	59,054	88,297	118,819	11
	11,457	18,006	28,414	42,925	63,618	94,164	124,349	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
17	1,035	1,645	2,648	4,123	6,420	10,452	16,172	1
	2,066	3,282	5,274	8,191	12,706	20,544	31,466	2
	3,093	4,910	7,877	12,204	18,858	30,277	45,881	3
	4,118	6,529	10,457	16,162	24,877	39,649	59,401	4
	5,139	8,139	13,015	20,066	30,761	48,661	72,075	5
	6,156	9,741	15,551	23,914	36,511	57,314	83,854	6
	7,170	11,335	18,064	27,708	42,127	65,606	94,754	7
	8,181	12,919	20,554	31,447	47,609	73,539	104,776	8
	9,188	14,495	23,022	35,131	52,957	81,111	113,918	9
	10,192	16,062	25,468	38,761	58,171	88,324	122,182	10
	11,192	17,621	27,891	42,335	63,251	95,176	129,568	11
	12,189	19,171	30,291	45,854	68,197	101,669	136,075	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
18	1,095	1,742	2,805	4,367	6,802	11,078	17,150	1
	2,188	3,476	5,587	8,679	13,469	21,795	33,420	2
	3,276	5,201	8,346	12,936	20,003	32,153	48,813	3
	4,361	6,917	11,083	17,139	26,403	42,151	63,308	4
	5,443	8,625	13,797	21,287	32,669	51,788	76,961	5
	6,522	10,323	16,489	25,379	38,800	61,066	89,717	6
	7,597	12,014	19,159	29,417	44,798	69,984	101,594	7
	8,668	13,695	21,806	33,400	50,662	78,542	112,593	8
	9,736	15,368	24,430	37,328	56,392	86,740	122,713	9
	10,801	17,033	27,032	41,202	61,987	94,578	131,954	10
	11,862	18,688	29,611	45,020	67,449	102,056	140,317	11
	12,920	20,335	32,168	48,784	72,777	109,174	147,800	12

Tabela 35 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck=25 MPa	M em kNm			d em cm		As em cm²/m CA 50		
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
19	1,156	1,839	2,961	4,611	7,183	11,703	18,127	1
	2,309	3,670	5,899	9,167	14,233	23,046	35,375	2
	3,459	5,492	8,815	13,669	21,148	34,029	51,744	3
	4,605	7,305	11,709	18,115	27,929	44,652	67,216	4
	5,748	9,110	14,580	22,507	34,577	54,916	81,847	5
	6,887	10,906	17,428	26,844	41,090	64,819	95,580	6
	8,023	12,693	20,254	31,126	47,469	74,362	108,434	7
	9,156	14,472	23,057	35,353	53,715	83,545	120,410	8
	10,285	16,242	25,838	39,526	59,826	92,369	131,507	9
	11,411	18,003	28,596	43,643	65,803	100,832	141,726	10
	12,533	19,755	31,332	47,706	71,647	108,935	151,065	11
	13,652	21,499	34,045	51,714	77,356	116,679	159,526	12
d	**5,0**	**6,3**	**8,0**	**10,0**	**12,5**	**16,0**	**20,0**	**Nº de diâmetros**
20	1,217	1,936	3,117	4,855	7,565	12,328	19,104	1
	2,431	3,864	6,212	9,656	14,996	24,297	37,329	2
	3,642	5,783	9,285	14,401	22,293	35,905	54,676	3
	4,849	7,693	12,334	19,092	29,456	47,154	71,123	4
	6,053	9,595	15,362	23,728	36,485	58,043	86,732	5
	7,253	11,488	18,367	28,309	43,380	68,571	101,443	6
	8,450	13,372	21,349	32,835	50,140	78,740	115,274	7
	9,644	15,248	24,309	37,306	56,767	88,549	128,227	8
	10,834	17,115	27,246	41,723	63,260	97,997	140,302	9
	12,020	18,973	30,161	46,085	69,619	107,086	151,497	10
	13,203	20,823	33,053	50,391	75,844	115,815	161,814	11
	14,383	22,664	35,922	54,643	81,935	124,184	171,252	12

Tabela 36 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm		As em cm²/m	CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
7	0,237	0,361	0,509	0,733	0,995	1,296	1,818	2,009	1
	0,473	0,720	1,013	1,456	1,971	2,560	3,571	3,939	2
	0,708	1,077	1,512	2,167	2,928	3,792	5,260	5,790	3
	0,941	1,431	2,006	2,872	3,866	4,991	6,885	7,562	4
	1,174	1,783	2,496	3,564	4,786	6,157	8,445	9,254	5
	1,406	2,132	2,980	4,246	5,686	7,291	9,941	10,868	6
	1,636	2,478	3,459	4,918	6,567	8,393	11,372	12,403	7
	1,866	2,822	3,934	5,579	7,429	9,462	12,739	13,859	8
	2,094	3,164	4,404	6,230	8,272	10,499	14,041	15,236	9
	2,321	3,503	4,868	6,871	9,096	11,504	15,279	16,534	10
	2,545	3,840	5,328	7,502	9,901	12,476	16,452	17,753	11
	2,773	4,174	5,783	8,122	10,687	13,415	17,562	18,893	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
8	0,271	0,413	0,582	0,839	1,139	1,484	2,082	2,301	1
	0,541	0,824	1,159	1,667	2,258	2,935	4,100	4,524	2
	0,809	1,232	1,731	2,483	3,359	4,354	6,053	6,667	3
	1,077	1,638	2,299	3,294	4,440	5,741	7,942	8,732	4
	1,344	2,042	2,861	4,091	5,503	7,095	9,766	10,718	5
	1,609	2,443	3,418	4,879	6,547	8,416	11,526	12,624	6
	1,874	2,841	3,971	5,656	7,571	9,706	13,222	14,452	7
	2,137	3,237	4,518	6,423	8,577	10,962	14,853	16,200	8
	2,399	3,630	5,061	7,180	9,564	12,187	16,420	17,870	9
	2,661	4,021	5,599	7,926	10,531	13,379	17,922	19,461	10
	2,918	4,410	6,132	8,662	11,480	14,538	19,360	20,972	11
	3,180	4,796	6,659	9,388	12,410	15,665	20,733	22,405	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
9	0,305	0,465	0,655	0,944	1,282	1,671	2,346	2,594	1
	0,608	0,928	1,305	1,878	2,545	3,310	4,628	5,109	2
	0,911	1,388	1,951	2,799	3,789	4,917	6,846	7,545	3
	1,213	1,846	2,591	3,716	5,015	6,491	8,999	9,903	4
	1,513	2,301	3,226	4,619	6,221	8,032	11,088	12,181	5
	1,813	2,753	3,857	5,512	7,408	9,541	13,112	14,380	6
	2,111	3,204	4,482	6,395	8,576	11,018	15,072	16,500	7
	2,408	3,651	5,103	7,267	9,725	12,462	16,967	18,541	8
	2,705	4,097	5,719	8,129	10,855	13,874	18,798	20,504	9
	3,000	4,539	6,329	8,981	11,966	15,254	20,565	22,387	10
	3,291	4,980	6,935	9,823	13,059	16,601	22,267	24,191	11
	3,587	5,418	7,536	10,654	14,132	17,915	23,905	25,916	12

Tabela 36 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 60				
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
10	0,339	0,517	0,728	1,050	1,426	1,859	2,611	2,887	1
	0,676	1,031	1,451	2,089	2,832	3,685	5,157	5,694	2
	1,013	1,543	2,170	3,115	4,220	5,479	7,639	8,423	3
	1,348	2,053	2,883	4,138	5,589	7,241	10,056	11,073	4
	1,683	2,560	3,592	5,146	6,938	8,970	12,409	13,644	5
	2,016	3,064	4,295	6,145	8,269	10,666	14,698	16,136	6
	2,349	3,566	4,994	7,133	9,581	12,331	16,922	18,548	7
	2,680	4,066	5,687	8,111	10,873	13,962	19,082	20,882	8
	3,010	4,563	6,376	9,079	12,147	15,562	21,177	23,137	9
	3,339	5,058	7,060	10,036	13,402	17,129	23,208	25,313	10
	3,664	5,550	7,739	10,983	14,637	18,663	25,174	27,410	11
	3,994	6,039	8,413	11,920	15,854	20,165	27,076	29,428	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
11	0,373	0,569	0,801	1,155	1,569	2,046	2,875	3,179	1
	0,744	1,135	1,598	2,300	3,119	4,060	5,686	6,280	2
	1,115	1,699	2,389	3,431	4,651	6,042	8,432	9,301	3
	1,484	2,260	3,175	4,560	6,163	7,991	11,113	12,243	4
	1,852	2,819	3,957	5,674	7,656	9,907	13,731	15,107	5
	2,220	3,375	4,733	6,778	9,130	11,791	16,283	17,891	6
	2,586	3,929	5,505	7,871	10,585	13,643	18,772	20,597	7
	2,951	4,480	6,272	8,955	12,021	15,462	21,196	23,223	8
	3,315	5,029	7,034	10,028	13,439	17,249	23,555	25,771	9
	3,678	5,576	7,791	11,091	14,837	19,004	25,851	28,239	10
	4,036	6,120	8,543	12,144	16,216	20,726	28,081	30,629	11
	4,401	6,661	9,290	13,186	17,576	22,415	30,248	32,939	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
12	0,407	0,621	0,874	1,261	1,713	2,234	3,139	3,472	1
	0,812	1,239	1,744	2,511	3,406	4,435	6,214	6,865	2
	1,216	1,854	2,608	3,747	5,081	6,604	9,225	10,179	3
	1,620	2,467	3,468	4,982	6,737	8,741	12,171	13,414	4
	2,022	3,078	4,322	6,201	8,373	10,845	15,052	16,570	5
	2,423	3,686	5,172	7,411	9,991	12,916	17,869	19,647	6
	2,823	4,292	6,017	8,610	11,590	14,956	20,622	22,645	7
	3,223	4,895	6,856	9,799	13,169	16,962	23,310	25,564	8
	3,621	5,496	7,691	10,977	14,730	18,937	25,934	28,404	9
	4,018	6,094	8,521	12,146	16,272	20,879	28,493	31,165	10
	4,409	6,690	9,346	13,304	17,795	22,788	30,988	33,848	11
	4,808	7,283	10,166	14,452	19,298	24,665	33,419	36,451	12

Tabela 36 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm			d em cm			As em cm²/m CA 60		
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
13	0,440	0,672	0,947	1,366	1,856	2,421	3,404	3,765	1
	0,880	1,342	1,890	2,722	3,693	4,810	6,743	7,450	2
	1,318	2,010	2,827	4,063	5,512	7,167	10,017	11,057	3
	1,755	2,675	3,760	5,404	7,311	9,491	13,228	14,584	4
	2,192	3,337	4,687	6,729	9,091	11,782	16,374	18,033	5
	2,627	3,997	5,610	8,044	10,852	14,041	19,455	21,403	6
	3,061	4,654	6,528	9,348	12,594	16,268	22,472	24,693	7
	3,494	5,309	7,441	10,643	14,318	18,462	25,425	27,905	8
	3,926	5,962	8,349	11,927	16,022	20,624	28,313	31,038	9
	4,357	6,612	9,252	13,201	17,707	22,754	31,136	34,092	10
	4,782	7,260	10,150	14,464	19,373	24,851	33,896	37,066	11
	5,215	7,905	11,043	15,718	21,020	26,915	36,591	39,962	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
14	0,474	0,724	1,020	1,472	2,000	2,609	3,668	4,057	1
	0,948	1,446	2,036	2,933	3,980	5,185	7,271	8,035	2
	1,420	2,165	2,933	4,379	5,942	7,729	10,810	11,935	3
	1,891	2,882	4,385	5,825	7,885	10,241	14,285	15,755	4
	2,361	3,596	5,825	7,256	9,809	12,720	17,695	19,496	5
	2,830	4,308	7,256	8,677	11,713	15,166	21,041	23,159	6
	3,298	5,017	8,677	10,087	13,599	17,581	24,322	26,742	7
	3,765	5,724	10,087	11,487	15,466	19,962	27,539	30,246	8
	4,231	6,428	11,487	12,876	17,313	22,312	30,691	33,672	9
	4,696	7,130	12,876	14,256	19,142	24,629	33,779	37,018	10
	5,155	7,830	10,954	15,625	20,952	26,913	36,803	40,285	11
	5,622	8,527	11,920	16,984	22,743	29,165	39,762	43,474	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
15	0,508	0,776	1,093	1,577	2,143	2,796	3,932	4,350	1
	1,016	1,549	2,182	3,144	4,267	5,560	7,800	8,621	2
	1,522	2,321	3,266	4,696	6,373	8,292	11,603	12,813	3
	2,027	3,089	4,344	6,247	8,459	10,991	15,342	16,925	4
	2,531	3,855	5,418	7,784	10,526	13,657	19,016	20,959	5
	3,034	4,619	6,487	9,310	12,574	16,291	22,626	24,914	6
	3,536	5,380	7,551	10,825	14,604	18,893	26,172	28,790	7
	4,037	6,138	8,610	12,331	16,614	21,462	29,653	32,587	8
	4,536	6,895	9,664	13,826	18,605	23,999	33,070	36,305	9
	5,035	7,648	10,713	15,311	20,577	26,504	36,422	39,944	10
	5,527	8,400	11,757	16,785	22,531	28,976	39,710	43,504	11
	6,029	9,148	12,797	18,250	24,465	31,415	42,934	46,985	12

Tabela 36 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(cont.)*.

fck=25 MPa	M em kNm	d em cm	As em cm²/m	CA 60				
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
16	0,542	0,828	1,167	1,683	2,287	2,984	4,196	4,642	1
	1,083	1,653	2,328	3,355	4,554	5,935	8,328	9,206	2
	1,623	2,476	3,485	5,012	6,803	8,854	12,396	13,690	3
	2,162	3,296	4,637	6,669	9,033	11,741	16,399	18,096	4
	2,700	4,114	5,783	8,311	11,244	14,595	20,338	22,422	5
	3,237	4,930	6,925	9,943	13,435	17,416	24,212	26,670	6
	3,773	5,743	8,062	11,564	15,608	20,206	28,022	30,839	7
	4,308	6,553	9,194	13,175	17,762	22,962	31,768	34,928	8
	4,842	7,361	10,322	14,775	19,897	25,687	35,449	38,939	9
	5,374	8,167	11,444	16,366	22,012	28,379	39,065	42,870	10
	5,900	8,970	12,561	17,946	24,109	31,038	42,617	46,723	11
	6,437	9,770	13,673	19,516	26,187	33,665	46,105	50,497	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
17	0,576	0,880	1,240	1,788	2,430	3,171	4,461	4,935	1
	1,151	1,757	2,474	3,566	4,842	6,310	8,857	9,791	2
	1,725	2,631	3,704	5,328	7,234	9,417	13,189	14,568	3
	2,298	3,504	4,929	7,091	9,607	12,491	17,456	19,266	4
	2,870	4,373	6,149	8,839	11,961	15,532	21,659	23,886	5
	3,441	5,241	7,364	10,575	14,297	18,541	25,798	28,426	6
	4,011	6,105	8,574	12,302	16,613	21,518	29,872	32,887	7
	4,579	6,968	9,779	14,019	18,910	24,462	33,882	37,269	8
	5,147	7,827	10,979	15,725	21,188	27,374	37,827	41,572	9
	5,714	8,685	12,174	17,421	23,448	30,254	41,708	45,797	10
	6,273	9,539	13,365	19,106	25,688	33,101	45,524	49,942	11
	6,844	10,392	14,550	20,781	27,909	35,915	49,276	54,008	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
18	0,610	0,931	1,313	1,894	2,574	3,359	4,725	5,228	1
	1,219	1,860	2,620	3,777	5,129	6,685	9,386	10,376	2
	1,827	2,787	3,923	5,644	7,664	9,979	13,982	15,446	3
	2,434	3,711	5,221	7,513	10,181	13,241	18,514	20,437	4
	3,040	4,632	6,514	9,366	12,679	16,470	22,981	25,349	5
	3,644	5,551	7,802	11,208	15,158	19,666	27,384	30,181	6
	4,248	6,468	9,085	13,041	17,617	22,831	31,722	34,935	7
	4,851	7,382	10,363	14,862	20,058	25,962	35,996	39,610	8
	5,452	8,294	11,637	16,674	22,480	29,062	40,206	44,206	9
	6,053	9,203	12,905	18,475	24,883	32,129	44,351	48,723	10
	6,646	10,109	14,168	20,267	27,267	35,163	48,432	53,161	11
	7,251	11,014	15,427	22,047	29,631	38,165	52,448	57,519	12

Tabela 36 - Cálculo das armaduras em lajes retangulares em função do momento fletor *(conc.)*.

fck=25 MPa	M em kNm				d em cm		As em cm²/m	CA 60	
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
19	0,644	0,983	1,386	1,999	2,717	3,546	4,989	5,520	1
	1,287	1,964	2,767	3,988	5,416	7,060	9,914	10,962	2
	1,929	2,942	4,142	5,960	8,095	10,542	14,775	16,324	3
	2,570	3,918	5,513	7,935	10,755	13,991	19,571	21,607	4
	3,209	4,891	6,879	9,894	13,396	17,407	24,302	26,812	5
	3,848	5,862	8,240	11,841	16,019	20,791	28,969	31,937	6
	4,486	6,831	9,597	13,779	18,622	24,143	33,572	36,984	7
	5,122	7,797	10,948	15,706	21,206	27,462	38,111	41,951	8
	5,758	8,760	12,294	17,624	23,772	30,749	42,584	46,839	9
	6,392	9,721	13,636	19,530	26,318	34,004	46,994	51,649	10
	7,018	10,679	14,972	21,427	28,845	37,226	51,339	56,379	11
	7,658	11,635	16,304	23,313	31,354	40,415	55,619	61,031	12
d	**3,4**	**4,2**	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,5**	**10,0**	**Nº de diâmetros**
20	0,678	1,035	1,459	2,105	2,861	3,734	5,254	5,813	1
	1,355	2,068	2,913	4,199	5,703	7,435	10,443	11,547	2
	2,031	3,098	4,362	6,276	8,525	11,104	15,568	17,202	3
	2,705	4,125	5,806	8,357	11,329	14,741	20,628	22,778	4
	3,379	5,150	7,245	10,421	14,114	18,345	25,624	28,275	5
	4,052	6,173	8,679	12,474	16,880	21,916	30,555	33,693	6
	4,723	7,193	10,108	14,518	19,627	25,456	35,422	39,032	7
	5,394	8,211	11,532	16,550	22,354	28,963	40,225	44,292	8
	6,063	9,226	12,952	18,573	25,063	32,437	44,963	49,473	9
	6,731	10,239	14,366	20,585	27,753	35,879	49,637	54,575	10
	7,391	11,249	15,776	22,587	30,424	39,288	54,246	59,598	11
	8,065	12,257	17,180	24,579	33,076	42,665	58,791	64,542	12

Capítulo 4

VIGAS

As vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante. A seção transversal das vigas não deve apresentar largura menor que 12 cm e das vigas-parede, menor que 15 cm. Estes limites podem ser reduzidos, respeitando-se um mínimo absoluto de 10 cm em casos excepcionais, sendo obrigatoriamente respeitadas as seguintes condições:

a) alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando os espaçamentos e coberturas estabelecidos na ABNT NBR 6118:2003;

b) lançamento e vibração do concreto de acordo com a ABNT NBR 14931:2003.

Para o cálculo de uma viga de uma estrutura de concreto armado será necessário antes de tudo ser conhecido o vão teórico.

O vão teórico é a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores que:

a - em viga isolada : 1,05 ℓ_o

b - em vão extremo de viga contínua: o vão livre acrescido da semilargura do apoio interno e de 0,03 ℓ_o

O vão efetivo de uma viga pode ser calculado por:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2$$

Com a_1 igual ao menor valor entre ($t_1/2$ e 0,3 h) e a_2 igual ao menor valor entre ($t_2/2$ e 0,3 h), sendo t_1, t_2 e h , respectivamente, apoio de vão extremo, apoio de vão intermediário e altura da laje.

Nas vigas em balanço, o comprimento teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores a 1,03 vezes o comprimento livre.

No cálculo das vigas T só poderão ser consideradas lajes que obedeçam, no que lhes for aplicável, as prescrições da norma da ABNT.

No que segue b_w designa a largura real da nervura; b_a a largura da nervura fictícia

obtida aumentando-se a largura real para cada lado de valor igual ao do menor cateto do triângulo da mísula corresponde; b_2 a distância entre as faces das nervuras fictícias sucessivas.

A largura colaborante b_f deve ser pela largura da viga b_w acrescida de no máximo 10 % da distância a entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante.

A distância "**a**" pode ser estimada, em função do comprimento ℓ do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

em que a tem o valor seguinte:

- viga simplesmente apoiada a = 1,00 ℓ
- tramo com momento em uma só extremidade a = 0,75 ℓ
- tramo com momentos nas duas extremidades a = 0,60 ℓ
- tramo em balanço a = 2,00 ℓ

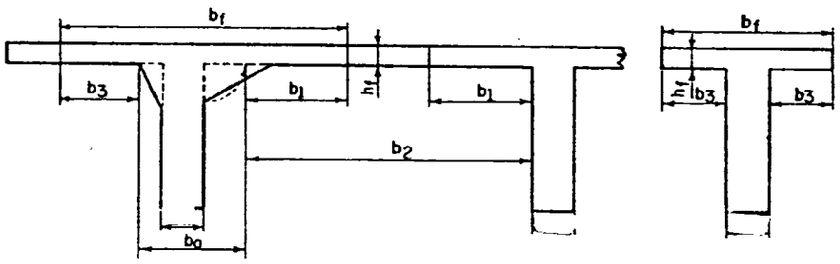
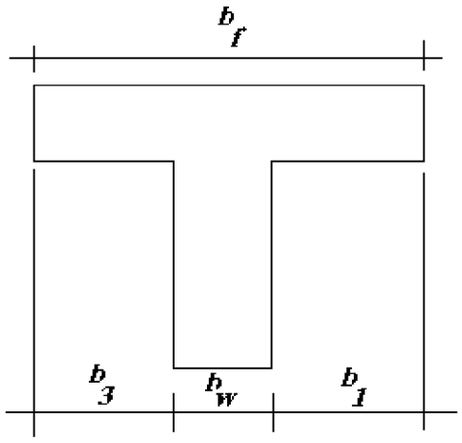


Figura 51(a).



$b_1 \leq 0{,}5\, b_2$

$b_1 \leq 0{,}1\, a$

$b_3 \leq b_4$

$b_3 \leq 0{,}1\, a$

Figura 51(b).

No caso de vigas contínuas, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde a largura resulte mínima.

4.1 – Carregamentos das vigas

As cargas atuantes em uma viga são: peso próprio, reações de lajes e peso da parede. Portanto, a somatória das três parcelas corresponde ao carregamento das vigas.

O cálculo do peso próprio de uma viga é feito da seguinte maneira:

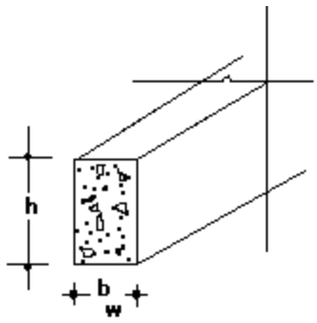


Figura 52

Peso próprio = largura da viga x altura x peso especifico do concreto armado.

Ex. 27 – Determine o peso próprio de uma viga de seção retangular medindo 10 cm x 30 cm.

Peso próprio = b_w x h x 25 = 0,10 x 0,30 x 25 = 0,75 kN/m

- Reação de lajes

Como registrou-se no Capítulo 3, as lajes transmitem reações sobre os apoios, logo, esses valores são imprescindíveis no cálculo das vigas.

- paredes

Os pesos das paredes construídas sobre as vigas são calculados como a seguir:

Peso de parede = espessura x altura x peso especifico do tijolo.

Ex. 28 – Considere a parede, conforme mostra a Figura 53, e determine o seu peso.

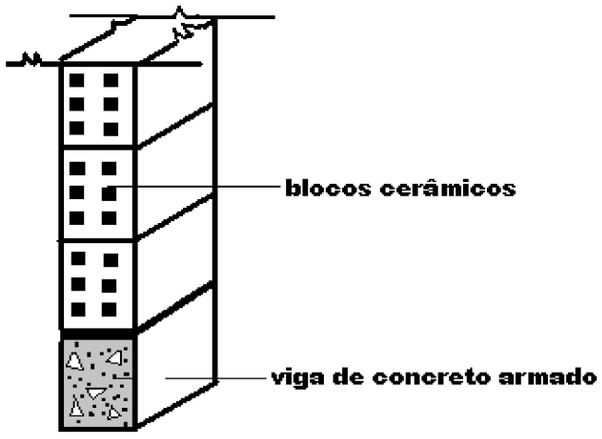


Figura 53

Admitindo-se: e = 0,15 m e altura de 3m, tem-se:

Peso de parede = 0,15 x 3,00 x 13 = 5,85 kN/m

Ex. 29 – Qual o carregamento a ser considerado no cálculo de uma viga (10 x 50) mostrada na Figura 54, sabendo-se que sobre esta atuam cargas provenientes de paredes com 0,15 m de espessura e 2,80 m de altura e da reação da uma laje de 4,67 kN/m ?

- Cálculo do carregamento

- peso próprio (0,10 x 0,50 x 25) 1,25 kN/m
- reação 4,67 kN/m
- parede(0,15 x 2,80 x 13) 5,46 kN/m

11,38 kN/m

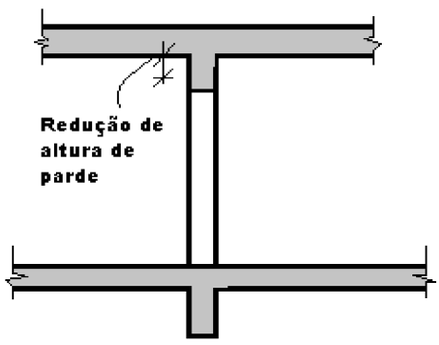


Figura 54.

4.2 –Dimensionamento

As vigas serão dimensionadas à flexão simples e ao cisalhamento. As vigas de seção retangular e as nervuras das vigas de seção T não devem ter largura menor que 8 cm.

A extensão dos apoios das vigas sobre a alvenaria deve ser tal que a tensão admissível desta não seja ultrapassado.

Quanto à quantidade de aço, três tipos de ruptura podem ser consideradas, conforme discriminação a seguir:

1. o concreto é esmagado ao mesmo tempo em que a armadura iniciou o escoamento. A seção é normalmente armada ($d_{mín} = d$) ←==→(k < $k_{\lim}$)

2. a armadura entra em escoamento antes que o concreto se rompa. Então, estar-se diante de uma peça subarrmada. (d > $d_{mín}$) ←==→ (k < $k_{\lim}$)

3. o concreto se rompe antes que a armadura se escoe.

A seção é superarmada (d < $d_{mín}$) ←==→ (k > $k_{\lim}$)

4.3- Hipóteses básicas

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

a) as seções transversais se mantêm planas após deformação;

b) a deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser o mesmo do concreto em seu entorno;

c) para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

- para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100\rho_p$, em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa

- para elementos com relação vão/útil maior que 35:

$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300\rho_p$, em megapascal, não podendo ultrapassar 210 MPa

onde:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p}$$

onde:

$\Delta\sigma_p$ e f_{ck} são dados em megapascal;

ρ_p é a taxa geométrica da armadura ativa;

b_c é a largura da mesa de compressão

d) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas, obrigatoriamente no estado limite último;

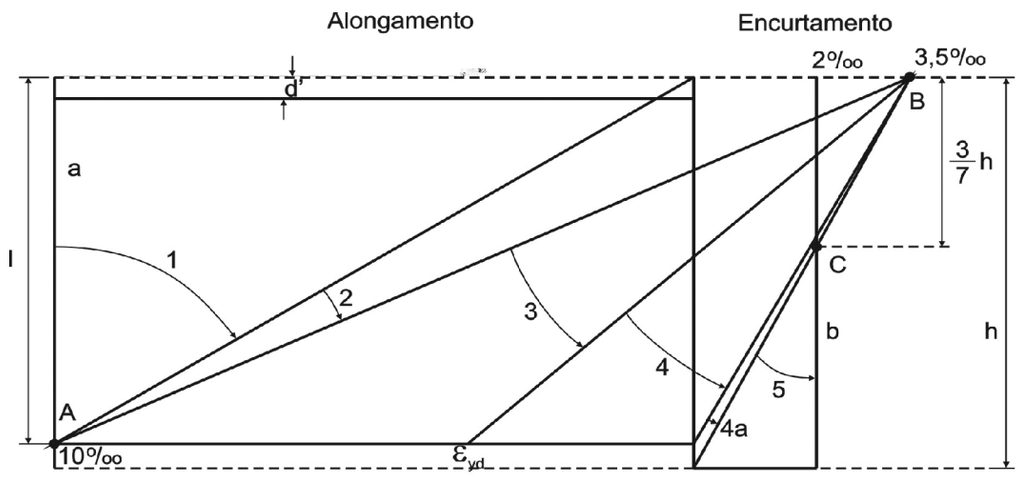
e) a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 0,85 f_{cd}. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura 0,8 x (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão:

- 0,85 f_{cd} no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;

- 0,80 f_{cd} no caso contrário.

f) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação.

g) o estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 55.



- deformação plástica excessiva

reta a: tração uniforme

domínio 1: tração não uniforme, sem compressão

domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto (ε_c < 3,5 ‰ e com o máximo alongamento permitido)

- ruptura:

domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$)

domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$)

domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas

domínio 5: compressão não uniforme, sem tração

reta b: compressão uniforme

Figura 55.

Para encurtamento de ruptura do concreto nas seções não inteiramente comprimidas considera-se o valor convencional de 3,5 ‰ (domínio 3 a 4 a da Figura 55). Nas seções inteiramente comprimidas (domínio 5 da Figura 56) admite-se que o encurtamento da borda mais comprimida, na ocasião da ruptura varie de 3,5 ‰ a 2 ‰ , mantendo-se inalterada e igual a 2,0 ‰ a deformação a 3/7 da altura total da seção, a partir da borda mais comprimida.

O alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 10 ‰ (domínios 1 e 2 da Figura 55), a fim de prevenir deformação plástica excessiva.

A distribuição das tensões do concreto na seção se faz de acordo com diagrama parábola – retângulo da Figura 56, baseado na hipótese da norma. Permite-se a substituição desse diagrama pelo retângulo de altura 0,8x, com a seguinte tensão:

$0{,}85 f_{cd} = \dfrac{0{,}85 f_{ck}}{\gamma_c}$ no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra,não diminuir a partir desta para a borda comprimida.

$0{,}80 f_{cd} = \dfrac{0{,}80 f_{ck}}{\gamma_c}$ no caso contrário. A resistência à tração do concreto é desprezada.

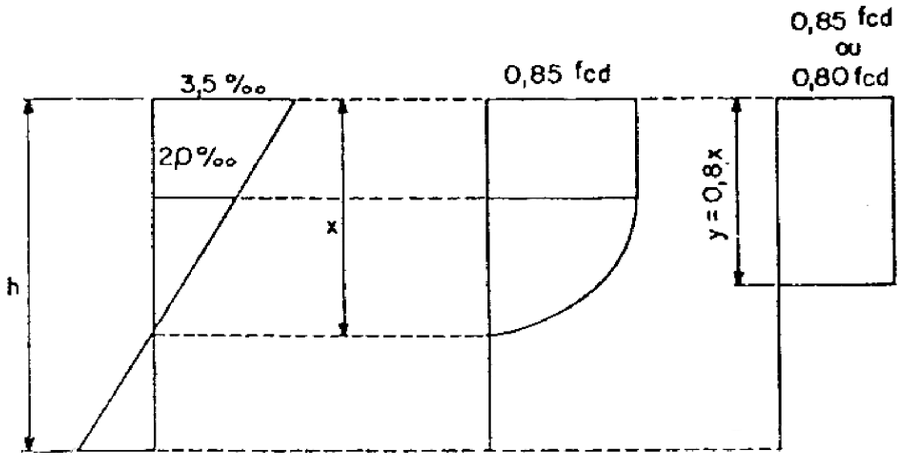


Figura 56.

A tensão na armadura é a correspondente à deformação determinada de acordo com as alíneas anteriores e obtida no diagrama tensão – deformação indicado no item 7.2 da ABNT NBR 6118:2003.

Do diagrama de deformação e esforços, pode-se tirar; $0{,}85.f_{cd}.y.b = 0{,}85.f_{cd}.s.d.b$ e ainda, majorando-se o momento com um coeficiente igual a 1,4 e tomando-se o equilíbrio em relação ao momento de tração e em relação à componente de compressão, respectivamente, tem-se:

$$1{,}4.M = 0{,}85.f_{cd}.s.d.b$$

$$1{,}4M = 0{,}85.\frac{f_{ck}}{1{,}4}.s.d.b\left(1-\frac{s}{2}\right)d$$

$$d = \sqrt{\frac{2{,}306}{s\left(1-\frac{s}{2}\right)}}\,x\sqrt{\frac{M}{b.f_{ck}}}$$

Porém, fazendo-se: $k = s\left(1-\frac{s}{2}\right)$

$$d = \sqrt{\frac{2{,}306}{k}}\,x\sqrt{\frac{M}{b.f_{ck}}}$$

$$k = \frac{2{,}306\ .M}{f_{ck}.b.d^2}$$

e, conseqüentemente:

$$d = 1{,}518\sqrt{\frac{M}{f_{ck}.b.k}}$$

sendo:

d	cm
M	kNcm;
f_{ck}	kN/cm^2;
b	cm;

Contudo, caso se queira expressar de outra forma, tem-se:

$$\mathrm{d} = 4{,}8\sqrt{\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{f_{ck}}.\mathrm{b.k}}}$$

sendo:

d	cm
M	kNcm;
f_{ck}	MPa;
b	cm;

Analisando-se o diagrama de deformações, conclui-se que:

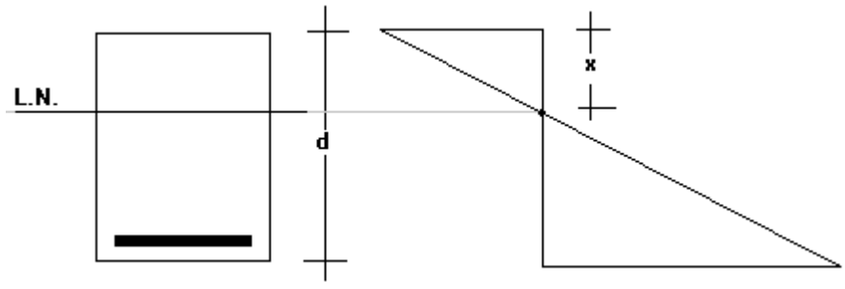


Figura 57.

$$\frac{\in_{cd}}{x} = \frac{\in_{cd} + \in_{yd}}{d}$$

$$x = \frac{\in_{cd}}{\in_{cd} + \in_{yd}}.d$$

$$y = 0{,}8.x = 0{,}8\left(\frac{\in_{cd}}{\in_{cd} + \in_{yd}}\right)d$$

$$y = s.d$$

E por outro lado, tem-se:

$$1,4\,.M \;=\; A_s\,.d\,\frac{f_y}{1,15}.\left(1-\frac{s}{2}\right)$$

$$1,61\,.M \;=\; A_s\,.d\,.f_y.\left(1-\frac{s}{2}\right)$$

$$3,22\,.M \;=\; A_s\,.d\,.f_y\,(2-s)$$

$$A_s \;=\; \frac{3,22\,.M}{f_y\,.d\,(2-s)}$$

Entretanto, sendo: $k_1 = \sqrt{\dfrac{2,306}{s(1-\frac{s}{2})}} = \sqrt{\dfrac{4,612}{s(2-s)}}$

conclui-se que: $s = 1-\sqrt{1-\dfrac{4,612}{k_1^2}}$

e sendo:

$$\frac{4,612}{k_1^{\,2}} \;=\; 2k$$

Tem-se para valor de: $s \;=\; 1-\sqrt{1-2k}$

A armadura transversal para resistir aos esforços oriundos da força cortante deverá ser calculada pela teoria de Mörsch.

E, logo conclui-se que a seção da armadura transversal por unidade de comprimento na horizontal será, se utilizada somente armadura transversal com ângulo de 90º com a horizontal.

$$A_{sw} = \frac{1,15.\tau_{wd}.b_w}{f_{yd}}$$

sendo: τ_{wd} a tensão τ_w de cálculo, onde τ_w é a tensão convencional de cisalhamento (de referência) na alma da peça $\left(\dfrac{V}{b_w d}\right)$.

Para que não haja esmagamento da biela comprimida a tensão convencional de cisalhamento deverá ser inferior a:

$$0{,}25f_{cd} = 0{,}179f_{ck} \leq 4{,}5\,MPa$$

$$0{,}25f_{cd} = 0{,}25\frac{f_{ck}}{1{,}4} = 0{,}179f_{ck} \leq 4{,}5\,MPa$$

A tensão de cisalhamento de cálculo será:

$$\tau_d = 1{,}15.\tau_{wd} - \tau_c \geq 0$$

$\tau_c = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ na flexão simples com f_{ck} em MPa .

Sendo: $\psi_1 = 0{,}07$ para $\rho_1 \leq 0{,}001$

$\psi_1 = 0{,}14$ para $\rho_1 \geq 0{,}015$

$\psi_1 = 0{,}5 + 33\rho_1$

Interpolando-se linearmente para valores intermediários a ρ_1 : sendo ρ_1 = menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento 2 h a partir da face de apoio.

A tensão na armadura não poderá ultrapassar o valor da resistência de cálculo f_{yd} no caso de estribos, não se tomando valores superiores a 43,50 kN/cm^2 para os aços CA 50 e CA 60.

Assim, por exemplo, caso se queira a taxa de armadura transversal para uma tensão τ_d , tem-se:

$$\rho_w = \frac{\tau_d}{43{,}50}$$

A taxa mínima de armadura transversal, tendo em vista o que preconiza a norma, será; para aços CA 50 e CA 60:

$$\rho_{w(mín)} = 0{,}14\%$$

4.4 - Armadura

Os valores limites para armaduras longitudinais de vigas, segundo a ABNT NBR 6118:2003, são:

A armadura mínima de tração, em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15 %:

$$M_{d,mín} = 0{,}8 W_o f_{ctk,sup}$$

onde: W_o é o módulo de resistência da seção transversal bruta do concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto aa tração.

O dimensionamento para $M_{d,mín}$ deve ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da Tabela 37.

Tabela 37 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}$ [1] $(A_{s,mín}/A_c)$ (%)							
	f_{ck} / $\varpi_{mín}$	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

[1] Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA 50, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15. caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado com base no valor de $\varpi_{mín}$ dado.

Nota – Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

FONTE: ABNT NBR 6118:2003.

Para a armadura de pele a mínima armadura lateral deve ser 0,10 % $A_{c,alma}$ em cada face da alma da viga e composta por barras de alta aderência ($\eta_1 \geq 2{,}25$) com espaçamento não maior que 20 cm. Em vigas com altura igual ou inferior a 60 cm, pode ser dispensada a utilização da armadura de pele.

Contudo, no tocante a armaduras de tração e de compressão, a soma das armaduras de tração e de compressão (As + A_s') não deve ter valor maior que 4 % A_c, calculada na região fora da zona de emendas.

4.5 – Dimensionamento à flexão simples

Ex. 30 – Determinar o valor do $k_{\lim}$ para o aço CA 25.

$$s = 0{,}8\frac{\in_{cd}}{\in_{cd} + \in_{yd}}$$

$$\mathrm{s} = 0{,}8\ \frac{0{,}0035}{0{,}0035+0{,}001035} = 0{,}617$$

$$k_{\lim} = s\left(1-\frac{s}{2}\right)$$

$$k_{\lim} = 0,617\left(1-\frac{0,617}{2}\right) = 0,427$$

Ex. 31 – Determinar o valor do $k_{\lim}$ para o aço CA 50.

$$s = 0{,}8\frac{\in_{cd}}{\in_{cd} + \in_{yd}}$$

$$\mathrm{s} = 0{,}8\ \frac{0{,}0035}{0{,}0035+0{,}00207} = 0{,}503$$

$$k_{\lim} = s\left(1-\frac{s}{2}\right)$$

$$\mathrm{k}_{\lim} = 0{,}503\left(1-\frac{0{,}503}{2}\right) = 0{,}376$$

Ex. 32 – Determinar o valor do $k_{\lim}$ quando usado o aço CA 60.

$$s = 0{,}8\ \frac{0{,}0035}{0{,}0035 + 0{,}002484} = 0{,}468$$

$$k_{\lim} = 0{,}468\left(1 - \frac{0{,}468}{2}\right) = 0{,}358$$

Ex. 33 – Determinar o valor de "s" quando utilizado o $k_{\lim}$ do aço CA 25.

Já calculou-se para o CA 25 o valor do $k_{\lim}$ e sendo este igual a 0,427, facilmente empregando-se a equação $s = 1 - \sqrt{1 - 2k}$ encontra-se:

$$s = 1 - \sqrt{1 - 2x0{,}427} = 0{,}618$$

Ex. 34 – Determinar o valor de "s" quando utilizado o $k_{\lim}$ para o aço CA 50 .

$$s = 1 - \sqrt{1 - 2x0{,}376} = 0{,}502$$

Ex. 35 Determinar o valor de "s" quando se pretende utilizar o valor de k do aço CA 60.

$$s = 1 - \sqrt{1 - 2\,x\,0{,}358} = 0{,}467$$

Ex. 36 – Determine a profundidade da linha neutra na viga da Figura 58, conhecendo-se a especificação de f_{ck} 20 MPa , M = 12.000 kNcm e CA 25.

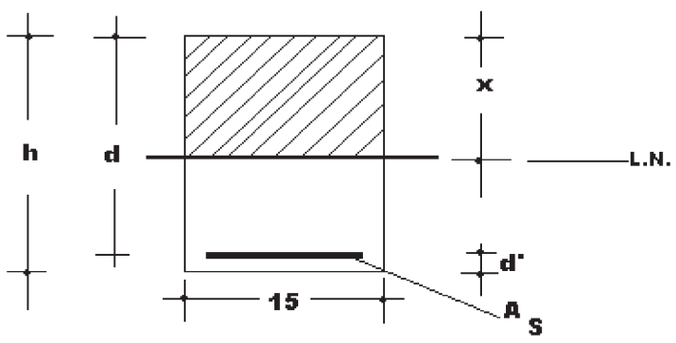


Figura 58.

- Cálculo de d

Fazendo $k = k_{\lim}$, resultará:

$$d_{mín.} = 4,8\sqrt{\frac{12.000}{20x15x0,427}} = 46,46\ cm$$

- Cálculo da profundidade da linha neutra

$$x = s.d = 0,618x46,46 = 28,71\ cm$$

Ex. 37 – Determine a profundidade da linha neutra na viga da Figura 59, conhecendo-se o concreto especificado apresentando f_{ck} 25 MPa , M = 11.925 kNcm e CA 50.

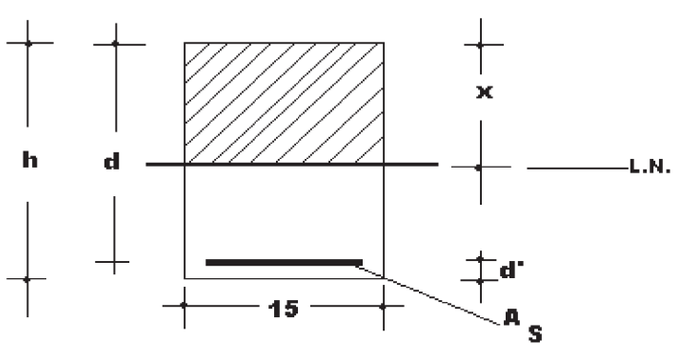


Figura 59.

- Cálculo de d

Fazendo-se $k = k_{\lim}$, , tem-se:

$$d_{mín.} = 4,8\sqrt{\frac{11.925}{25x15x0,376}} = 44,14\ cm$$

- Cálculo da profundidade da linha neutra

$$x = s.d = 0,502x44,14 = 22,16\ cm$$

Ex. 38 - Determinar a altura da linha neutra da viga da Figura 60, para um concreto com especificação de f_{ck} 20 MPa, M= 8.500 kNcm e CA 50.

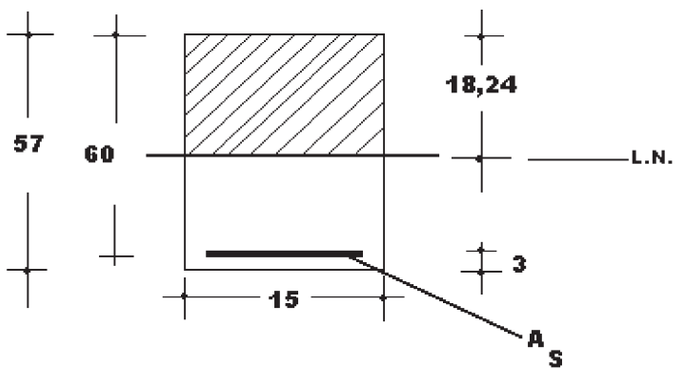


Figura 60.

- Cálculo do valor de k

$$k = \frac{23{,}06 \text{ x } 8.500}{20 \text{ x } 15 \text{ x } 57^2} = 0{,}201$$

$$k = 0{,}201 < k_{\text{lim}} = 0{,}376$$

- Calculo da profundidade da linha neutra.

$$\text{x} = \text{s.d} = 0{,}502 \text{ x } 44{,}14 = 22{,}16 \text{ cm}$$

Observar que:

$$\text{k}_1 = \frac{57}{\sqrt{\frac{8.500}{15 \text{ x } 1{,}5}}} = 2{,}933$$

$$s = 1 - \sqrt{1 - \frac{4{,}612}{2{,}933^2}} = 0{,}32$$

ou ainda:

$$s = 1 - \sqrt{1 - 2k} = 0,32$$

Ex. 39 - Seja a viga V_{14} (12 x 70) conforme mostra a Figura 61. Conhecendo-se o concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa, M= 17. 566,67 kN cm e CA 50, verifique se as dimensões satisfazem como vigas do tipo normalmente armada.

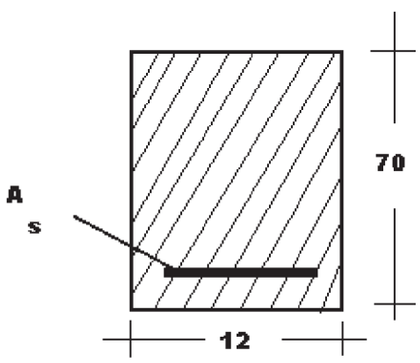


Figura 61.

- Cálculo de $d_{mín}$

Fazendo-se k = $k_{\lim}$, encontrar-se-á:

$$\mathrm{d_{mín.}} = 4,8\sqrt{\frac{11.925}{25 \text{ x } 15 \text{ x } 0,376}} = 44,14 \text{ cm}$$

- Cálculo do valor de h

$$\mathrm{h} = 67 + 3 = 70 \text{ cm}$$

Logo, para que a viga passe como normalmente armada, no mínimo, a mesma terá que possuir uma altura total igual a 70 cm o que condiz plenamente com dimensões do projeto apresentado, portanto, satisfaz.

Ex. 40 - Qual deverá ser altura de uma viga, conforme mostrada na Figura 62, admitindo-se momento de 6.000 kNcm, concreto com especificação de f_{ck} 25 MPa , b= 15 cm e CA 50 ?

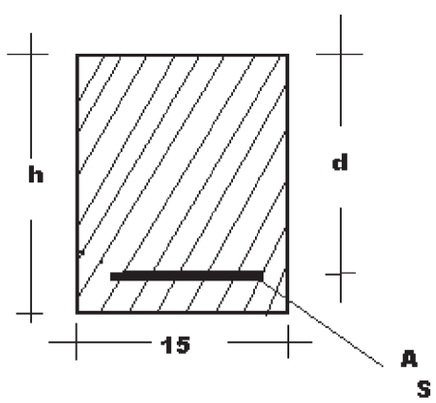


Figura 62.

- Cálculo do valor de d

Fazendo-se k = k_{lim} , tem-se como altura útil:

$$d_{mín} = 4{,}8\sqrt{\frac{17.566{,}67}{20 \text{ x } 12 \text{ x } 0{,}376}} = 67 \text{ cm}$$

- Cálculo do valor de h

$$h = 31{,}31 + 3{,}00 = 34{,}31 \text{ cm}$$

Ex. 41 - Qual deverá ser altura de uma viga mostarda na Figura 63, considerando-se momento de 7.500 kN/cm, especificação do concreto com f_{ck} de 20 MPa , b= 15 cm e CA 25 ?

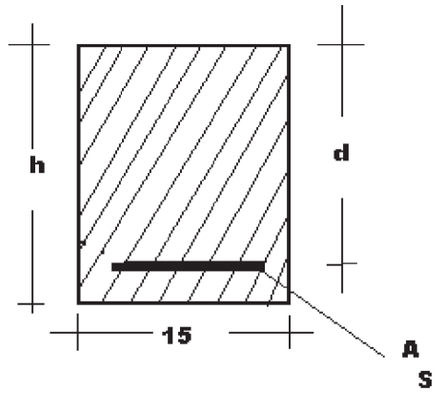


Figura 63.

- Cálculo do valor de d

Supondo-se k = k_{lim}, encontra-se:

$$d_{mín.} = 4{,}8\sqrt{\frac{7.500}{20 \text{ x } 15 \text{ x } 0{,}427}} = 36{,}73 \text{ cm}$$

- Cálculo do valor de h

h = 36,73 + 3,00 = 39,73 cm

Ex. 42 - Considere os mesmos dados do Exemplo 41, e fazendo uso da Figura 64, porém com um concreto especificado apresentando f_{ck} 20 MPa, determine a altura da viga.

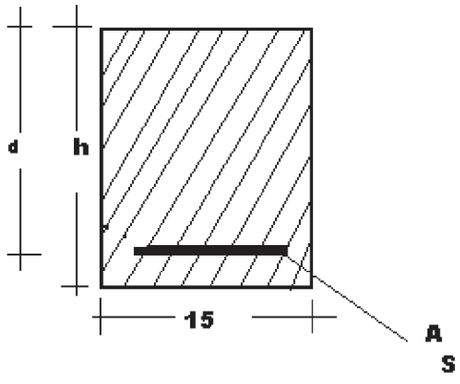


Figura 64.

- Cálculo do valor de d

Considerando-se k = k_{lim} , o valor para altura útil será igual a:

$$d_{mín.} = 4{,}8\sqrt{\frac{6.000}{20 \text{ x } 15 \text{ x } 0{,}376}} = 35 \text{ cm}$$

- Cálculo do valor de h

$$h = 35 + 3 = 38 \text{ cm}$$

Ex. 43 - Determinar a altura total de uma viga mostrada na Figura 65, com b_w = 20cm, bem como a armadura necessária para que a mesma possa resistir a um momento de 4.500 kNcm, utilizando-se a especificação de f_{ck} igual a 20 MPa para o concreto e CA 50.

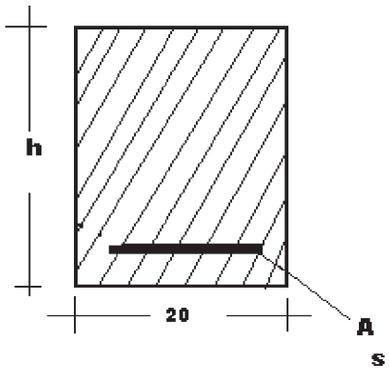


Figura 65.

- Cálculo do valor de d

Fazendo-se k = k_{lim} , tem-se :

$$d_{mín.} = 4{,}8\sqrt{\frac{4.500}{20 \text{ x } 20 \text{ x } 0{,}376}} = 26{,}25 \text{ cm}$$

e, por conseguinte:

$$h = 26{,}25 + 3{,}00 = 29{,}25 \text{ cm}$$

- Cálculo da profundidade da linha neutra

$$x = s.d = 0{,}502 \text{ x } 26{,}25 = 13{,}18 \text{ cm}$$

- Cálculo da armadura

$$A_s = \frac{3{,}22 \text{ x } 4.500}{50 \text{ x } 26{,}25 \text{ (2 - } 0{,}502)} = 7{,}37 \text{ cm}^2$$

Ex. 44 - Com um momento de 12.600 kNcm, determine a área de armadura necessária para uma viga da Figura 66 de seção retangular de 20 cm x 60 cm, utilizando-se concreto com especificação de f_{ck} de 25 MPa e CA 50.

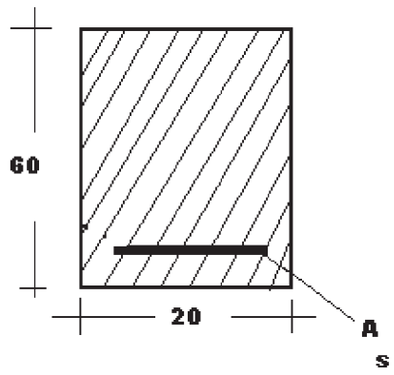


Figura 66.

- Cálculo do valor de k

$$k = \frac{23,06 \text{ x } 12.600}{25 \text{ x } 20 \text{ x } 57^2} = 0,179$$

$$k = 0,179 < k_{lim} = 0,376$$

- Cálculo da armadura

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 12.600}{50 \text{ x } 57 \text{ x } 1,802} = 7,90 \text{ cm}^2$$

- Cálculo mínimo da armadura

$$A_{s(mín)} = 0,0015 \text{ x } 20 \text{ x } 60 = 1,8 \text{ cm}^2$$

$$A_{s(mín.)} < A_s$$

Observar que:

$$k_1 = \frac{57}{\sqrt{\frac{12.600}{20 \text{ x } 2,5}}} = 3,591$$

$$s = 1 - \sqrt{1 - \frac{4,612}{3,591^2}} = 0,198$$

Logo:

$2 - s = 2 - 0{,}198 = 1{,}802$ ou, ainda; o valor de "s" pode ser obtido a partir de "k" com: $s = 1 - \sqrt{1 - 2k} = 1 - \sqrt{1 - 2x0{,}179} = 0{,}198$ sem precisar calcular k_1.

Ex. 45 - Dimensionar a viga da Figura 67, conhecendo-se o concreto com especificação de f_{ck} de 25 MPa, M = 10.000 kNcm e CA 60.

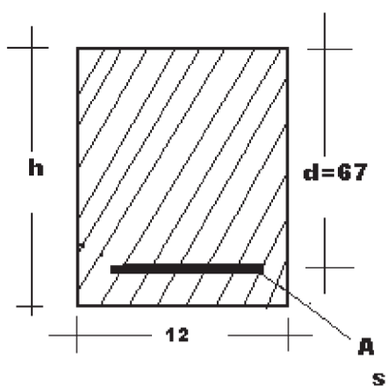


Figura 67.

- Cálculo do valor de k

$$A_s = \frac{23{,}06 \text{ x } 10.000}{25 \text{ x } 12 \text{ x } 67^2} = 0{,}171$$

$$k = 0{,}171 \quad < \quad k_{lim} = 0{,}358$$

- Cálculo da armadura

Uma vez que:

$$s = 1 - \sqrt{1 - 2k} = 1 - \sqrt{1 - 2 \text{ x } 0{,}171} = 0{,}188$$

e

$2 - s = 1{,}655$, logo:

$$A_s = \frac{3{,}22 \text{ x } 10.000}{60 \text{ x } 67 \text{ x } 1{,}811} = 4{,}42 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura mínima

$$A_{s(mín)} = 0{,}0015 \text{ x } 12 \text{ x } 70 = 1{,}26 \text{ cm}^2$$

Ex.46 - Dimensione a seção retangular para a viga da Figura 68, sendo dados: o concreto especificado apresenta f_{ck} 30 MPa, CA 50 e M = 6.057,62 kNcm.

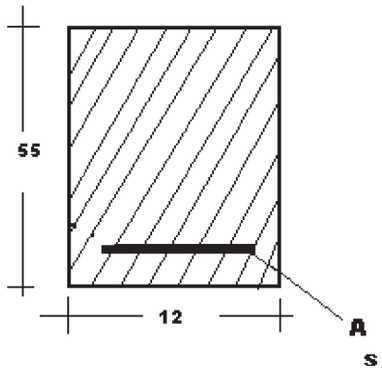


Figura 68.

- Cálculo do valor de k

$$k = \frac{23,06 \text{ x } 6.057,62}{30 \text{ x } 12 \text{ x } 52^2} = 0,144$$

- Cálculo das armaduras

$$A_{s(mín)} = 0,0015 \text{ x } 12 \text{ x } 55 = 0,99 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 6.057,62}{50 \text{ x } 52 \text{ x } 1,844} = 4,07 \text{ cm}^2$$

E sendo $A_{s(mín)}$ = 0,99 cm² < A_s = 4,07 cm² a armadura a ser adotada será, evidentemente, a maior, ou seja: A_S = 4,07 cm².

Ex. 47 - Determinar a armadura necessária para a viga da Figura 69, conhecendo-se a especificação de f_{ck} de 25 MPa para o concreto, M =14.950,56 kNcm porém, adotando-se CA 50.

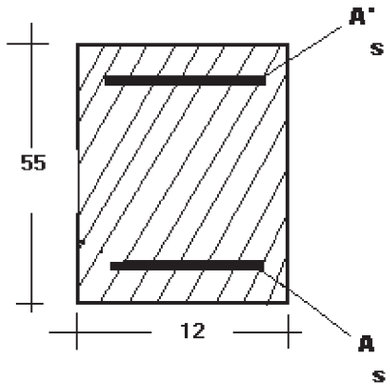


Figura 69.

- Cálculo do valor de k

$$k = \frac{23,06 \text{ x } 14.950,56}{25 \text{ x } 12 \text{ x } 52^2} = 0,425$$

$$k = 0,425 > k_{lim} = 0,376$$

- Cálculo do limite

$$\frac{25 \text{ x } 12 \text{ x } 52^2 \text{ x } 0,376}{23,06} = 13.226,85 \text{ kNcm}$$

- Cálculo da diferença de momentos

$$14.950,56 - 13.226,85 = 1.723,71 \text{ kNcm}$$

- Cálculo da armadura de atração.

$$A_s = A_{s_1} + A_{s_2}$$

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 13.226,85}{50 \text{ x } 52 \text{ x } 1,498} + \frac{1,61 \text{ x } 1.723,71}{50 \text{ x } 49}$$

$$A_s = 10,93 + 1,13 = 12,06 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura de compressão

$$A'_s = A_{s_2} = 1,13 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura mínima

$$A_{smín} = 0,0015 \text{ x } 12 \text{ x } 55 = 0,99 \text{ cm}^2$$

E tendo em vista ser:

$$A_{smín} = 0,99 \text{ cm}^2 < A_s = 12,06 \text{ cm}^2$$

A armadura a ser usada será de 12,06 cm².

A_{s_2} é a parcela do momento que irá ser absorvida somente pelas armaduras (compressão/tração). Seu valor foi deduzido, tomando-se momento de R_{st} em relação ao centro de gravidade da armadura de compressão, ou seja:

$$A_{s_2}.f_{yd}.z = M_2.1,4$$

$$A_{s_2} = \frac{1,4.M_2.1,15}{f_y.z}$$

Ex. 48- Determinar a armadura necessária para a viga V_{19} (20 x 65) de tal forma que possa resistir a um momento de 36.597,24 kNcm e concreto com especificação de f_{ck} de 25 MPa e CA 50.

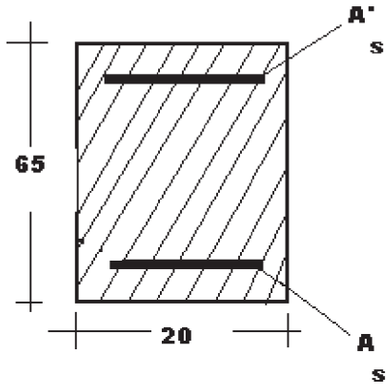


Figura 70

- Cálculo da altura d

Fazendo-se k = k_{lim} , tem-se:

$$\text{d}_{\text{mín.}} = 4,8\sqrt{\frac{36.597,24}{25 \text{ x } 20 \text{ x } 0,376}} = 67 \text{ cm}$$

Pelo fato desta necessitar de um $d_{mín}$ = 67 cm e, portanto, ao se comparar com d = 65 – 3 = 62 cm, constata-se estar diante de um exemplo de viga com armadura dupla.

- Cálculo do momento limite.

Para um k_{lim} = 0,376(CA 50), o máximo momento que a referida seção como normalmente armada resistirá é de 31.338,77 kNcm, visto que:

$$\frac{25 \text{ x } 20 \text{ x } 62^2 \text{ x } 0,376}{23,06} = 31.338,77 \text{ kNcm}$$

- Cálculo da diferença de momentos

$$36.597,24 - 31.338,77 = 5.258,47 \text{ kNcm}$$

- Cálculo da armadura de tração

$$A_s = A_{s_1} + A_{s_2}$$

$$A_s = \frac{3{,}22 \text{ x } 31.338{,}77}{50 \text{ x } 62 \text{ x } 1{,}492} + \frac{1{,}61 \text{ x } 5.258{,}47}{50 \text{ x } 59}$$

$$A'_s = 24{,}69 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura de compressão

$$A'_s = \frac{1{,}4 \text{ x } 5.258{,}47}{43{,}48 \text{ x } 59} = 2{,}87 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura de compressão

$$A'_s = A_{s_2} = 2{,}87 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura mínima

$$A_{smín} = 0{,}0015 \text{ x } 20 \text{ x } 65 = 1{,}95 \text{ cm}^2$$

E tendo em vista ser:

$$A_{smín} = 1{,}95 \text{ cm}^2 < A_s = 24{,}69 \text{ cm}^2$$

A armadura a ser usada será de 24,69 cm².

Ex. 49 - Considere a figura abaixo(V_{15}) e determine a armadura necessária, conhecendo-se CA 50, o concreto com especificação de f_{ck} 25 MPa e M = 20.000 kNcm.

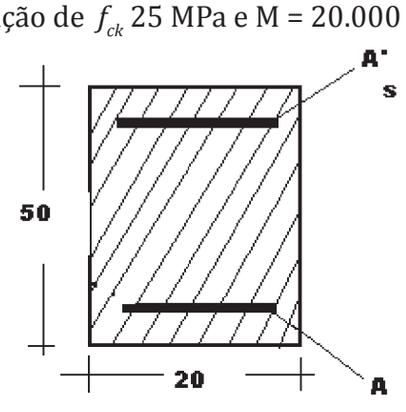


Figura 71.

Trata-se de uma viga duplamente armada, uma vez que: d < $d_{mín}$. Face a tal, pode-se concluir que para $k_{\lim}$ = 0,376, o momento máximo que uma seção normalmente armada poderá resistir será de 18.009,19 kNcm (para d = 47 cm).

- Cálculo da diferença de momentos

$$20.000,00 - 18.009,19 = 1.990,81 \text{ kNcm}$$

- Cálculo da armadura de tração

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 18.009,19}{50 \text{ x } 47 \text{ x } 1,498} + \frac{1,61 \text{ x } 1.990,81}{50 \text{ x } 44}$$

$$A_s = 17,93 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura de compressão

$$A'_s = \frac{1,4 \text{ x } 1.990,81}{43,48 \text{ x } 44} = 1,46 \text{ cm}^2$$

4.6- Dimensionamento ao cisalhamento

Ex. 50 – Determine o percentual da armadura de tração a ser colocada a uma distância 2h do apoio da viga esquematizada na Figura 72.

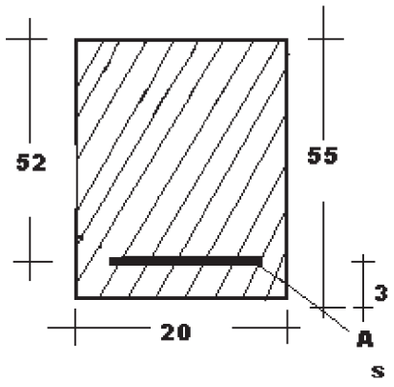


Figura 72.

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w.d} x100$$

$$\rho_1 = \frac{7,29}{20x52} x100 = 0,70\%$$

Ex. 51 – Considere os dados do exercício anterior e determine a porcentagem de armadura transversal, admitindo-se uso do aço CA 60.

- Cálculo de ψ_1

$$\psi_1 = 0,07 \text{ para } \rho_1 \leq 0,001$$
$$\psi_1 = 0,14 \text{ para } \rho_1 \geq 0,015$$

Porém, face a 0,001 < ρ_1 > 0,15, tem-se que interpolar linearmente. Logo;

$$\psi_1 = 0,07 \qquad \rho_1 = 0,001$$
$$\psi_{1_{cálc}} = ? \qquad \rho_1 = 0,007$$
$$\psi_1 = 0,14 \qquad \rho_1 = 0,015$$

$$0,07 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0,014$$
$$\psi_{1_{cálc}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0,006$$
$$\psi_{1_{cálc}} = 0,03 + 0,07 = 0,1$$

- Cálculo de τ_c

$$\tau_c = \psi_1 . \sqrt{f_{ck}} = 0,1\sqrt{15} = 0,387 MPa$$

Para um cortante de 145 kN, tem-se:

$$\tau_{wd} = \frac{1,4 \text{ x } 145}{20 \text{ x } 52} = 0,1952 \text{ kN/cm}^2 = 1,95 \text{ MPa}$$

De acordo com a norma τ_{wd} deverá ser menor que:

$$\tau_{wu} \left| \begin{array}{l} 0,25 \, f_{cd} \text{ (MPa)} \\ 4,5 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Portanto, efetuando-se a comparação, conclui-se que satisfaz tendo em vista o que vem a seguir:

$$1,95 < \left| \begin{array}{l} 0,25 \text{ x } \dfrac{1,5}{1,4} = 0,268 \text{ kN/cm}^2 \\ 4,5 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wu} \qquad \tau_d = 1,15\tau$$

- Cálculo de τ_d

A armadura transversal das peças lineares, para resistir aos esforços oriundos da força cortante, deverá ser calculada pela teoria clássica de Mörsch, com base na tensão, conforme descriminado a seguir:

$$\tau_d = 1,15\tau_{wd} - \tau_c$$

$$\tau_d = 1,15 \text{ x } 1,95 - 0,387 = 1,85 \text{ MPa}$$

- Cálculo do percentual a armadura transversal

$$\rho_w = \frac{\tau_d}{f_{yd}} \text{ x } 100 = \frac{1,85}{435} \text{ x } 100 = 0,425\%$$

- Cálculo da armadura mínima

Os limites mínimos permitidos são:

$$\rho_w = 0,14\%.b_w$$

Logo, $A_{s(mín.)} = \rho_w.b_w = 0,14 \text{ x } 20 = 2,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

Porém, esta não será a área da armadura a ser utilizada, e sim, tendo em vista ser:

$$A_s = 0,425 \text{ x } 20 = 8,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 52 – Com uma armadura transversal de 2,22 cm^2/m, determine o espaçamento dos estribos para a viga V_1 (20 x 50).

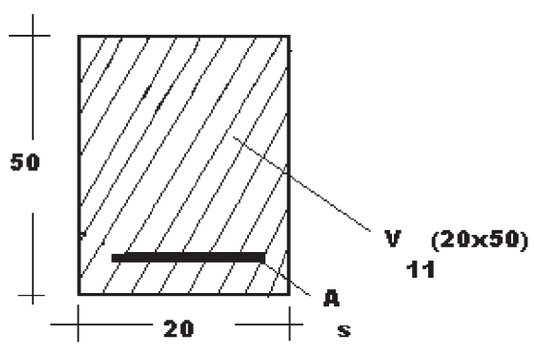


Figura 73.

Como a armadura transversal é de 2,22 cm^2/m e por ser o diâmetro mínimo adotado de 5 mm a área de armadura que resistirá cada estribo será:

$A_{s(est)}$ = 2 x 0,20 = 0,40 cm^2 / por unidade.

Face a isso, o espaçamento será de:

Espaçamento / metro = $\frac{0,40}{2,22} \text{x } 100 = 18,01 \text{ cm}$.

Contudo,

$$e \leq \begin{vmatrix} 0,5.d \\ \\ 30 \text{ cm} \end{vmatrix} \quad \text{e, então:} \quad \begin{vmatrix} 0,5 \text{ x } 47 = 23,5 \text{ cm} \\ \\ 30 \text{ cm} \end{vmatrix}$$

Então, o espaçamento dos estribos a ser adotado será de 18 cm.

Ex. 53 – A armadura transversal da viga V_8 (12 x 40) é de 3,6 cm^2/m. Determine o espaçamento dos estribos utilizando-se os diâmetros de 5 mm ou 6,3 mm.

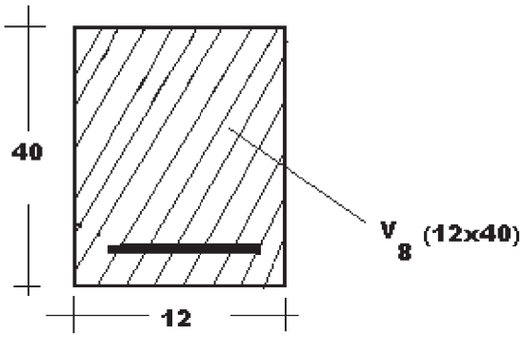


Figura 74

- Cálculo da armadura que resistirá cada estribo

$$A_{est} = 2 \text{ x } 0,20 = 0,40 \text{ cm}^2 \text{ (para } \varnothing = 5 \text{ mm)}$$

$$A_{est} = 2 \text{ x } 0,315 = 0,63 \text{ cm}^2 \text{ (para } \varnothing = 6,3 \text{ mm)}$$

- Cálculo do espaçamento

$$\text{espaçamento / metro} = \frac{0,40}{3,6} \text{ x } 100 = 11,11 \text{ cm}$$

$$\text{espaçamento / metro} = \frac{0,63}{3,6} \text{ x } 100 = 17,5 \text{ cm}$$

Porém, deve-se ter:

$$e \leq \begin{cases} 0{,}5\ d \\ \\ 30\ cm \end{cases}$$

E sendo: 0,5 x 37 = 18,5 cm, então se utiliza um espaçamento de 11 cm caso se trabalhe com diâmetro 5mm e 17 cm se 6,3 mm.

4.7 – Comprimento de ancoragem básico

É o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite $A_s f_{yd}$ nessa barra, admitindo, ao longo desse comprimento, resistência de aderência uniforme e igual a f_{bd}.

O comprimento necessário de ancoragem básico das barras tracionadas será dado por:

$$\ell_b = \frac{\varphi}{4} \text{ x } \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \text{ x } \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}}$$

O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado por:

$$\ell_{b,nec} = \alpha_1 \ell_b \text{ x } \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} \geq \ell_{b,mín}$$

onde:

α_1 = 1,0 para barras sem gancho;

α_1 = 0,7 para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao gancho ≥ 3 ∅;

$\ell_{b,mín}$ é o maior valor entre 0,3 ℓ_b, 10 ∅ e 100 mm.

Para barras com ∅ < 32 mm, ao longo do comprimento de ancoragem deve ser prevista armadura transversal capaz de resistir a 25 % da força longitudinal de uma das barras ancoradas. Se a ancoragem envolver barras diferentes, prevalece para esse efeito, a de maior diâmetro. Para barras ∅ ≥ 32 mm,deve ser verificada a armadura em duas direções transversais ao conjunto de barras ancoradas. Essas armaduras transversais devem suportar os esforços de fendilhamento segundo os planos críticos, respeitando espaçamento máximo de 5 ∅(onde ∅ é o diâmetro da barra ancorada). Quando se tratar de barras comprimidas, pelo menos uma das barras constituintes da armadura transversal deve estar situada a uma distância igual a quatro diâmetros (da barra ancorada) além da extremidade da barra. Considera-se feixe de barras como uma barra de diâmetro equivalente igual a: $\varnothing_n = \varnothing_f \sqrt{n}$. As barras constituintes de feixes devem ter ancoragem reta e sem ganchos.

Tabela 38 – Diâmetro dos pinos de dobramento(D).

Bitola (mm)	Tipo de aço		
	CA 25	CA 50	CA 60
< 20	4 ∅	4 ∅	4 ∅
≥ 20	4 ∅	4 ∅	-

Fonte: ABNT NBR 6118:2003.

Os ganchos das extremidades das barras da armadura longitudinal de tração podem ser:

a) semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2 ∅;

b) em ângulo de 45^0 (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4 ∅;

c) em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8 ∅.

Tabela 39 – Número máximo de armaduras por camadas por camada para vigas, em função de b_w.

Diâmetro (mm) \ b_w	10	12	14	15	17	19	20	22	24	25
6.3	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
8.0	2	3	4	4	5	6	6	7	7	8
10.0	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7
12.5	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7
16.0	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
20.0	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5

Fonte: ABNT NBR 6118:2003.

4.8 – Ancoragem

4.8.1 - Distribuição transversal

A ABNT NBR 6118:2003 preconiza que o espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

a) na direção horizontal (a_h):

- 20 mm;

- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;

- 1,2 vez o diâmetro máximo do agregado;

b) na direção vertical (a_v):

- 20 mm,,

- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;

- 0,5 vez o diâmetro máximo do agregado.

Para feixes de barras deve-se considerar o diâmetro do feixe: $\varnothing_n = \varnothing \sqrt{n}$. Esses valores se aplicam também às regiões de emendas por traspasse das barras. Em qualquer caso deve ser observado o disposto em 18.2.1, da ABNT NBR 6118:2003.

4.8.2 - Distribuição longitudinal

4.8.2.1 Armaduras de tração na flexão simples, ancoradas por aderência.

Ainda, segundo a ABNT NBR 6118:2003, o trecho da extremidade da barra de tração, considerado como de ancoragem, tem início na seção teórica onde sua tensão σ_s começa a diminuir (o esforço da armadura começa a ser transferido para o concreto). Deve prolongar-se pelo menos 10 ∅ além do ponto teórico de tensão σ_s nula, não podendo em nenhum caso, ser Inferior ao comprimento necessário estipulado em 9.4.2.5 (ver ABNT NBR 6118:2003). Assim, na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto A (Figura 75) do diagrama de forças $R_{Sd} = M_{Sd/Z}$ decalado do comprimento a_l, conforme 17.4.2 (ver ABNT NBR 6118:2003). Esse diagrama equivale ao diagrama de forças corrigido $R_{Sd,cor}$. Se a barra não for dobrada, o trecho de ancoragem deve prolongar-se além de B, no mínimo 10 ∅.

Se a barra for dobrada, o inicio do dobramento pode coincidir com o ponto B (ver Figura 75).

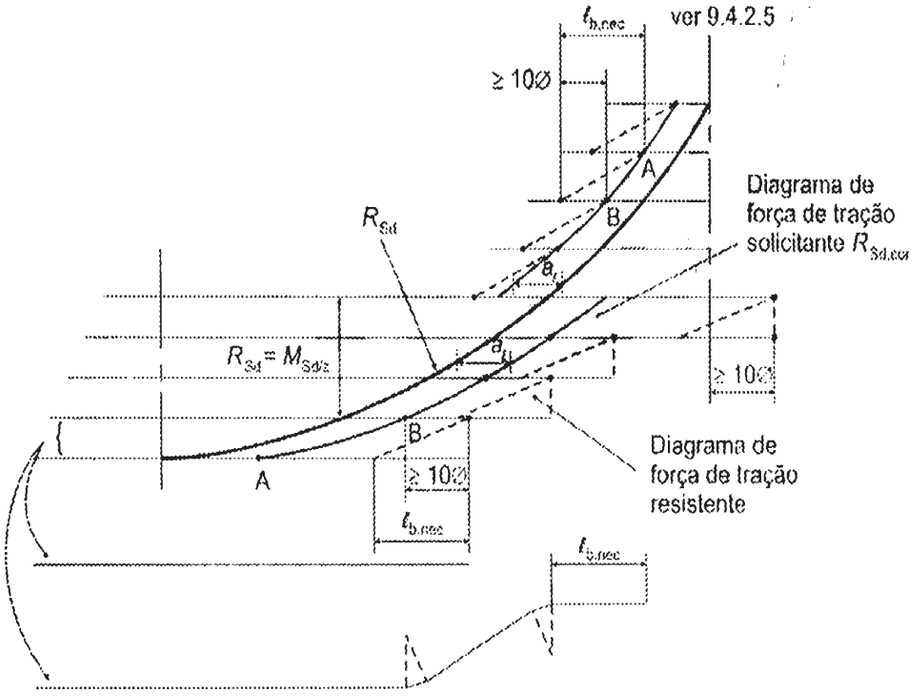


Figura 75 - Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente.

Nos pontos intermediários entre A e B, o diagrama resistente linearizado deve cobrir o diagrama solicitante (ver Figura 75).

Se o ponto A estiver na face do apoio ou além dela e a força R_{Sd} diminuir em direção ao centro de apoio, o trecho de ancoragem deve ser medido a partir dessa face e deve obedecer ao disposto em 4.93-b.

4.8.2.2 - Caso de barras alojadas nas mesas

Para as barras alojadas nas mesas ou lajes, e que façam parte da armadura da viga, o ponto de interrupção da barra é obtido pelo mesmo processo anterior, considerando ainda um comprimento adicional igual à distância da barra à face mais próxima da alma.

4.8.3 - Armadura de tração nas seções de apoio

Os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam à mais severa das seguintes condições:

a) no caso de ocorrência de momentos positivos, as armaduras obtidas através do dimensionamento da seção;

b) em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração $R_{Sd} = (a_\ell / d)V_d + N_d$, onde V_d **é** a força cortante no apoio e N_d **é** a força de tração eventualmente existente;

c) em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{s,\ vão}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{vão}$), de modo que:

- $A_{s,apoio} \geq 1/3(A_{s,vão)}$ se M_{apoio} for nulo ou negativo e de valor absoluto $|M_{apoio}| \leq 0{,}5\ M_{vão;}$
- $A_{s,apoio} \geq 1/3(A_{s,vão})$ se M_{apoio} for negativo e de valor absoluto $|M_{apoio}| > 0{,}5\ M_{vão.}$

4.8.4 - Ancoragem da armadura de tração no apoio

Quando se tratar do caso de 4.9.3-a, as ancoragens devem obedecer aos critérios da Figura 76.

Para os casos de 4.9.3 -b) e c), em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:

- $\ell_{b,nec,}$ conforme 9.4.2.5 (ver ABNT NBR 6118:2003);
- *(r+* 5,5 ∅);
- 60 mm.

Quando houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano do gancho, de pelo menos 70 mm, e as ações acidentais não ocorrerem com grande freqüência com seu valor máximo, o primeiro dos três valores anteriores pode ser desconsiderado, prevalecendo as duas condições restantes.

Para os casos de 4.9.3 -b) e c), em apoios intermediários, o comprimento de ancoragem pode ser igual a 10 ∅, desde que não haja qualquer possibilidade da ocorrência de momentos positivos nessa região, provocados por situações imprevistas, particularmente por efeitos de vento e eventuais recalques. Quando essa possibilidade existir, as barras devem ser contínuas ou emendadas sobre o apoio.

4.8.5 - Armadura transversal para força cortante

As armaduras destinadas a resistir aos esforços de tração provocados por forças cortantes podem ser constituídas por estribos, combinados ou não com barras dobradas ou barras soldadas, e devem ser projetadas de acordo com as prescrições de 17.4 (ver ABNT NBR 6118:2003).

4.8.5.1 - Elementos estruturais armados com estribos

Os estribos para forças cortantes devem ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração, e ancorados na face oposta. Quando essa face também puder estar tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nessa região, ou complementado por meio de barra adicional.

O diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5 mm, sem exceder 1/10 da largura da alma da viga. Quando a barra for lisa, seu diâmetro não pode ser superior a 12 mm. No caso de estribos formados por telas soldadas, o diâmetro mínimo pode ser reduzido para 4,2 mm, desde que sejam tomadas precauções contra a corrosão dessa armadura.

O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

- se $V_d \leq 0,67\ V_{Rd2}$, então $S_{máx} = 0,6\ d \leq 300mm;$

- se $V_d > 0,67\ V_{Rd2}$, então $S_{máx} = 0,3\ d \leq 200mm;$

4.10 – Detalhamento

O detalhamento constitui-se naquilo que se chama de fase final de projeto estrutural e, caberá, portanto, ao projetista empregar em metodologia mais correta para cada situação, pois existem vários tipos de detalhamento, tendo em vista na pratica se poder fazer uma série de simplificações.

Ademais, é conveniente observar o fato de não existir e nem poderia, regras generalizando, pois cada caso tem que ser estudado isoladamente, motivo e razão pela qual apresentamos alguns exemplos, tomando-se como base as vigas – peças componentes de uma estrutura de concreto armado.

Ex. 54 – Esboce as armaduras usualmente utilizando no detalhamento de uma viga, conforme a apresentação abaixo, admitindo-se pertencer a uma estrutura portante de uma edificação multifamiliar.

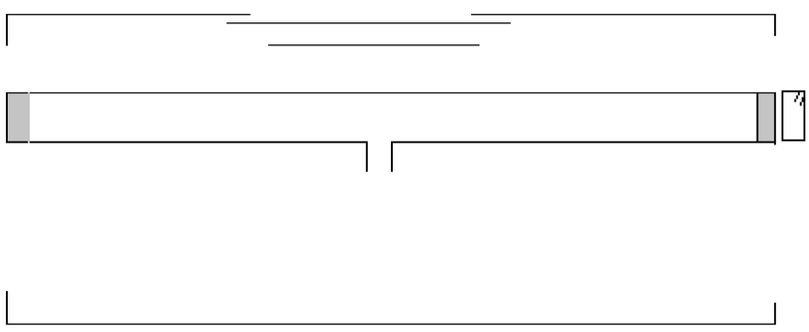


Figura 76.

Ex. 55 – Determinar a largura de uma mesa para a viga esquematizada na Figura 77.

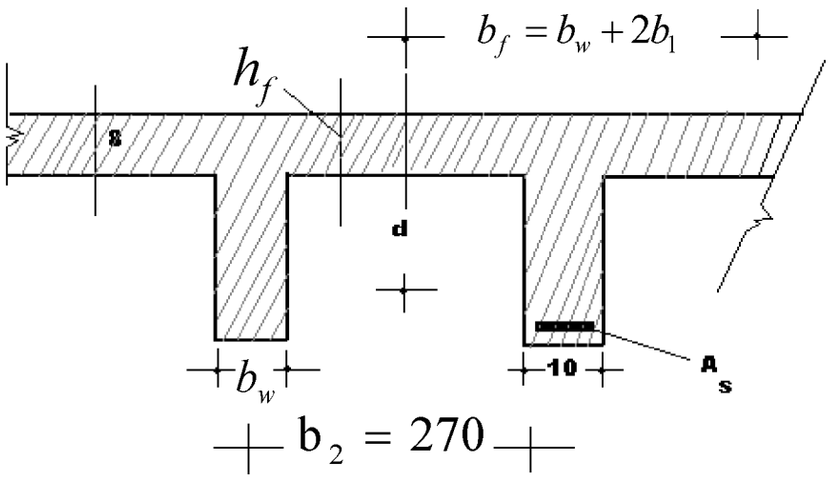


Figura 77.

Da norma, pode-se concluir que para uma viga simplesmente apoiada($a = \ell$), tem-se:

$$b_1 \leq \begin{cases} 0{,}10.a = 0{,}10 \text{ x } 450 = 45 \text{ cm} \\ 8.h_f = 8 \text{ x } 64 \text{ cm} \\ 0{,}5.b_2 = 0{,}5 \text{ x } 270 = 135 \text{ cm} \end{cases}$$

Logo: $b_f = 10 + 2 \text{ x } 45 = 100 \text{ cm}$.

Ex. 56 – Considere os dados do exemplo anterior e determine o posicionamento da linha neutra.

Se a linha neutra cortar a mesa da viga, é considerada como viga de seção retangular e, se caso contrário a linha neutra não cortar a mesa, desse modo, é considerada realmente como viga T.

Diante disso, obviamente, deve-se verificar em qual situação encontra-se a viga do exemplo anterior.

Admitindo-se, por exemplo, M = 7.200 kN/cm, concreto com especificação de f_{ck} igual a 15 MPa e CA 50. Assim tem-se:

$$k = \frac{2{,}306 \text{ x } 7.200}{1{,}5 \text{ x } 100 \text{ x } 50^2} = 0{,}044 < k_{lim}$$

e sendo: x= 0,045 x 50 = 2,25 cm < 8 cm, conclui-se que a linha neutra corta a mesa e, portanto, terá que ser dimensionada como viga de seção retangular de largura b_f = 1 m e com um h = 53 cm.

Ex. 57 – Considere a viga esquematizada na Figura 78 e determine o posicionamento da linha neutra (M = 18.000 kNcm e CA 50).

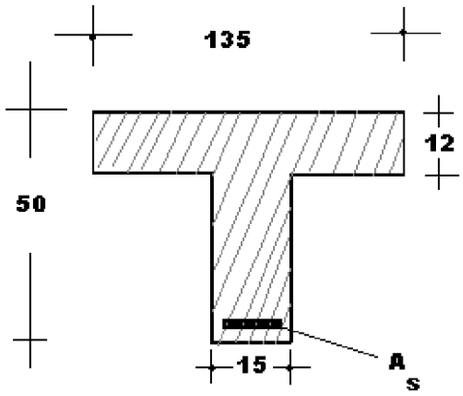


Figura 78.

$$b_1 \leq \begin{cases} 0{,}10.a = 0{,}10 \text{ x } 600 = 60 \text{ cm} \\ 8.h_f = 8 \text{ x } 12 = 96 \text{ cm} \\ 0{,}5.b_2 = 0{,}5 \text{ x } 400 = 200 \text{ cm} \end{cases}$$

$$bf = 15 + 2 \text{ x } 60 = 13 \text{ cm}$$

E conseqüentemente, há:

$$x = 0{,}10 \text{ x } 47 = 4{,}7 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$$

E, sendo 4,7 cm < 12 cm, conclui-se que a linha neutra corta a mesa e, portanto, será a mesma dimensionada como viga de seção retangular de largura 1.35 m e altura total de 0,50 m.

Ex. 58 – Considere os dados da viga esquematizada na Figura 79 e determine a armadura necessária.

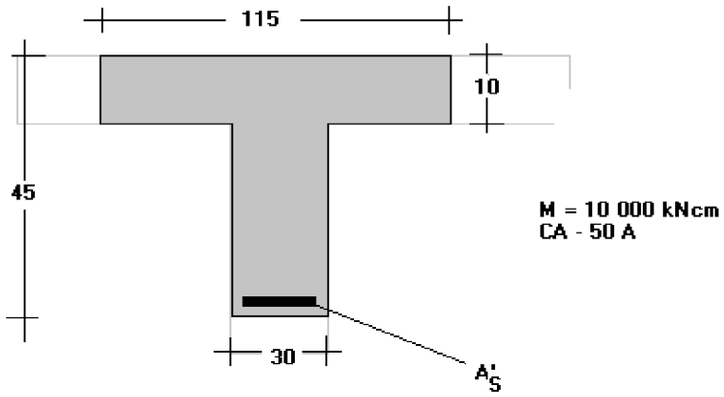


Figura 79.

$$k = \frac{2{,}306 \text{ x } 10.000}{1{,}5 \text{ x } 115 \text{ x } 42^2} = 0{,}076 < k_{lim}$$

e sendo $x < h_f$, tem-se uma área de armadura igual a:

$$A_s = \frac{3{,}22 \text{ x } 10.000}{50 \text{ x } 42 \text{ x } 1{,}921} = 7{,}98 \text{ cm}^2$$

Capítulo 5

PILARES

Os pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Os pilares-parede são elementos de superfície plana ou casca cilíndrica, usualmente dispostos na vertical e submetidos preponderantemente à compressão. Podem ser compostos por uma ou mais superfícies associadas. Para que se tenha um pilar-parede, em alguma dessas superfícies, a menor dimensão deve ser menor que 1/5 da maior e ambas consideradas na seção transversal do elemento estrutural. Para pilares-parede podem ser utilizadas a análise linear ou a análise não-linear. No cálculo dos pilares em edifícios, serão permitidas nas estruturas de edifícios em que só atuem cargas previstas na norma e em que não seja necessário considerar a ação do vento, as seguintes simplificações:

1. os pilares intermediários poderão ser calculados sem consideração de momentos fletores a eles transmitidos pelas vigas desde que determinadas as reações das vigas de dois ou mais tramos, para o cálculo dos pilares, desde que menor índice de rigidez I/ℓ não seja inferior a 80 % do maior, considerando-se cada tramo independente e livremente apoiado; se houver balanço o efeito de suas cargas será calculado considerando-se a continuidade existente.

2. os momentos fletores nos nós dos pilares extremos, transmitidos pelas vigas, deverão obrigatoriamente ser considerado e poderão ser calculadas pelas fórmulas seguintes, verificando-se os pilares as flexões compostas:

Na viga

$$M_{eng}\frac{r_{inf}+r_{sup}}{r_{vig}+r_{inf}+r_{sup}}$$

No tramo superior do pilar

$$M_{eng}\frac{r_{sup}}{r_{vig}+r_{inf}+r_{sup}}$$

No tramo inferior do pilar superior

$$M_{eng}\frac{r_{inf}}{r_{vig}+r_{inf}+r_{sup}}$$

Quando a extremidade oposta do pilar for engastada, o momento fletor nessa extremidade será suposto igual ao valor calculado por uma das fórmulas anteriores dividido por - 2.

Os pilares quanto ao posicionamento em uma estrutura, podem ser classificados em:

- pilares intermediários;
- pilares extremos;
- pilares de canto.

Assim, de acordo com o croqui da estrutura esquematizada, conforme mostrado na Figura 80, tem-se:

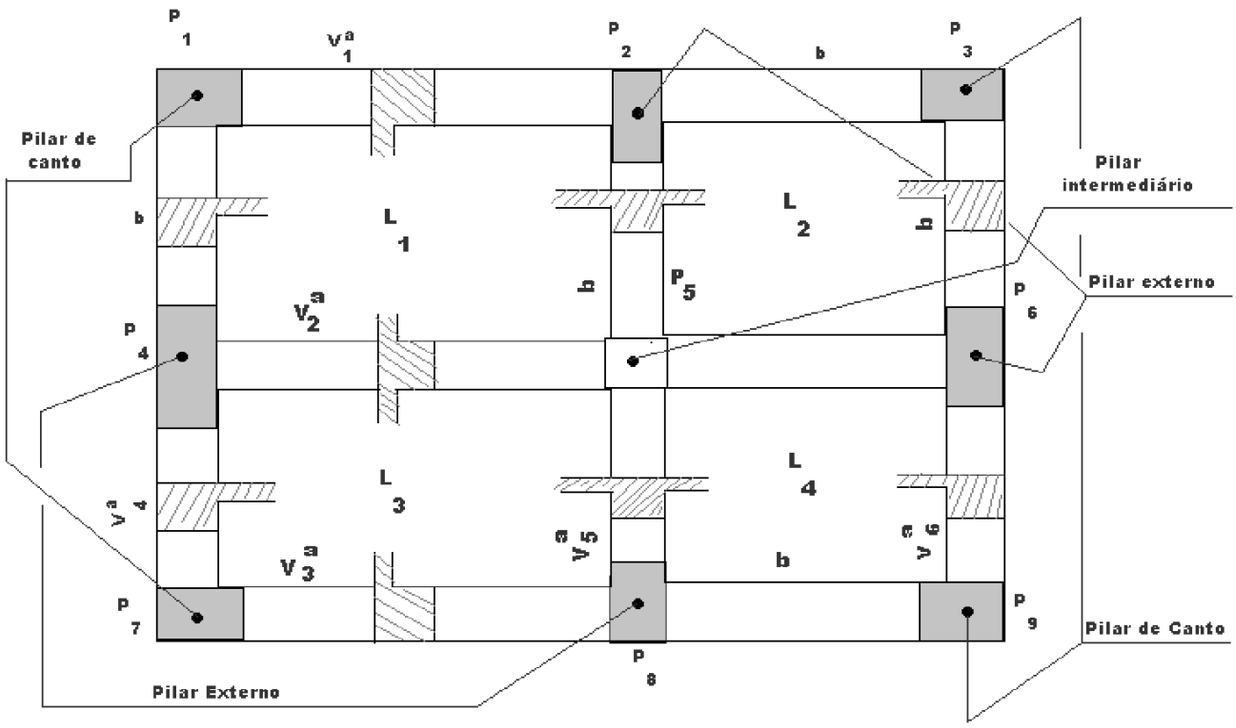


Figura 80.

Os pilares intermediários sofrem o efeito de uma compressão centrada. Neste caso, não há, evidentemente, transmissão de momento fletor para o pilar. Estes podem ser calculados sem a consideração de momentos fletores transmitidos pelas vigas.

Os pilares de extremidade sofrem o efeito de uma flexão normal composta. Logo, o momento fletor é considerado como uma excentricidade de carga. Portanto, devem ser obrigatoriamente considerados os momentos fletores nos nós desses pilares.

Finalmente, os pilares de canto sofrem o efeito de uma flexão oblíqua e, conseqüentemente, os momentos fletores são considerados com duas excentricidades.

Os pilares de acordo com sua função estrutural podem ser:

- de contraventamento – são os pilares rígidos e as paredes estruturais (pilares em torno das caixas de elevadores, caixas d' água, escadas etc.);
- contraventados.

Os pilares de acordo com o índice de esbeltez podem ser:

- pilares curtos $(\lambda \leq 40)$ - nestes o efeito de segunda ordem pode ser desprezado;

- pilares médios $(40 < \lambda \leq 80)$ - deve ser levado em consideração o efeito de segunda ordem;
- pilares esbeltos $(80 < \lambda \leq 140)$ - deve ser levado em consideração o efeito de segunda ordem;
- pilares muito esbeltos $(140 < \lambda \leq 200)$ - o efeito de segunda ordem deve ser considerado. Nestes casos a carga normal de cálculo será calculada mediante o coeficiente de segurança, preconizado por norma: $\gamma_f = 1,4 + (\lambda - 140)/100$.

5.1 – Disposições construtivas

Segundo a norma brasileira, a menor dimensão dos pilares retangulares não deve ser inferior a 20 cm, nem a 1/10 da sua altura livre. A seção transversal de pilares e pilares-parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não deve apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que se multipliquem as ações a serem consideradas no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado no Tabela 40. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².

Tabela 40 - Valores do coeficiente adicional γ_n .

b	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Onde:

γ_n = 1,95 – 0,05 b;

b é a menor dimensão da seção transversal do pilar

Nota: O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118:2003.

O diâmetro do núcleo dos pilares cintados não deve ser inferior a 20 cm nem 1/10 de sua altura livre

Se os pilares suportarem lajes cogumelo, esses limites passam ser 30 cm e 1/15 para os não cintados, devendo ainda a espessura em cada direção não ser inferior a 1/20 da distância entre eixos dos pilares nessa direção.

Quando não tratar de pilar que suporte laje cogumelo, os limites acima poderão ser reduzidos, desde que se aumente o coeficiente de segurança de acordo com norma supracitada, nos seguintes casos:

a- pilares de seção transversal, com raio de giração não menor que 6 cm, composta de retângulos (cantoneiras , zês, tês, duplo tês), cada um dos quais com largura não inferior a 10 cm nem 1/15 do respectivo comprimento;

b- pilares de seção transversal retangular com largura não inferior a 12 cm e comprimento não superior a 12 cm e comprimento não superior a 60 cm , apoiados no elemento estrutural subjacente em toda a extensão de sua base, consideradas obrigatoriamente no seu cálculo a flexão oriunda das ligações com lajes e vigas e a flambagem conjunta dos pilares superpostos.

5.2- Armadura

Os valores limites para armaduras longitudinais de pilares são:

• valores mínimos

A armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,mín} = (0{,}15\ N_d / f_{yd}) \geq 0{,}004\ A_c$$

• valores máximos

$$A_{s,máx} = 8{,}0\ \%\ A_c$$

A maior armadura possível em pilares deve ser 8 % da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

A armadura longitudinal de um pilar não cintado, que tenha todas as suas barras comprimidas, deve ter seção transversal compreendida entre 0,8 % a 6 % da seção do pilar, inclusive no trecho de emenda por transpasse.

Contudo, o primeiro desses limites pode ser reduzido para 0,5% quando $\ell_e / i \leq 30$.

Quando por motivos construtivos, as dimensões da seção transversal do pilar forem aumentadas em relação às da seção calculada, a porcentagem mínima de 0,8 % ou 0,5 % será referida apenas à seção calculada. Em nenhum caso a porcentagem será inferior a 0,5 % da área da seção real.

A bitola das barras da armadura longitudinal dos pilares não poderá ser inferior a 10 mm e a dos estribos inferior a 5 mm.

Quanto às armaduras longitudinais, ao diâmetro mínimo e a taxa de armadura tem-se: o diâmetro das barras longitudinais não deve ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal. As armaduras longitudinais devem ser dispostas na seção transversal de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice: em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro.

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- 20 mm;

- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;

- 1,2 vez o diâmetro máximo agregado.

A armadura transversal de pilares, constituída por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes.

O diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5 mm nem a 1/4 do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal.

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais, deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- 200 mm;

- menor dimensão da seção;

- 24 ∅ para CA 25, 12 ∅ para CA 50.

Pode ser adotado o valor $\varnothing_t < \varnothing/4$, desde que as armaduras sejam constituídas do mesmo tipo de aço e o espaçamento respeite também a limitação:

$$s_{máx} = (\varnothing^2_t/\varnothing)1/f_{yk}$$

com f_{yk} em megapascal.

5.3 - Espaçamento

Junto ao contorno das peças comprimidas, não cintadas, deve haver, em qualquer seção transversal, barras longitudinais espaçadas no máximo de 40 cm. O espaçamento mínimo da armadura longitudinal é mesmo definido para as vigas.

Em toda a extensão da peça, devem ser colocados estribos, cujo espaçamento não deve ser maior que qualquer dos seguintes valores (categoria do aço é a da armadura longitudinal):

a- 30 cm

b- menor dimensão externa da seção da peça

c- 12 $\varnothing_\ell$ e 190 $\varnothing_t^2 / \varnothing_\ell$ para o aço CA 50 e CA 60, onde ∅ é o diâmetro da seção circular de área igual à seção da barra do estribo $\varnothing_\ell$ o da barra longitudinal.

5.4 – Cobrimento

Qualquer barra da armadura deve ter o cobrimento mínimo quando:

➢ em concreto revestido:	interior de edifícios	1,5 cm
	ao ar livre	2,0 cm
➢ em concreto aparente:	interior de edifícios	2,0 cm
	ao ar livre	2,5 cm
➢ em concreto em contado com o solo		3,0 cm

Os valores de cálculo F_d das ações são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicado-os pelos respectivos coeficientes de ponderação γ_f. As ações devem ser majoradas pelo coeficiente γ_f, cujos valores encontram-se nas Tabelas 41 e 42, respectivamente: $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$. para as paredes estruturais com espessura inferior a 19 cm e não inferior a 12 cm, e para os pilares com menor dimensão inferior a 19 cm, o coeficiente γ_f deve ser majorado pelo coeficiente de ajustamento γ_n. Essa correção se deve ao aumento da probabilidade de ocorrência de desvios relativos e falhas na construção.

Tabela 41 – Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$.

Combinações de ações	Ações					
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Recalques de apoio e retração	
	D[1)]	F	G	T	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	0	0

Onde:

D é desfavorável, F é favorável, G é geral e T é temporária.

[1)] Para as cargas permanentes de pequna variabilidade, como peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: ABNT NBR 6118:2003.

Tabela 42 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$.

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1 [1)]	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas [2)]	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas [3)]	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,6	0,5	0,3

[1)] Para os valores de ψ_1, relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga.

[2)] Edifícios residenciais.

[3)] Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Fonte: ABNT NBR 6118:2003.

O valor do coeficiente de ponderação, de cargas permanentes de mesma origem, num dado carregamento, deve ser o mesmo ao longo de toda a estrutura. A única exceção é o caso da verificação da estabilidade como corpo rígido.

5.5- Pré–dimensionamento

Admitindo-se, como exemplo, um concreto com qualquer f_{ck} e aço e, ainda, sabendo-se que por norma a taxa mínima de armadura na seção transversal é de 0,8 %, pode-se facilmente, deduzir a área necessária para um pilar, da seguinte forma:

$$N_d = A_c \text{ x} \left(0,85 \text{ x } \frac{f_{ck}}{1,4} + \frac{0,8}{100} \text{ x } \frac{f_{yk}}{1,15} \right)$$

$$N_d = A_c \left(0,6071428.f_{ck} + 0,0069565.f_{yk} \right)$$

Segundo a norma brasileira, sendo um pilar curto, com carga concentrada, pode-se considerar que seja multiplicado o coeficiente de segurança da carga por 1,2, ou seja: 1,4 x 1,2 = 1,68. Assim, para qualquer f_{ck} e f_{yk}, tem-se:

$$A_c = \frac{1,2 \text{ x } 1,4 \text{ x } N}{0,6071428.f_{ck} + 0,0069565.f_{yk}}$$

$$A_c = \frac{N}{0,3613945.f_{ck} + 0,0041407.f_{yk}}$$

Porém, fazendo-se os ajustes para que f_{ck} e f_{yk} sejam dados em MPa, obtém-se:

$$A_c = \frac{N}{0,03613945.f_{ck} + 0,00041407.f_{yk}}$$

Portanto, aplicando-se um concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa e aço CA 50, tem-se que a área necessária para o pilar em questão será:

$$A_c = \frac{N}{0,03613945 \text{ x } 20 + 0,00041407 \text{ x } 500}$$

$$\boxed{A_c = \frac{N}{0,930}}$$

N em kN

A_c em cm²

De outra forma, no caso em que haja opção em fazer uso de um concreto com f_{ck} = 25 MPa e aço CA 50, tem-se:

$$A_c = \frac{N}{0{,}03613945 \text{ x } 25 + 0{,}00041407 \text{ x } 500}$$

$$\boxed{A_c = \frac{N}{1{,}110}}$$

N em kN

A_c em cm^2

5.6 – Dimensionamento

Uma alternativa de cálculo pode ser encontrada para pilares de carga centrada e pilar curto em que o pilar é calculado com a carga de compressão aumentada na proporção de: $\gamma = (1 + 6/h) \geq 1{,}1$ em que h é o menor lado do retângulo mais estreito circunscrito à seção, sendo h em cm.

Dessa forma, a carga de ruptura para um pilar dotado de seção transversal A_c será evidentemente dada por:

$$\gamma N_d = 0{,}85 f_{cd} A_c + A_s \sigma_{sd}$$

e, por conseguinte, a seção de ferro longitudinal do pilar, obtém-se da seguinte forma:

$$A_s = \frac{\gamma N_d - 0{,}85 f_{cd} A_c}{\sigma_{Sd}}$$

onde:

σ_{Sd} é a tensão no aço para uma deformação específica de 2 ‰ .

Contudo, a armadura mínima longitudinal pode ser calculada tendo como partida a equação de equilíbrio no estado limite último entre a força normal centrada de cálculo N_d e a resultante das tensões no concreto e no aço, ou seja:

$$N_d = 0{,}85 f_{cd} A_c + A_s \sigma_{sd}$$

porém, fazendo-se $A_s = \rho A_c$, obtém-se:

$$N_d = 0{,}85 f_{cd} A_c + \rho A_s \sigma_{sd}$$

e, portanto, a área de concreto para um ρ = 0,8 %:

$$A_{c,mín} = \frac{N_d}{0,85f_{cd} + 0,8\%\sigma_{Sd}}$$

Assim, armadura mínima para os pilares pode ser:

$$A_{S,mín} \geq 0,8\% \text{ x } A_{c,mín}$$

$$0,5\%A_c$$

Ex. 59 – Admitindo-se um concreto com f_{ck} de 25 MPa, aço CA 50 A e carga atuante em pilar igual a 600 kN, determine a área necessária de concreto para o referido pilar.

$$A_c = \frac{N}{1,110} = \frac{600}{1,110} = 540,54 \text{ cm}^2$$

Utilizam-se, evidentemente, as seguintes dimensões: 20 cm x 30 cm.

Ex. 60 – Qual a máxima carga que um pilar de uma estrutura de uma edificação poderá suportar com dimensões de 20 cm x 30 cm, admitindo-se um concreto especificado com f_{ck} de 20 MPa e aço CA 50 ?

$$N = 0,930 \text{ x } 600 = 558 \text{ kN}$$

Ex. 61 – A carga atuante em uma pilar é de 285 kN. Determine a área necessária para esse pilar, admitindo-se a utilização de um concreto cuja especificação seja com f_{ck} igual a 20 MPa e aço CA 50.

$$A_c = \frac{N}{0,930} = \frac{285}{0,930} = 306,45 \text{ cm}^2$$

Porém, como a norma preconiza que a menor dimensão para pilares retangulares é de 20 cm, escolhem-se as dimensões seguintes: de 20 cm x 20 cm.

Ex. 62 – Determine o peso próprio de um pilar com seção de 20 cm x 20 cm e comprimento de 2,75 m.

Peso próprio = 0,20 x 0,30 x 2,75 x 25 = 4,13 kN

Ex. 63 – Determine a carga de cálculo para um pilar que recebe uma reação de 300 kN, sabendo-se que a edificação e térrea com um vão livre de 3,05 m e que será adotado um concreto com f_{ck} de 20 MPa e aço CA 50.

$$A_c = \frac{300}{0{,}930} = 322{,}58 \text{ cm}^2 \rightarrow (20 \text{ cm x } 20 \text{ cm})$$

- Cálculo de peso próprio

$$\text{Peso próprio} = 0{,}20 \text{ x } 0{,}20 \text{ x } 3{,}05 \text{ x } 25 = 3{,}05 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga no pavimento

$$200 + 3{,}05 = 203{,}05 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga de cálculos

$$N_d = 1{,}4 \text{ x } 203{,}05 = 284{,}27 \text{ kN}$$

Ex. 64 – Determine a carga de cálculo para um pilar intermediário posicionado no primeiro nível de um prédio de 3 pavimentos, sabendo-se que a reação da viga por pavimento é de 356 kN e vão livre de 2,95 m. Considere que o concreto especificado apresenta f_{ck} 25 MPa e aço CA 50.

- Cálculo da área necessária de concreto

$$A_c = \frac{3 \text{ x } 356}{1{,}110} = 962{,}16 \rightarrow 20 \text{ cm x } 50 \text{ cm}$$

- Cálculo do peso próprio

$$0{,}20 \text{ x } 0{,}50 \text{ x } 2{,}95 \text{ x } 25 = 7{,}37 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga por pavimento

$$N = 3 \text{ x } 363{,}37 = 1.090{,}111 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga de cálculo

$$N_d = 1{,}4 \text{ x } 1.090{,}11 = 1.526{,}15 \text{ kN}$$

Ex. 65 – Com os dados do exercício anterior, determine a carga de cálculo no segundo pavimento para o pilar ali posicionado.

- Cálculo da área necessária de concreto

$$A_c = \frac{2 \text{ x } 356}{1{,}110} = 641{,}44 \text{ cm}^2 \longrightarrow 20 \text{ cm x } 35 \text{ cm}$$

- Cálculo do peso próprio

$$0,20 \times 0,35 \times 2,95 \times 25 = 5,16 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga por pavimento

$$356,00 + 5,16 = 361,16 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga no segundo pavimento

$$N = 2x\ 361,16 = 722,32 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga de cálculo

$$N_d = 1,4 \times 722,32 = 1.011,25 \text{ kN}$$

Ex. 66 – A carga de cálculo de um pilar de primeiro pavimento de uma edificação com vão livre de 2,95 m é de 300 kN. Determine e compare a área realmente necessária de concreto com a armadura determinada no projeto arquitetônico (40 cm x 40 cm), admitindo-se um concreto cuja especificação seja f_{ck} igual a 20 kN / cm^2 e aço CA 50.

- Cálculo da carga no pavimento

$$N_d = 1,4.N$$

$$N = \frac{300}{1,4} = 214,28 \text{ kN}$$

- Cálculo da área de concreto necessária

Sem desprezar o peso próprio do pilar, encontra-se:

$$\text{Carga} + pp = 214,28 \text{ kN}$$

Porém, sendo pp = 0,40 x 0,40 x 2,95 x 25 = 11,8 kN, tem-se a carga de 214,28 – 11,80 = 202, 48 kN. Sendo, admitida as dimensões de 0,40 m x 0,40 m, será necessária uma área mínima de:

$$A_c = \frac{202,48}{0,930} = 217,72 \text{ cm}^2$$

O que corresponde a um pilar de 20 cm x 20 cm. Com essa hipótese, admitindo-se esse pilar de 20 cm x 20 cm, será necessário, tendo em vista o seu peso próprio: 0,20 x 0,20 x 2,95 x 25 = 2,95 kN e, 214,28 - 2,95 = 211,33 kN. Logo, sendo:

$$A_c = \frac{211,33}{0,930} = 227,24 \text{ cm}^2$$

➔ 20 cm x 20 cm satisfaz .

Ex. 67 - Dimensione o pilar de garagem P_{28}(30 x 20), conhechendo-se a carga de 500 kN, especificação do concreto com f_{ck} de 20 MPa, comprimento de flambagem 2,25 m e CA 50 .

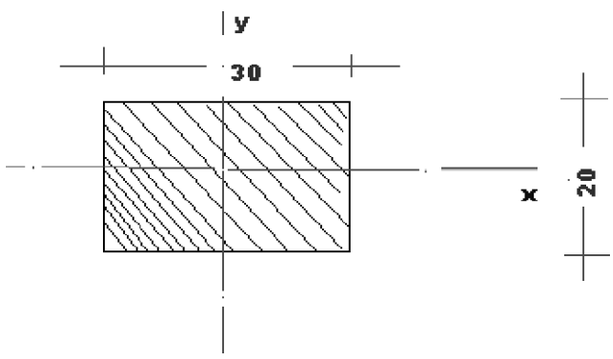


Figura 81

- Cálculo das excentricidades adicionais

$$e_{ax} \geq \begin{cases} \frac{h_x}{30} = \frac{30}{30} = 1 \\ 2 \text{ cm} \end{cases} \qquad e_{ay} \geq \begin{cases} \frac{h_y}{30} = \frac{20}{30} = 0,67 \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$e_{ax} = 2cm \qquad e_{ay} = 2cm$$

- Cálculo do indice de esbeltez

$$\lambda = \frac{\text{comprimento de flambagem}}{\text{raio de giração}}$$

$$i_x = \frac{h_x}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8,66cm$$

$$i_y = \frac{h_y}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = 5,77cm$$

$$\lambda_x = \frac{225}{8,66} = 25,98 \qquad \lambda_x < 40$$

pilar curto $(\lambda \leq 40)$

$$\lambda_y = \frac{225}{5,77} = 39 \qquad \lambda_y < 40$$

pilar curto $(\lambda \leq 40)$

O comprimento de flambagem é a distância entre eixos de vigas. Podem assim ser definidos, em função do tipo de apoio, ou seja:

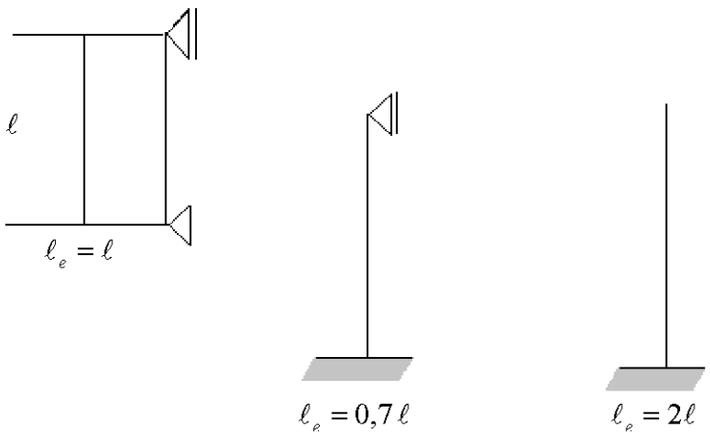


Figura 82 - Comprimentos de flambagem.

Não há necessidade de ser considerada excentricidade de 2º ordem na direção x nem na direção y. Porém, pela norma, para λ < 40, a excentricidade acidental mínima pode ser substituída por uma majoração da força normal. E sendo $N_d = 1,4x500 = 700\ kN$:

$$\alpha.N_d = \left(1+\frac{6}{h}\right) \text{x } \alpha.N_d = \left(1+\frac{6}{30}\right) \text{x } 700 = 840 \text{ kN}$$

$$\frac{840}{20 \text{ x } 30} = 1,40 \text{ kN/cm}^2$$

Contudo, para o aço CA-50 ➔ $f'_{yd} = 42 \text{ kN/cm}^2$

$$\sigma_{id} = \frac{0,85 \text{ x } 2,0}{1,4} + 0,01(42 - 0,85\frac{2,0}{1,4}) = 1,214 + 0,693 = 1,907$$

$$A_c = \frac{700}{1,907} = 367,07 \text{ cm}^2 \rightarrow (20 \text{ cm x } 30 \text{ cm})$$

$$\alpha.N_d = \left(1+\frac{6}{20}\right) \text{x } 700 = 910 \text{ kN}$$

$$\frac{910}{20 \text{ x } 30} = 1,52 \text{ kN/cm}^2$$

$$1,52 - 0,91 = \rho_s \text{ x } 41,09 \rightarrow \rho_s = 0,015$$

$$A_s = 0,015 \text{ x } 600 = 9 \text{ cm}^2$$

Observar que: $\frac{1,62-0,91}{41,09}=0,017$

Logo: $A_s = 0,017 \text{ x } 600 = 10,2 \text{ cm}^2$.

.

Porém, de acordo com a norma brasileira, também tem-se que verificar pela armadura mínima.

$$A_{s(mín.)} > 0,5\%.b.h$$

$$A_{s(mín.)} > 0,8\%.A_c$$

E, então:

$$A_{s(mín.)} = 0,005 \text{ x } 20 \text{ x } 30 = 3 \text{ cm}^2$$

$$A_{s(mín.)} = 0,008 \text{ x } 600 = 4,8 \text{ cm}^2$$

Logo, uma vez que a área da armadura é superior ao calculado pelos dois processos, para a armadura mínima claro, usa-se: $A_S = 9 \text{ cm}^2$.

Ex. 68 – O pilar P_{50} de um projeto estrutural recebe uma carga de 770 kN. Dimensione o referido pilar para um concreto com especificação de f_{ck} de 20 MPa, aço CA 50 e comprimento de flambagem 2,95 m.

Admitindo-se, porém, ρ_s = 0,008 e como o aço a ser utilizado é o CA 50 , tem-se:

$$f'_{yd} = 42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{id} = 0,91 + 0,008\ (42,00 - 0,91) = 1,24 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_c = \frac{1,4 \text{ x } 770}{1,24} = 869,35 \text{ cm}^2 \rightarrow (30 \text{ cm x } 30 \text{ cm})$$

- Cálculo das excentricidades adicionais

Para uma seção de 30 cm x 30 cm

$$e_{ax} \geq \begin{cases} \frac{h_x}{30} = \frac{30}{30} = 1 \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$e_{ax} = 2cm$$

$$e_{ay} \geq \begin{cases} \dfrac{h_y}{30} = \dfrac{30}{30} = 1 \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$e_{ay} = 2cm$$

- Cálculo dos índice de esbeltez.

$$i_x = \frac{h_x}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8,66 \text{ cm}$$

$$i_y = \frac{h_y}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8,66 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{295}{8,66} = 34,06 \qquad \lambda \leq 40$$

$$\lambda_y = \frac{295}{8,66} = 34,06 \qquad \lambda \leq 40$$

Para as barras comprimidas, tem-se: CA 50 $\rightarrow f'_{yd} = 35,6 \text{ kN/cm}^2$

Assim, neste caso é dimensionado como pilar curto.

$$\alpha.N_d = \left(1 + \frac{6}{30}\right) = 1.078 = 1.293,60 \text{ kN}$$

$$\vartheta_{id} = \frac{1.293,60}{30 \text{ x } 30} = 1,44 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_s = \frac{1,44 - 0,91}{41,09} = 0,013$$

$$A_s = 0,013 \text{ x } 900 = 11,7 \text{ cm}^2$$

$$A_{s(mín.)} = 0{,}005 \text{ x } 30 \text{ x } 30 = 4{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{s(mín.)} = 0{,}008 \text{ x } 30 \text{ x } 30 = 7{,}2 \text{ cm}^2$$

Logo, a seção a ser será a de 11,7 cm^2.

Ex. 69 – Sejam os pilares P_8, P_{17}, P_{21} e P_{40} de um projeto estrutural recebendo uma carga igual a 575 kN. Dimensione-os para um f_{ck} = 20 MPa aço CA 50 e comprimento de flambagem 2,95 m.

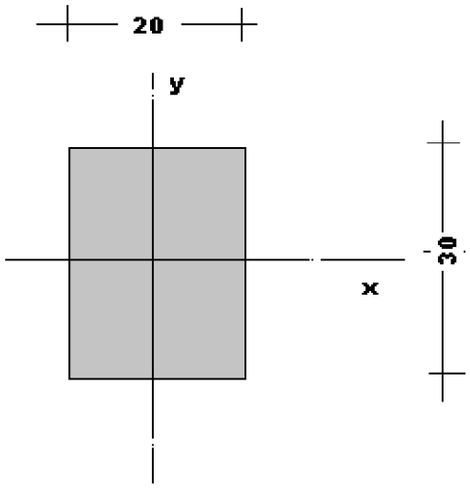


Figura 83.

- Cálculo das excentricidades adicionais

$$e_{ax} \geq \begin{cases} \frac{h_x}{30} = \frac{20}{30} = 0{,}67 \\ 2 \text{ cm} \end{cases} \qquad e_{ay} \geq \begin{cases} \frac{h_y}{30} = \frac{30}{30} = 1 \\ 2\text{cm} \end{cases}$$

$$e_{ax} = 2cm \qquad e_{ay} = 2cm$$

- Cálculo do índice de esbeldez

$$i_x = \frac{h_x}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = 5{,}77 \text{ cm}$$

$$i_y = \frac{h_y}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8{,}66 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{295}{5{,}77} = 51{,}12 \qquad \lambda_y = \frac{295}{8{,}66} = 34{,}06$$

$40 < \lambda_x < 80$ $\qquad$ $\lambda_y < 40$

(pilar medianamente esbelto) $\qquad$ **(pilar curto)**

Face a tal, só haverá necessidade de ser considerada exentricidade de 2ª ordem na direção x, logo:

$$e_{2x} = \frac{l_e^2}{10} \text{ x } \frac{0,0035 + f'_{yd}/E_s}{(\gamma d + 0,5)h_x}$$

e como $\gamma_d = \dfrac{N_d}{A_c \text{ x } f_{cd}} = \dfrac{1,4 \text{ x } 575}{20 \text{ x } 30 \text{ x } \dfrac{2,0}{1,4}} = 0,939$

$$\gamma_d + 0,5 = 0,939 + 0,5 = 1,44$$

$$e_{2x} = \frac{295^2}{10} \text{ x } \frac{0,0035 + 42/21000}{1,44 \text{ x } 20} = 1,66$$

$$e_{2y} = 0$$

E, então, tem-se assim:

$$e_x = e_{ax} + e_{2x} = 2,00 + 1,44 = 3,44 \text{ cm}$$

$$e_y = e_{ay} + e_{2y} = 2,00 + 0,00 = 2,00 \text{ cm}$$

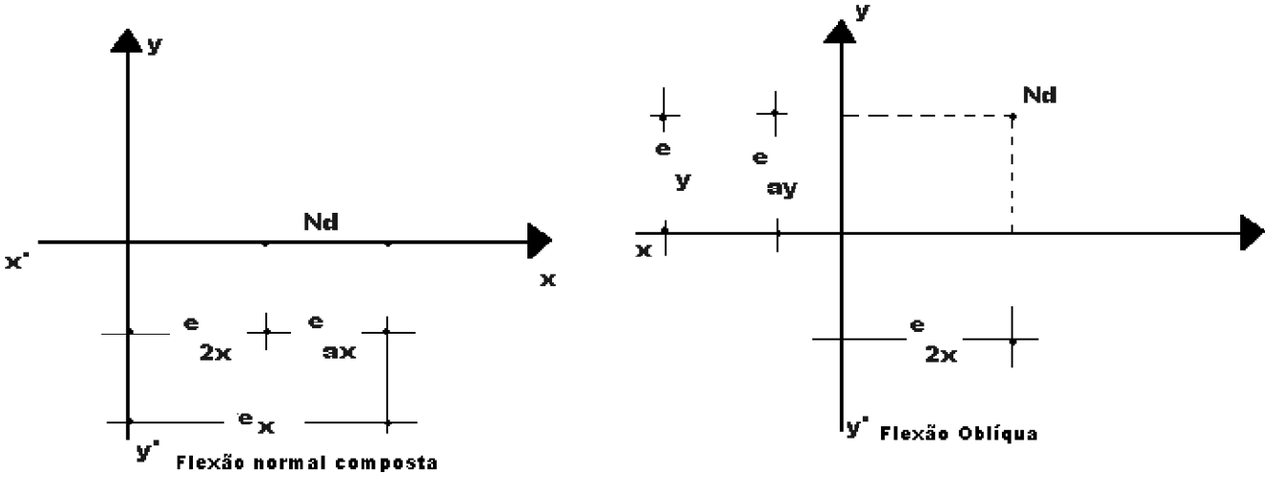


Figura 84.

Para flexão normal composta, tem-se:

$$\mu_{xd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_x}{h_x} = 0,939 \text{ x } \frac{3,44}{20} = 0,16$$

$$\mu_{yd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_y}{h_y} = 0$$

Donde, fazendo-se uso dos nomogramas de autoria do Professor Péricles Brasiliense Fusco, da sua obra Estruturas de Concreto, aqui reproduzidos com autorização do autor, para fins didáticos, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} \nu_d = 0,939 \\ \mu_{xd} = 0,16 \\ \mu_{yd} = 0 \end{array}\right| \longrightarrow \omega = 0,60$$

Para a flexão oblíqua, tem-se:

$$e_x = e_{ax} + e_{2x} = 0,00 + 1,37 = 1,37 \text{ cm}$$

$$e_x = e_{ay} + e_{2y} = 2,00 + 0,00 = 2,00 \text{ cm}$$

$$\nu_d = \frac{1,4x575}{20x30x\dfrac{2,0}{1,4}} = 0,939$$

$$\nu_d = \frac{1,4 \text{ x } 575}{20 \text{ x } 30 \text{ x } \dfrac{2,0}{1,4}} = 0,939$$

$$\mu_{xd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_x}{h_x} = 0,939 \text{ x } \frac{1,37}{20} = 0,064$$

$$\mu_{yd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_y}{h_y} = 0,939 \text{ x } \frac{2}{30} = 0,063$$

E do nomograma citado, tira-se:

$$\left.\begin{array}{l} \nu_d = 0,939 \\ \mu_{xd} = 0,064 \\ \mu_{yd} = 0,063 \end{array}\right| \longrightarrow \omega = 0,40$$

- Cálculo de $A_{s(total)}$

$$A_{s(total)} = \frac{\omega . A_c . f_{cd}}{43,48}$$

$$A_{s(total)} = \frac{0,60 \text{ x } 20 \text{ x } 30 \text{ x } 200/1,4}{43,48} = 11,83 \text{ cm}^2$$

- Cálculo do percentual de armadura

$$\rho\% = \frac{11,83}{20 \text{ x } 30} \text{ x } 100 = 1,97 \%$$

$$0,8 \% < \rho < 6 \%$$

$$0,8 \% < 1,97 < 6 \%$$

- Cálculo da armadura transversal

O espaçamento dos estribos, considerando-se o uso do diâmetro mínimo, ou seja, 5 mm será:

$$e \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12\varnothing_\ell = 12 \text{ x } 2 = 24 \text{ cm} \\ 190\dfrac{\varnothing_t^2}{\varnothing_\ell} = 190 \text{ x } \dfrac{0,5^2}{2} = 23,75 \text{ cm} \end{cases}$$

ou ,

$$e \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12\varnothing_\ell = 12 \text{ x } 1,6 = 19,2 \text{ cm} \\ 190\dfrac{\varnothing_t^2}{\varnothing_\ell} = 190 \text{ x } \dfrac{0,5^2}{1,6} = 29,68 \text{ cm} \end{cases}$$

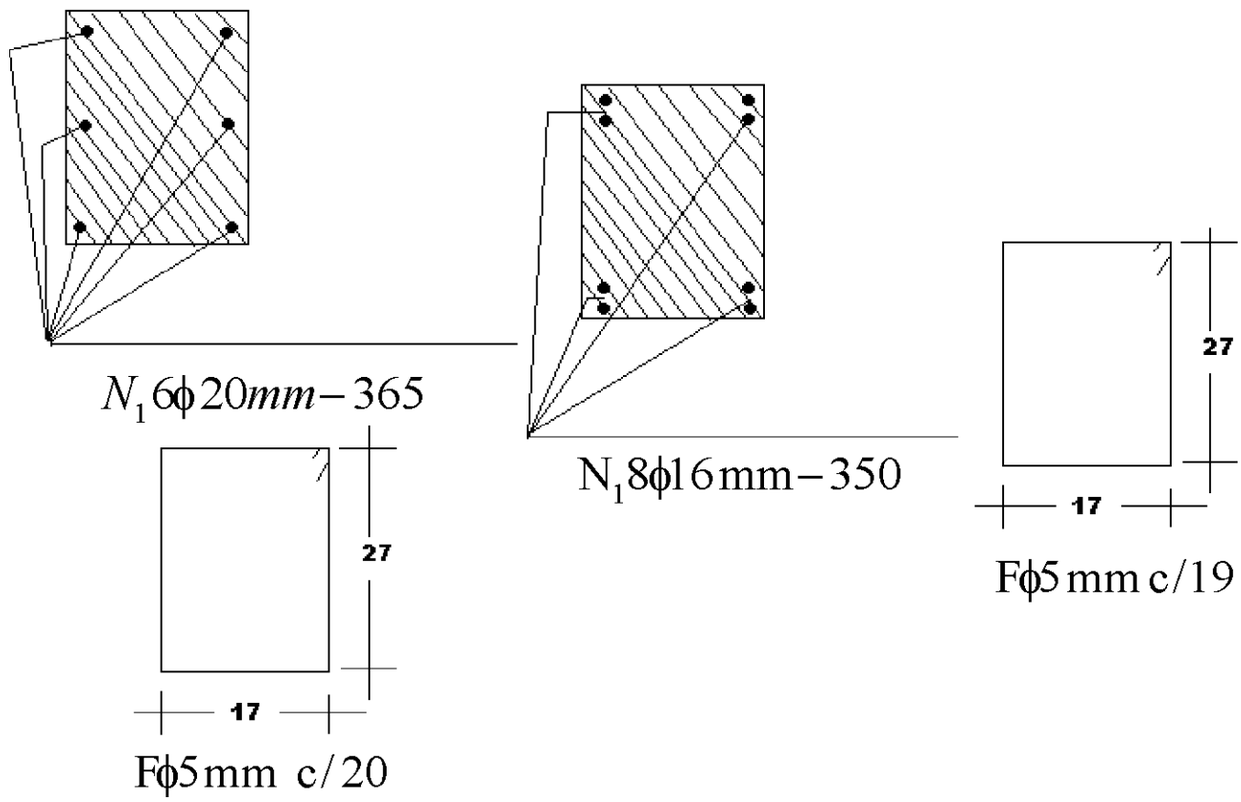


Figura 85(a).

1ª. Situação

$N_1 4\varnothing 20\ mm - 365$

$N_3 \varnothing 5\ mm\ c/20$

2ª. Situação

$N_1 8\varnothing 16\ \ mm - 350$

$N_3 \varnothing 5\ mm\ c/19$

Observar que os valores obtidos retro foram com base em:

$33\ \varnothing = 33 \times 2{,}0 = 66\ cm \cong 70\ cm$ e $295 + 70 = 365\ cm$

$33\ \varnothing = 33 \times 1{,}6 = 52{,}8\ cm \cong 55\ cm$ e $295 + 55 = 350\ cm$

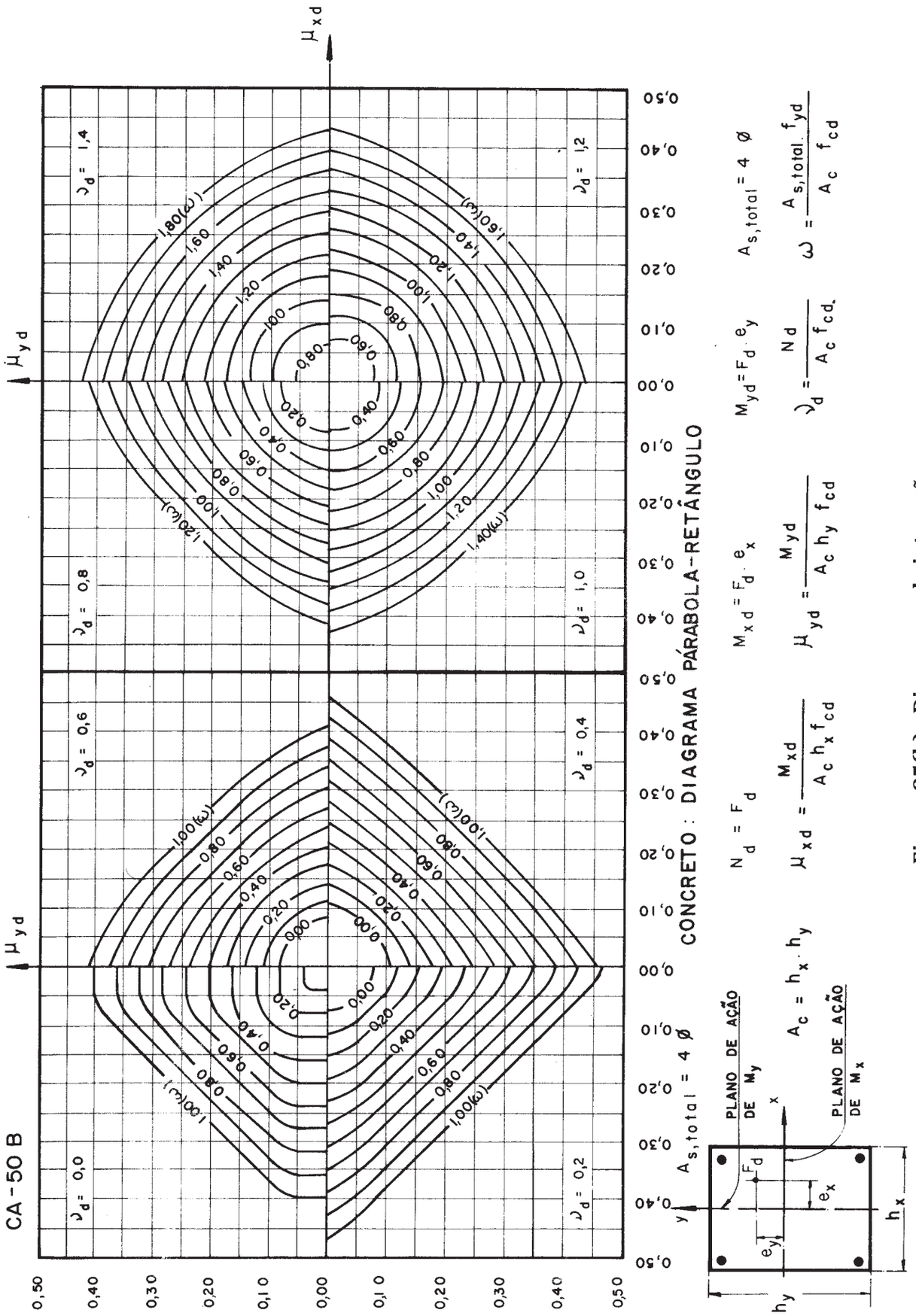


Figura 85(b) - Diagramas de interação.

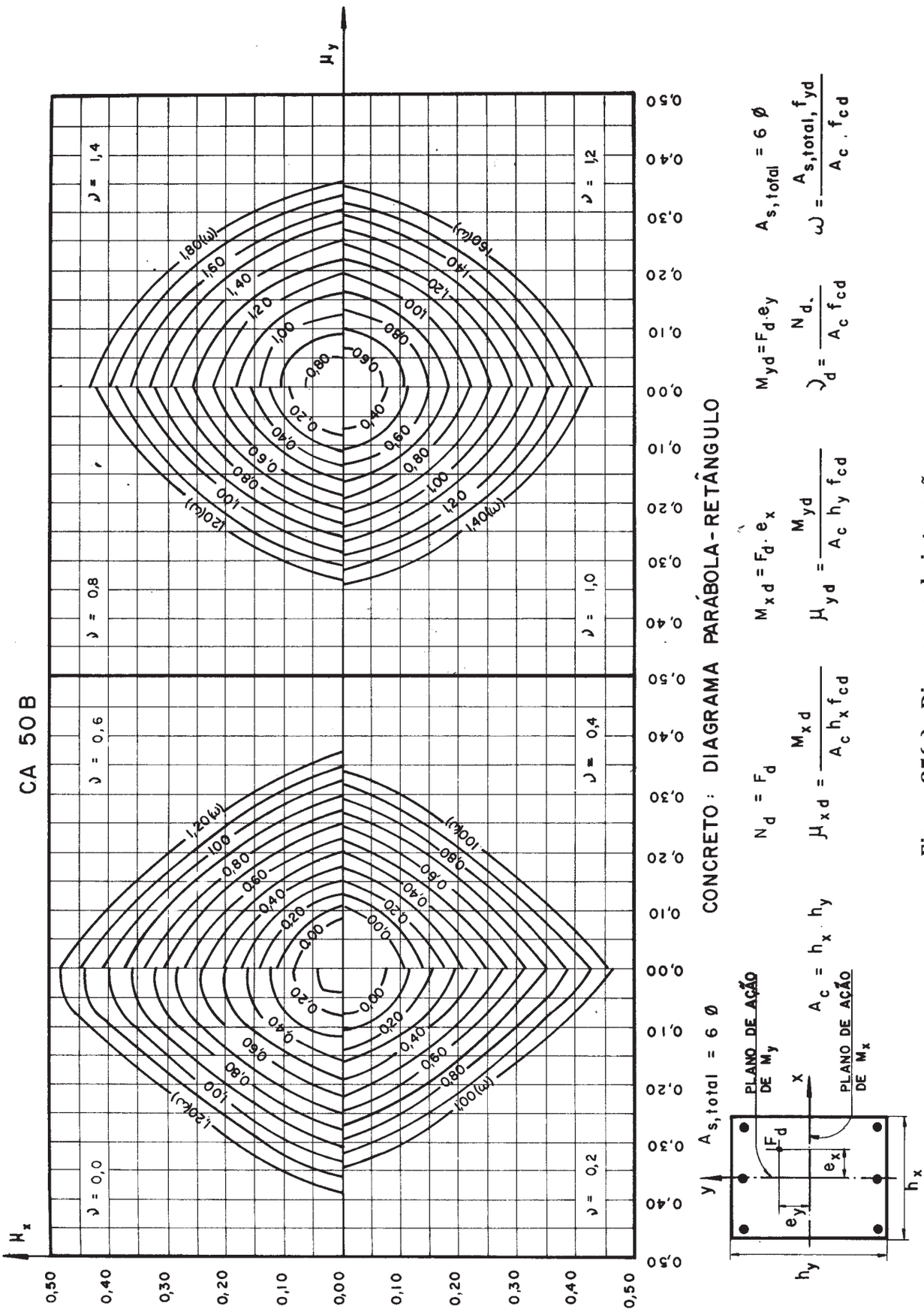


Figura 85(c) - Diagramas de interação.

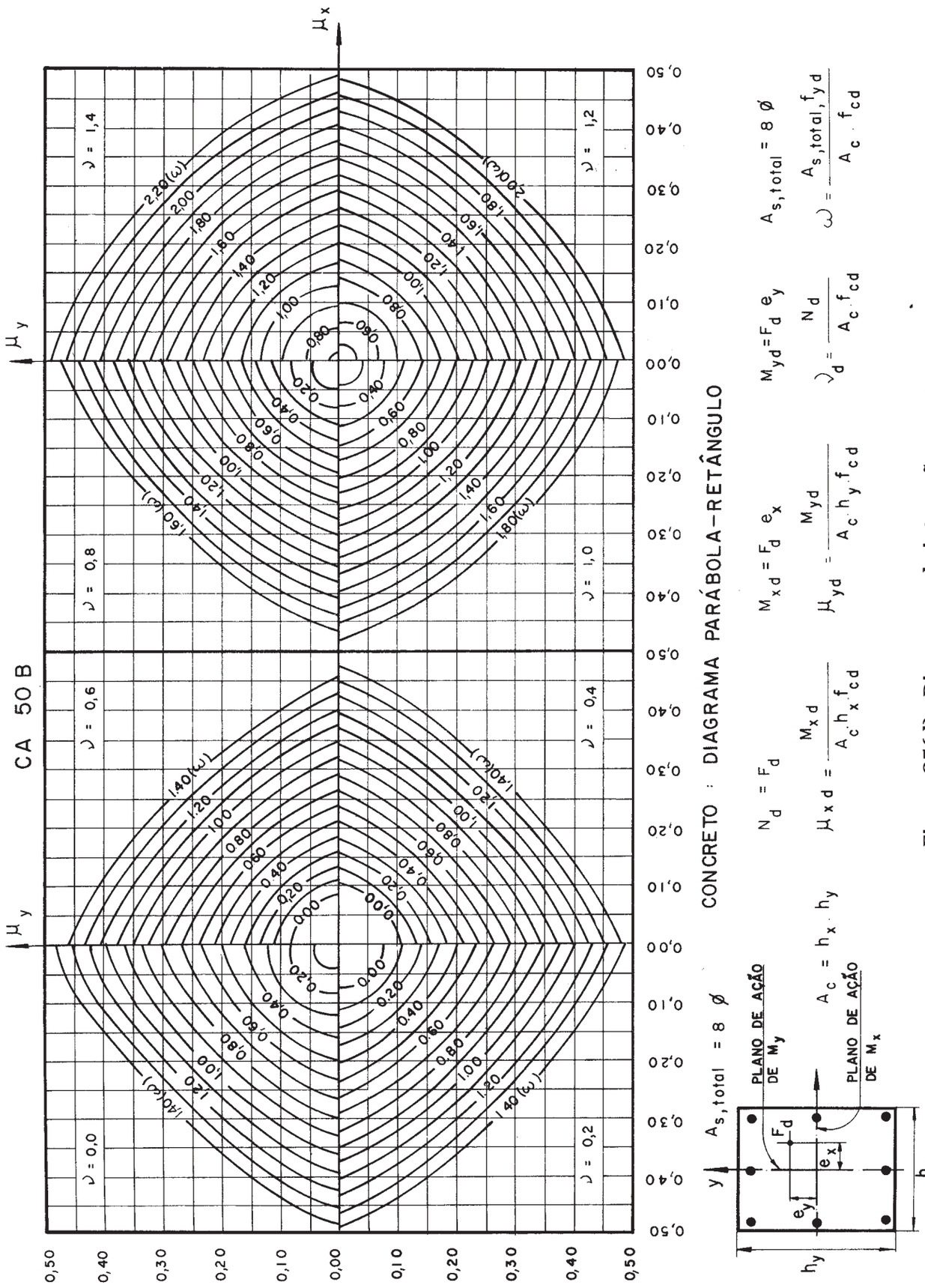


Figura 85(d) - Diagramas de interação.

Ex. 70 - Seja um pilar de extremidade P_{27} de uma estrutura em concreto armado. Dimensione o referido pilar adotando-se CA 50, especificação de f_{ck} igual a 25 MPa, comprimento de flambagem 2,95 m e uma carga de 453 kN.

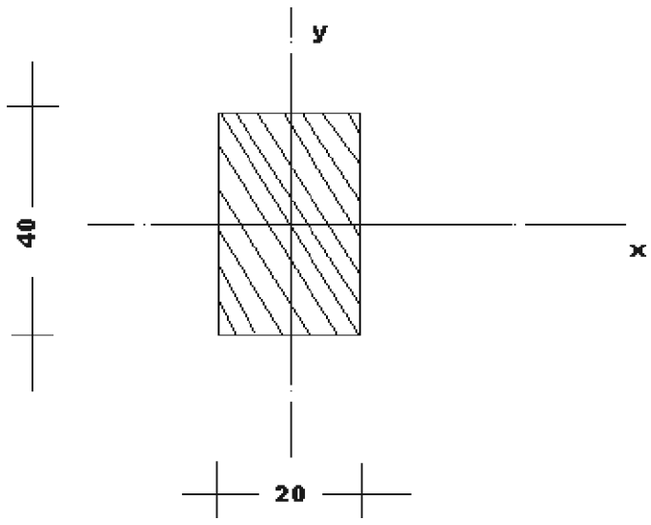


Figura 86.

- Cálculo das excentricidades adicionais

$$e_{ax} \left| \begin{array}{l} \frac{h_x}{30} = \frac{20}{30} = 0,67 \\ 2 \text{ cm} \end{array} \right. \qquad e_{ay} \left| \begin{array}{l} \frac{h_y}{30} = \frac{40}{30} = 1,33 \\ 2 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$e_{ax} = 2 \text{ cm} \qquad e_{ay} = 2 \text{ cm}$$

- Cálculo do índice de esbeltez

$$i_x = \frac{h_x}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = 5,77cm$$

$$i_y = \frac{h_y}{\sqrt{12}} = \frac{40}{\sqrt{12}} = 11,55cm$$

$$x = \frac{295}{5,77} = 51,13 > 40 \text{ => pilar medianamente esbelto } 40 < \lambda_x < 80$$

$$y = \frac{295}{11,55} = 25,54 < 40 \text{ => pilar curto}$$

Face a isso, é necessário que se considere a excentricidade de 2ª ordem somente na direção x.

- Cálculo do momento de engastamento perfeito

Desprezando-se o momento e carregamento, e admitindo-se uma viga de 12 cm x 60 cm com uma carga de 27 kN/m e vão de 5,15 m, encontra-se um momento de:

$$M_{eng} = \frac{27 \text{ x } 5{,}15^2}{12} = 59{,}67 \text{ kNm}$$

- Cálculo de rigidez

$$\frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}12 \text{ x } 0{,}60^3}{12} = 0{,}00216 \text{ m}^4$$

$$\frac{1}{\ell} = \frac{1}{5{,}15} = 0{,}19417$$

e $r_{vig} = 0{,}00216 \text{ x } 0{,}19417 = 0{,}0004194$

$$\frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}20 \text{ x } 0{,}40^3}{12} = 0{,}00107 \text{ m}^4$$

$$\frac{1}{\ell} = \frac{1}{2{,}95} = 0{,}338983$$

$$r_{inf} = r_{sup} = 0{,}00107 \text{ x } 0{,}338983 = 0{,}0003627$$

- Cálculo do momento no pilar inferior

$$M_{inf} = M_{eng} \frac{r_{inf}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

$$M_{inf} = 59{,}67 \frac{0{,}0003627}{0{,}0004194 + 0{,}0003627 + 0{,}0003627}$$

$$M_{inf} = 18{,}90 \ kNm$$

E, assim a excentricidade, será;

$$\frac{18{,}90}{453} = 0{,}042 \text{ m} = 4{,}2 \text{ cm}$$

$$\nu_d = \frac{1{,}4 \text{ x } 453}{20 \text{ x } 40 \text{ x } \frac{2{,}5}{1{,}4}} = 0{,}44$$

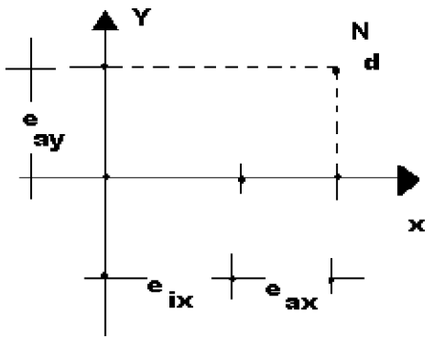
$$\nu_d + 0,5 \geq 1 \qquad 0,44 + 0,5 = 0,94$$

$$e_{2x} = \frac{295^2}{10} \text{ x } \frac{0,0035 + 42/21.000}{0,94 \text{ x } 40} = 1,27 \text{ cm}.$$

e então: $e_x = 4,2 + 1,27 = 5,47 \text{ cm}$.

Para a flexão oblíqua, encontra-se:

$$\mu_{xd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_x}{h_x} = 0,44 \text{ x } \frac{5,47}{20} = 0,12$$



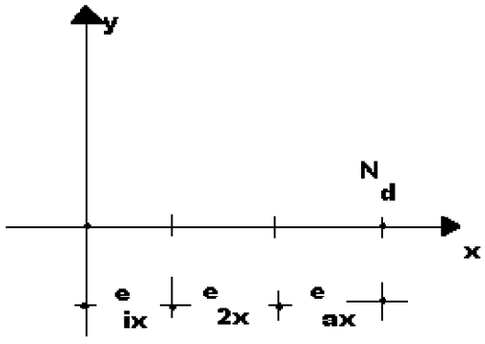
$$\mu_{yd} = \nu_d \text{ x } \frac{e_y}{h_y} = 0,44 \text{ x } \frac{2}{40} = 0,022$$

Figura 87.

E sendo:

$$\left.\begin{array}{l} \nu_d = 0,44 \\ \mu_{xd} = 0,12 \\ \mu_{yd} = 0,022 \end{array}\right| \rightarrow \omega = 0,20$$

Para a flexão normal composta, redunda:



Flexão normal composta

Figura 88.

$$e_x = 0$$
$$e_y = 4,20 + 1,27 + 2,00 = 7,47 \text{ cm}$$

Para:

$$\nu_d = 0,44$$
$$\mu_{xd} = 0,44 \text{ x } \frac{0}{40} = 0$$
$$\mu_{yd} = 0,44 \text{ x } \frac{7,47}{20} = 0,276$$

Acessando-se ao nomograma, tira-se: $\rightarrow \omega = 0,20$

- Cálculo de $A_{s(total)}$

$$A_{s(total)} = \frac{0,20 \text{ x } 20 \text{ x } 40 \text{ x } 1,43}{43,48} = 5,26 \text{ cm}^2$$

Admitiu-se, portanto:

$$4\varnothing 20 \text{ mm} ==> (12,60 \text{ cm}^2)$$

- Cálculo da porcentagem de armadura

$$\frac{A_{s(total)}}{b \text{ x } h} \text{ x } 100 = \frac{12,60}{20 \text{ x } 40} \text{ x } 100 = 1,57 \%$$

$$0,8\% < 1,57 < 6\%$$

- Cálculo da armadura transversal

$$e \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \\ 12\varnothing_l = 12 \text{ x } 1,6 = 19,2 \text{ cm} \\ 190\dfrac{\varnothing_t^2}{\varnothing_l} = 190 \text{ x } \dfrac{0,5^2}{1,6} = 29,68 \end{cases}$$

Sendo o diâmetro mínimo permitido por norma de 5 mm, tem-se:

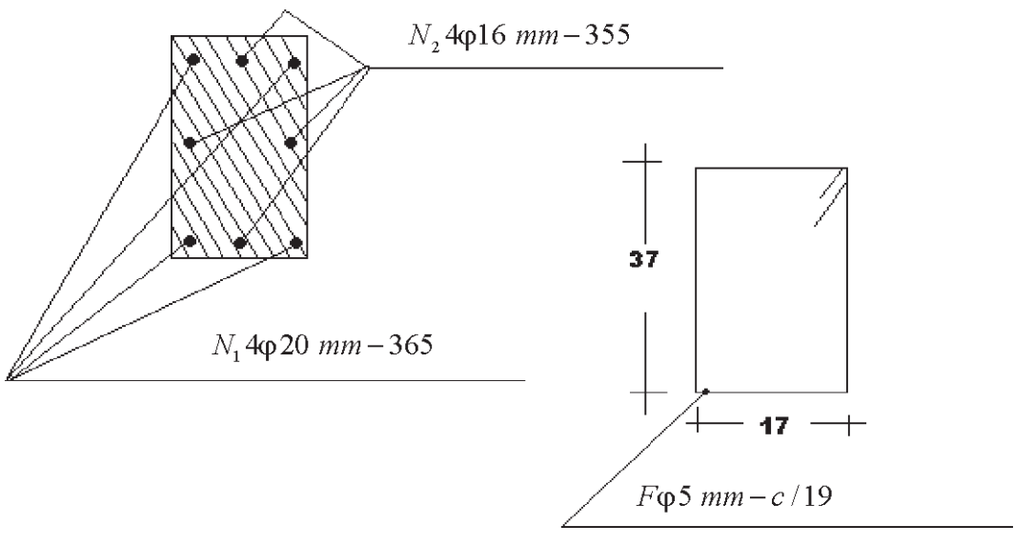


Figura 89.

5.7 - Análise de elementos isolados

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, as subseções 5.7.1, 5.7.2.2 e 5.7.4 são aplicáveis apenas a elementos isolados de seção constante e armadura constante ao longo de seu eixo, submetidos à flexo-compressão.

Os pilares devem ter índice de esbeltez menor ou igual a 200 ($\lambda \leq 200$). Apenas no caso de postes com força normal menor que 0,10 f_{cd} $A_{c,}$ o índice d esbeltez pode ser maior que 200.

5.7.1- Dispensa da análise dos efeitos locais de 2ª ordem

Os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite λ_1 estabelecido nesta subseção.

O índice de esbeltez deve ser calculado pela expressão:

$$\lambda = \ell_e / i$$

No caso de pilar engastado na base e livre no topo, o valor de ℓ_e é igual a 2ℓ. Nos demais casos, adotar os valores calculados conforme 15.6 da referida Norma.

O valor de λ_1 depende de diversos fatores, mas os preponderantes são:

- a excentricidades relativa de 1ª ordem e_1/h;

- a vinculação dos extremos da coluna isolada;

- a forma do diagrama de momentos de 1ª ordem;

O valor de λ_1 pode ser calculado pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12{,}5\ e_1/h}{\alpha_b}$$

onde:

$$\frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

onde o valor de α_b deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

a) para pilares biapoiados sem cargas transversais;

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40\frac{M_B}{M_A} \geq 0,40$$

sendo:

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

onde:

M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A, e negativo em caso contrário.

b) para pilares biapoiados com carga transversais significativas ao longo da altura;

$$\alpha_b = 1,0$$

c) Para pilares em balanço;

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20\frac{M_C}{M_A} \geq 0,85$$

sendo:

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$$

onde:

M_A é o momento de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento d 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido em 11.3.3.4.3, conforme a ABNT NBR 6118:2003.

$$\alpha_b = 1,0$$

5.7.2 Determinação dos efeitos locais de 2ª ordem

5.7.2.1 Barras submetidas a flexo-compressão normal

O cálculo pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados, de acordo com 5.7.2.2 ou 5.7.2.3.

A consideração da fluência é obrigatória para $\lambda > 90$, devendo ser acrescentada a M_{td} a parcela correspondente à excentricidade e_{cc} definida em 5.7.4.

5.7.2.2 Método geral

Consiste na análise não-linear de 2ª ordem efetuada com discretização adequada da barra, consideração da relação momento-curvatura real em cada seção, e consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada.

O método geral é obrigatório para $\lambda > 140$.

5.7.2.3 Métodos aproximados

A determinação dos esforços locais de 2ª ordem pode ser feita por métodos aproximados como o do pilar padrão e o do pilar-padrão melhorado.

A ABNT NBR 6118:2003 preconiza que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não-linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. O momento total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10}\frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

sendo $1/r$ a curvatura na seção crítica, que pode ser avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v+0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

onde:

$v = N_{Sd}/(A_c f_{cd})$

$M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$

h *é* a altura da seção na direção considerada;

v é a força normal adimensional;

$M_{1d,mín}$, tem o significado e o valor estabelecidos em 11.3.3.4.3, de acordo com a ABNT NBR 6118:2003.

O momento $M_{id.A}$ e o coeficiente α_b, têm as mesmas definições de 15.8.2, da ABNT NBR 6118:2003, sendo $M_{1d,A}$ o valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A.

A ABNT NBR 6118:2003 estabelece que o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica deve ser considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não-linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez. O momento total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão:

O momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

sendo o valor da rigidez adimensional κ dado aproximadamente, pela expressão:

$$\kappa = 32\left(1+5\frac{M_{d,tot}}{hN_d}\right)\nu$$

As variáveis h, v, $M_{1d,A}$ e α_b são as mesmas definidas na subseção anterior. Usualmente duas ou três iterações são suficientes quando se optar por um cálculo iterativo.

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, a determinação dos esforços locais de 2ª ordem em pilares com $\lambda \leq 140$ pode ser feita pelo método do pilar-padrão ou pilar-padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores obtidos de diagramas *M, N,* 1/r específicos para o caso.

Se $\lambda > 90$, é obrigatória a consideração dos efeitos da fluência, de acordo com 5.7.4.

Quando a esbeltez de um pilar de seção retangular submetido à flexão composta oblíqua for menor que $(\lambda < 90)$ nas duas direções principais, pode ser aplicado o processo aproximado descrito anteriormente para o método do pilar - padrão com rigidez κ aproximada simultaneamente em cada uma das duas direções.

A amplificação dos momentos de 1ª ordem em cada direção é diferente, pois depende de valores distintos de rigidez e esbeltez.

Uma vez obtida a distribuição de momentos totais de 1ª e 2ª ordens, em cada direção, deve ser verificada, para cada seção ao longo do eixo, se a composição desses momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida. Essa verificação pode ser realizada em apenas três seções: nas extremidades A e B e num ponto intermediário onde se admite atuar concomitantemente os momentos $M_{d,tot}$ nas duas direções (x e y).

5.7.4 Consideração da fluência

A consideração da fluência deve obrigatoriamente ser realizada em pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 90$ e pode ser efetuada de maneira aproximada, considerando a excentricidade adicional e_{cc} dada a seguir:

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{Sg}}{N_{Sg}} + e_a\right)\left(2{,}718^{\frac{\varphi N_{Sg}}{N_e - N_{Sg}}} - 1\right)$$

onde:

$$N_e = \frac{10E_{cj}I_c}{\ell_e^2}$$

e_a é excentricidade devida a imperfeições locais, conforme Figura 11.2, da ABNT NBR 6118:2003;

M_{Sg} *e* N_{Sg} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;

φ é o coeficiente de fluência;

E_{ci} é conforme 8.1 (ver ABNT NBR 6118:2003);

I_c é de acordo com 4.2.3 (ver ABNT NBR 6118:2003);

ℓ_e é definido em 15.6 (ver ABNT NBR 6118:2003).

A consideração do efeito de 2ª ordem deve ser feita conforme 5.7.2, como se fosse um efeito imediato, que se soma à excentricidade e_1.

5.8 - Análise de pilares-parede

Para que os pilares-parede possam ser incluídos como elementos lineares no conjunto resistente da estrutura, deve-se garantir que sua seção transversal tenha sua forma mantida por travamentos adequados nos diversos pavimentos e que os efeitos de 2ª ordem localizados sejam convenientemente avaliados.

Os efeitos localizados de 2ª ordem de pilares-parede podem ser desprezados se, para cada uma das lâminas componentes do pilar parede, forem obedecidas as seguintes condições:

a) a base e o topo de cada lâmina devem ser convenientemente fixadas às lajes do edifício, que conferem ao todo o efeito de diafragma horizontal;

b) a esbeltez λ_i de cada lâmina deve ser menor que 35, podendo o cálculo dessa esbeltez λ_i ser efetuado através da expressão dada a seguir:

$$\lambda_1 = 3,46 \frac{\ell_{ei}}{h_j}$$

onde, para cada lâmina:

ℓ_e é o comprimento equivalente;

h_i é a espessura.

O valor de ℓ_e depende dos vínculos de cada uma das expressões das extremidades verticais da lâmina, conforme Figura 90.

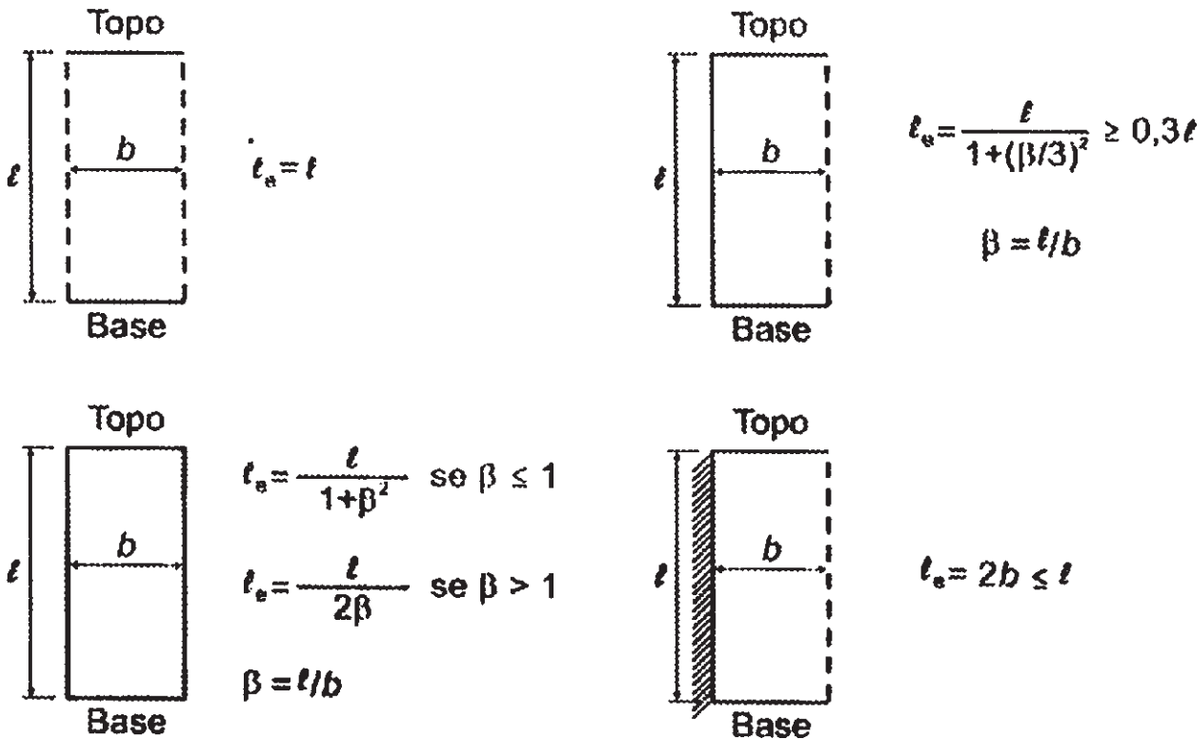


Figura 90 – Comprimento equivalente ℓ_e.

Se o topo e a base forem engastados e $\beta \leq 1$, os valores de λ_i podem ser multiplicados por 0,85.

A ABNT NBR 6118:2003 permite a utilização de um processo aproximado para consideração do efeito localizado de 2ª ordem, isto é: nos pilares-parede simples ou compostos, onde a esbeltez de cada lâmina que o, constitui for menor que 90, pode ser adotado o procedimento aproximado descrito a seguir para um pilar-parede simples.

O efeito localizado de 2ª ordem deve ser considerado através da decomposição do pilar-parede em faixas verticais, de largura ai, que devem ser analisadas como pilares isolados, submetidos aos esforços N_i e M_{yid}, onde:

$a_i = 3h \leq 100$ cm

$M_{yid} = M_{1yd}\, a_i \geq M_{1dmín}$

onde:

a_i é a largura da faixa i;

N_i *é* a força normal na faixa i, calculada a partir de n_d *(x),* conforme Figura 15.4 (ver ABNT NBR 6118:2003);

$M_{1d,min}$ tem o significado e valor estabelecidos em 11.3.3.4.3, conforme a ABNT NBR 6118:2003;

M_{yid} é o momento fletor na faixa r;

M_{1yd} *e h* são definidos na Figura 15.4 (ver ABNT NBR 6118:2003).

5.9 - Processos aproximados para o dimensionamento à flexão composta

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, o cálculo para dimensionamento de seções retangulares ou circulares com armadura simétrica, sujeitas a flexo-compressão normal, em que a força normal reduzida (v) seja maior a 0,7, pode ser realizado como um caso de compressão centrada equivalente, onde:

$$N_{Sd,eq} = N_{Sd}(1+\beta\frac{e}{h})$$

$$M_{Sd,eq} = 0$$

onde:

$$v = \frac{N_{Sd}}{A_c f_{cd}}$$

$$\frac{e}{h} = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd} h}$$

$$\beta = \frac{1}{(0,39+0,01\alpha)-0,8\frac{d'}{h}}$$

sendo o valor α dado por:

α = -1/ α_s , se α_s <1 em seções retangulares;

α = α_s, se $\alpha_s \geq$ em seções retangulares;

α = 6, se α_s >6 em seções retangulares;

α = -4, em seções circulares;

supondo todas as barras iguais, α_s é dado por:

$$\alpha_s = \frac{(n_h - 1)}{(n_v - 1)}$$

O arranjo de armadura adotado para detalhamento (ver Figura 91) deve ser fiel aos valores de α_s e d'/h pressupostos.

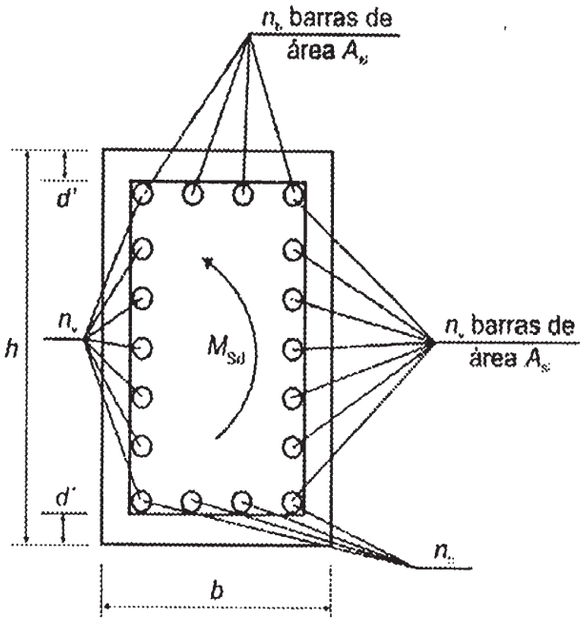


Figura 91 – Arranjo de armadura caracterizado pelo parâmetro α_s.

Capítulo 6

MARQUISES

A palavra “marquise”, utilizado no português, vem do francês marquise. É um elemento estrutural comumente denominada de laje, em forma de aba, visivelmente posicionada nas fachadas de prédios, objetivando com isso proteção contra as radiações solares e da chuva.

Os projetistas de arquitetura utilizam também as marquises por ser um elemento decorativo, portanto, de valor bastante participativo na composição da volumetria externa das fachadas.

Por essa razão, não existe uma forma padrão desse elemento estrutural. Razão pela qual as marquises deverão ser projetadas de acordo com as necessidades do projeto.

Assim, marquises de vãos e de formas das mais variadas, normalmente, são vistas em edificações fabris, estádios esportivos, plataformas rodo-ferroviárias etc., enquanto que nas edificações prediais em muros divisórias, garagens, cascatas, portões de acesso, dentre outros.

As marquises podem, ou não, ser providas de consolos, e, quanto ao seu engastamento, observa-se que, na maioria dos casos, são nas lajes de piso, em alvenarias, pilares e em vigas.

As cargas consideradas, para efeito de cálculo das marquises, são o seu peso próprio, revestimento e sobrecargas. O importante, no entanto, é ser frisado que cada uma dessas cargas, deverá ser estudada, evidentemente, para cada caso.

- Classificação das marquises

a) Marquises sem consolos

armadas transversalmente

b) Marquises com consolos

armadas longitudinalmente

armadas em cruz

com vigas longitudinais

Ex. 71 – Classifique a marquise da Figura 92, sabendo-se que pertence a um portão de entrada de veículos de um edifício comercial.

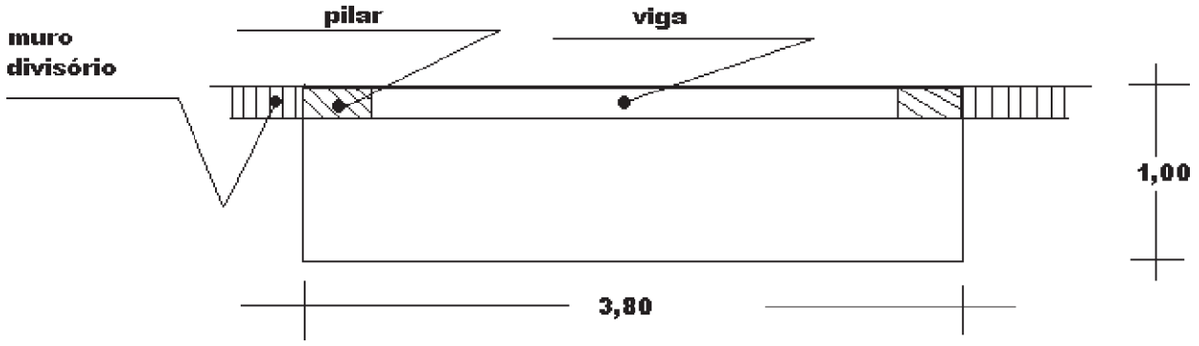


Figura 92.

De acordo com o tipo de marquise, para efeito de dimensionamento, deve-se levar em consideração a relação existente entre o comprimento e largura, para então poder ser definida finalmente sua classificação. Assim, face ao modelo proposto neste exemplo, trata-se de uma marquise armada transversalmente, tendo em vista a extensão do balanço em relação ao seu comprimento.

Ex. 72 – Classifique a marquise da Figura 93.

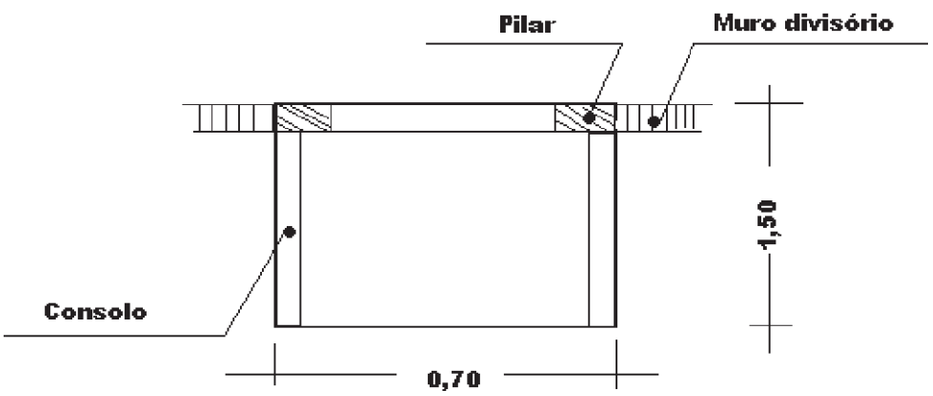


Figura 93.

Como se pode observar, o espaçamento entre os consolos é inferior à metade do balanço, ou seja:

$$2 \text{ x } e_{consolos} < \text{balanço}$$

Logo, face a isso, pode-se classificar como sendo uma marquise do tipo armada longitudinalmente.

Convém ainda ser frisado que o consolo (viga em balanço), para ser denominado de curto, é necessário que a altura no engastamento seja maior ou igual ao comprimento do balanço (considerado a partir da face do engastamento).

Ex. 73 – Classifique a marquise mostrada na Figura 94, admitindo-se pertencer a um portão de garagem de uma indústria.

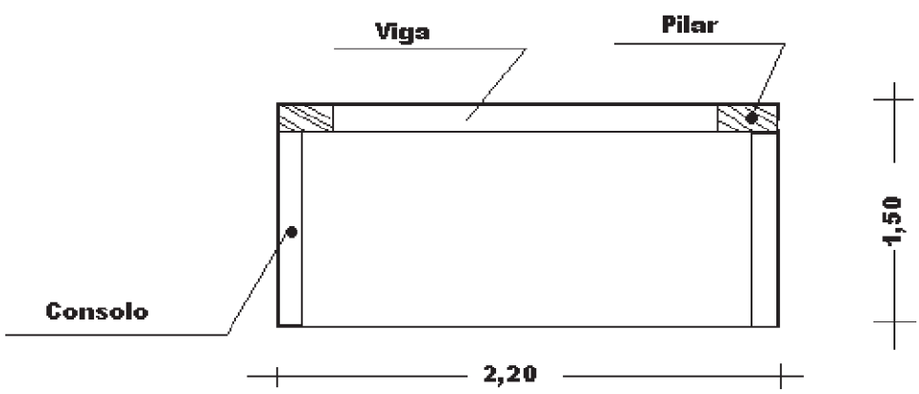


Figura 94.

Como se pode constatar, mediante os exercícios anteriores, é imprescindível se saber a relação existente entre as dimensões de uma marquise para então classificá-la. Neste exemplo, há:

$$0,5 \text{ x balanço} < e_{consolos}$$

e

$$0,67 e_{consolos} \text{consolo} \leq \text{balanço}$$

Então, considerando esses valores, pode-se dimensionar esse exemplo como uma marquise armada em cruz.

Ex. 74 - Determine o valor da carga unitária média a ser acrescentada para o cálculo de marquise, considerando-se declividade feita do próprio concreto.

Tem-se como resultado:

$$L\left(\frac{a+0}{2}\right)\left(\frac{25}{L}\right) = 12,5.a \text{ kN/m}^2$$

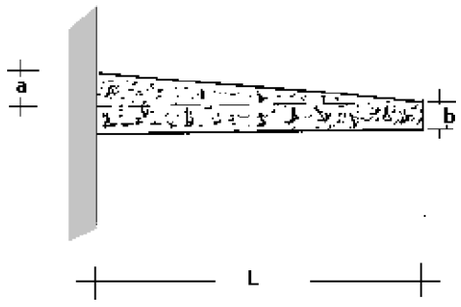


Figura 95.

Ex. 75 - Considere a marquise esquematizada na Figura 96 e dimensione a armadura.

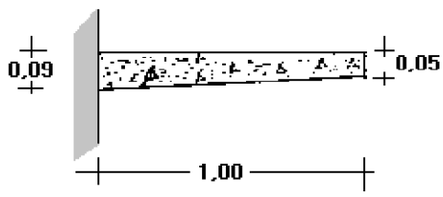


Figura 96.

- Cálculo das cargas

• peso próprio	1,75 kN/m²
• revestimento	0,25 kN/m²
• sobrecarga	0,50 kN/m²
	2,50 kN/m²

- Cálculo do momento máximo

$$-\frac{2,5 \text{ x } 1,0^2}{2} = 1,25 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Admitindo-se concreto com especificação de f_{ck} de 20 MPa e aço CA 50, obteve-se:

$$d_{mín} = 4,8\sqrt{\frac{125}{20 \text{ x } 100 \text{ x } 0,376}} = 1,96 \text{ cm}$$

Entretanto, tendo em vista o valor já preconizado no engaste, adotar-se-á $d = 7,5cm$. Logo:

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 125}{50 \text{ x } 7,5 \text{ x } 1,802} = 0,60 \text{ cm}^2$$

Ex. 76 - Utilizando-se aço CA 50 e concreto com especificação de f_{ck} 20 MPa, dimensione a armadura de combate a um momento torçor calculado para uma viga de marquise de uma edificação igual a 70 kNm, cujas dimensões previstas são de 55 cm x 95 cm, supondo que as armaduras distam 5 cm da face.

De acordo com norma, as prescrições que seguem só são aplicáveis a peças em que a tensão não seja considerada superior a 435 MPa. Recomenda-se, no entanto, $f_{yd} \leq 400$ MPa. A tensão calculada τ_{td} não poderá ultrapassar o valor último τ_{tu}, ou seja:

$$\left| \begin{array}{ll} \tau_{tu} & 0,22 \, f_{cd} \\ & 4 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

A tensão tangencial oriunda da torção será dada por:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2.A_e.h_e}$$

onde:

A_e área limitada pela linha média da parede, incluído a parte vazada;

h_e espessura da parede no ponto considerado

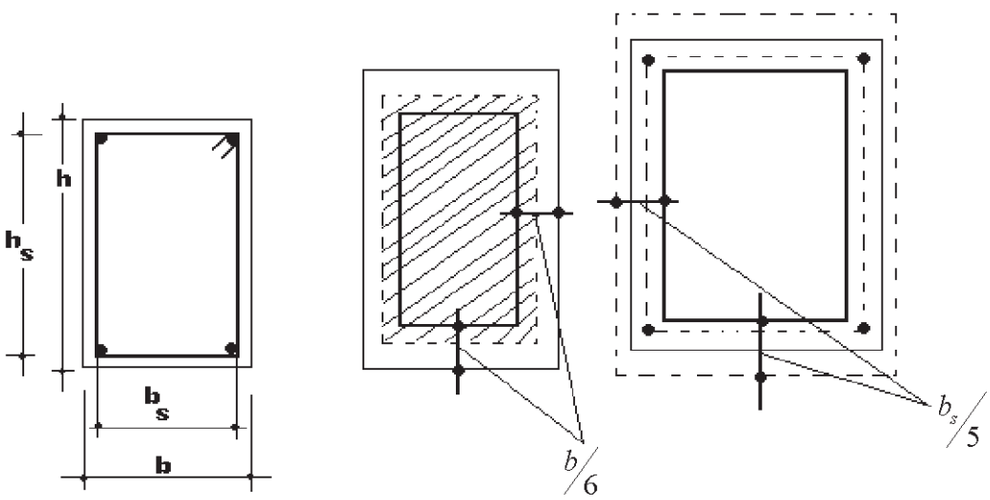
Quando o menor h_e for maior do que a espessura da parede fictícia da seção cheia de mesmo contorno externo, referida a seguir, adotar-se-á essa espessura em lugar de h_e.

As seções cheias serão calculadas como seções vazadas, como parede fictícia de espessura h_1, de acordo com as regras que seguem.

Se b e $h \geq b$ forem os dados do retângulo e b_s e h_s as distâncias entre os eixos das barras da armadura longitudinal dos cantos, medidas respectivamente nas direções paralelas aos lados b e h, a seção vazada a considerar será a seguinte:

a - se $b_s \geq 5b/6$, a espessura h_1 da parede fictícia será tomada igual a b/6 sobre todo o contorno do retângulo, considerando-se o contorno externo da parede fictícia coincidente com o contorno externo da seção;

b - se $b_s < 5b/6$, a espessura h_1 fictícia será tomada igual a $b_s/5$ sobre todo o contorno do retângulo, a linha média desta parede coincidindo com o retângulo cujos vértices são os centros das seções das barras de canto da armadura longitudinal.



$(h \geq 6)$ $\left(b_s \geq \frac{5}{6}b\right)$ $\left(b_s < 5/6\, b\right)$

Figura 97.

De acordo com o enunciado, tem-se:

$$b_s = 55 - 2x5 = 45cm$$

$$h_s = 95 - 2x5 = 85cm$$

$$\frac{5}{6}b = \frac{5}{6} \text{ x } 55 = 45,83 \text{ cm}$$

Logo, constata-se que se trata do caso:

$$b_s < \frac{5}{6} b$$

A espessura $\frac{b_s}{5} = h_1$ da seção vazada fictícia será igual a 9 cm (45/5) e área de: A_e = 45 x 85 = 3.825 cm^2.

- Cálculo da verificação do concreto

$$\tau_{td} = \frac{70}{2 \text{ x } 0{,}45 \text{ x } 0{,}85 \text{ x } 0{,}09} = 1{,}017 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tu} = 0{,}22 . f_{cd} = 0{,}22 \text{ x } \frac{20}{1{,}4} = 3{,}142 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tu} > \tau_{td}$$

- Cálculo das armaduras por metro linear

Porém com $f_{yd} \leq 400 \ MPa$, tem-se:

$$\frac{100 \text{ x } 7 \text{ x } 10^6 \text{ x } 0{,}01}{2 \text{ x } 3.825 \text{ x } 400} = 2{,}29 \text{ cm}^2$$

como seção de estribos por metro do eixo e seção de armadura longitudinal por metro do perímetro da área e, finalmente:

$$A_\ell = 2{,}29 \text{ x } 2(0{,}45 + 0{,}85) = 5{,}95 \text{ cm}^2$$

Com a ocorrência, no entanto, ainda de esforço cortante e do momento fletor, o detalhamento da armação final será a superposição de ambas, ou seja: $T_d + M_d + Q_d$.

Se ao invés de 5 cm fosse 3 cm, ter-se-ia:

$$b_s = 55 - 2 \text{ x } 3 = 49 \text{ cm}$$

$$h_s = 95 - 2 \text{ x } 3 = 89 \text{ cm}$$

$$\frac{5}{6} \text{b} = \frac{5}{6} \text{ x } 55 = 45{,}83 \text{ cm}$$

e assim, se estaria diante do caso:

$b_s > \frac{5}{6} b$ e, então, obtém-se para espessura $h_1 = \frac{b}{6} = \frac{55}{6} = 9{,}17 \text{ cm}$

ou:

$$A_e = \frac{5b}{6}\left(h - \frac{b}{6}\right)$$

$$A_e = 45{,}83 \text{ x } 85{,}83 = 3.933{,}59 \text{ cm}^2$$

- Cálculo de verificação do concreto

$$\tau_{td} = \frac{70}{2 \text{ x } 0{,}3933 \text{ x } 0{,}0917} = 0{,}970 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tu} = 0{,}22.f_{cd} = 0{,}22 \text{ x } \frac{20}{1{,}4} = 3{,}143 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tu} > \tau_{td}$$

- Cálculo das armaduras

$$\frac{100 \text{ x } 7 \text{ x } 10^6 \text{ x } 0{,}01}{2 \text{ x } 3.933{,}59 \text{ x } 400} = 2{,}22 \text{ cm}^2$$

e,

$$A_\ell = 2{,}22 \text{ x } 2(0{,}4583 + 0{,}8583) = 5{,}84 \text{ cm}^2$$

Capítulo 7

ESCADAS

As escadas são construções exclusivamente destinadas a permitir o acesso fácil entre pisos com níveis diferentes. Constituem-se de degraus e estes por sua vez são formados por planos verticais e horizontais denominados, respectivamente, de espelhos e pisos. Porém, é bom frisar que existem escadas desprovidas de espelhos, isto é, os degraus são vazados.

Fixado um certo número de degraus, normalmente, projeta-se um de maior dimensão denominado de patamar. Este serve para limitar o número de lances das escadas.

Conforme o local de implantação, as escadas dividem-se em: internas e externas. Estas, por sua vez, podem ser retas, curvas ou mistas e o estabelecimento da largura mínima deverá ser, evidentemente, função de sua utilização.

A altura dos degraus é sempre em função de sua finalidade, variando, portanto, de 15 cm a 20 cm. Entretanto, o arquiteto francês Blondell, estabeleceu a seguinte expressão:

$2xh_{espelho} + \ell_{piso} = 0,64$ em que $h_{espelho}$ é altura do espelho do degrau e ℓ_{piso} é largura do piso do degrau.

Porém, quanto à largura dos degraus, normalmente, ao ser fixada a altura do degrau e, com o emprego da expressão supracitada, facilmente obtém-se largura mais conveniente. De posse, porém da altura do espelho e da largura do piso de uma escada só restará determinar a distância em projeção horizontal entre o degrau inicial e final, além do número de seus degraus. Assim, o comprimento de um lance de escada com "n" degraus, poderá ser determinado com a utilização da expressão seguinte:

$$\text{comp.}_{\text{lance}} = (\text{n} - 1)\ell_{\text{piso}}$$

e, o número de degraus, será dado por:

$$n = \frac{H}{h_{espelho}} \qquad \text{(H desnível entre pisos)}$$

7.1 Dimensionamento

Cada escada projetada requer do calculista de estruturas um estudo apurado, pois assim como não existem regras para a escolha da estrutura de um edifício, o mesmo ocorre com escadas, ou ainda, cada uma constitui um caso isolado.

Por outro lado, muitos autores classificam as escadas, claro, depois de definida suas características construtivas a título de facilitar, ou seja, didaticamente falando, somente para efeito de dimensionamento em:

- ✓ escadas armadas transversalmente;
- ✓ escadas armadas longitudinalmente;
- ✓ escadas armadas em cruz;

✓ escadas curvas e as que se determinarem em cada caso especial.

Porém, na prática, nem sempre ocorre isoladamente esses tipos podendo, no entanto, por exemplo, ter-se uma escada com lances armados transversalmente e longitudinalmente ou vice-versa.

As cargas atuantes em uma escada são: peso próprio, pavimentação e sobrecarga.

✓ Peso próprio

Tendo em vista a Figura 98, a altura média de uma escada medida sobre a vertical vale:

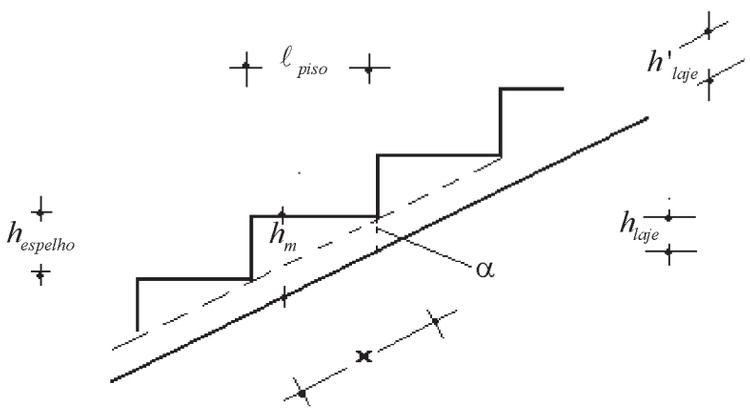


Figura 98.

$$\ell^2_{piso} + h^2_{espelho} = x^2$$

$$x = \sqrt{\ell^2_{piso} + h^2_{espelho}}$$

$$\frac{x}{h_{laje}} = \frac{\ell_{piso}}{h_{laje}}$$

$$x = \frac{h_{laje} x \ell_{piso}}{h'_{laje}}$$

$$\frac{h_{laje} x \ell_{piso}}{h'_{laje}} = \sqrt{\ell^2_{piso} + h^2_{espelho}}$$

$$h_{laje} = h'_{laje} \frac{\sqrt{\ell^2_{piso} + h^2_{espelho}}}{\ell_{piso}}$$

ou $\left(h_{laje} = \frac{h'_{laje}}{\cos\alpha} \right)$

e $h_m = h_{laje} + \frac{h_{espelho}}{2}$

Donde:

h'_{laje} altura da laje suporte medida na normal ao eixo da escada;

h_{laje} altura da laje suporte medida sobre a vertical;

$h_{espelho}$ altura do espelho do degrau

ℓ_{piso} largura do piso

Logo, o peso próprio de uma escada por metro quadrado de projeção horizontal será:

$$25xh_m$$

Assim, como exemplo, caso se tenha uma escada cujo h_m encontrado seja igual a 0,08 m, tem-se como peso próprio:

$$25 \text{ x } 0{,}08 = 2\text{k N/m}^2$$

✓ Pavimentação

De acordo com a natureza da pavimentação, esta parcela corresponderá ao que está preconizado na norma da ABNT.

Seja uma escada revestida em mármore. De acordo com a Tabela 1, o peso especifico desse material é de 28 kN/m^3. Se, no entanto, sendo considerada uma espessura de 0,02 m, encontra-se:

$$28 \text{ x } 0{,}02 = 0{,}56 \text{ kN/m}^2$$

A este resultado será acrescentada uma parcela correspondente a 1 kN/m^2, totalizando 1,56 kN/m^2. No caso, porém, da existência de um revestimento considerado leve como, por exemplo; tacos, ladrilhos cerâmicos etc., adotar-se-á somente 1kN/m^2, como já se estudou no Capítulo 3 sobre lajes.

✓ Sobrecarga

O Quadro 14 dita os valores mínimos das cargas verticais por metro quadrado de projeção horizontal de escada:

Quadro 14 - Valores mínimos das cargas verticais.

ESCADAS	**Com acesso ao Público**	**3 kN/m²**
	Sem acesso ao Público	**2,5 kN/m²**

Porém, a ABNT NBR 6120:1980 ainda prescreve: "quando uma escada for constituída por degraus isolados, estes devem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de 2,5 kN, aplicada na posição mais desfavorável". Esse carregamento não deve ser considerado na composição de carga das vigas que suportam os degraus, as quais devem ser calculadas para carga, conforme indicação no Quadro 14.

Todavia, é sempre provável em alguns tipos de escadas, a existência de parapeito (alvenaria, balaústres etc.) como elemento conclusivo, de acordo com as exigências do arquiteto.

Nesses casos, porém, o parapeito pode se apoiar diretamente sobre viga ou parede ou, quando não, sobre a própria escada. Caso isso ocorra, admite-se que o seu peso próprio se distribua uniformemente sobre a escada, exceto quando esta se constitui transversalmente num consolo.

Considere, como exemplo, um parapeito constituído de alvenaria de tijolos maciços. A carga uniformemente distribuída por metro quadrado (considerando-se apenas de um lado) de projeção horizontal de escada valerá:

- Peso total da alvenaria

$$18 \times 0{,}15 \times 0{,}80 \times 2{,}78 = 6 \text{ kN}$$

- Peso da alvenaria distribuído na escada

Admitindo –se a área da laje igual a 4,17 m², tem-se:

$$\frac{6{,}00}{4{,}17} = 1{,}44 \text{ kN/m}^2$$

7.2- Escadas armadas transversalmente

Quando uma escada se apóia sobre vigas ou paredes, de acordo como exemplifica a Figura 99, a armadura será transversal.

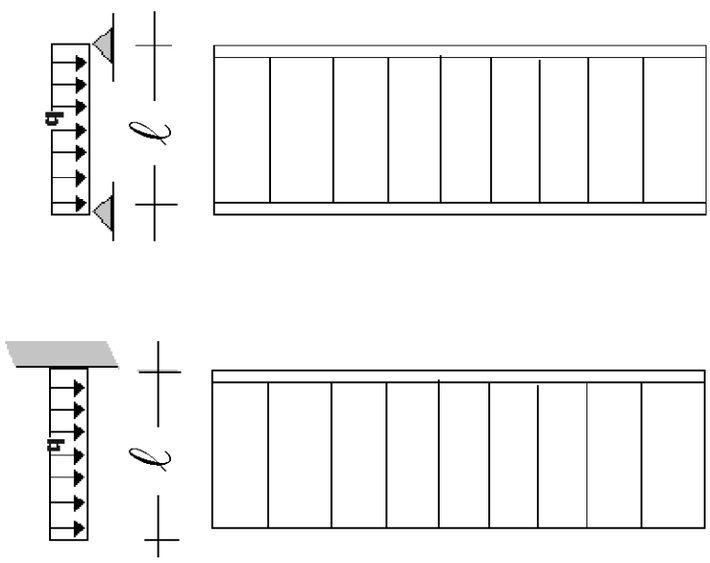


Figura 99.

Ex. 77 – Determine a escada de um prédio de apartamentos, conforme mostrada na Figura 100.

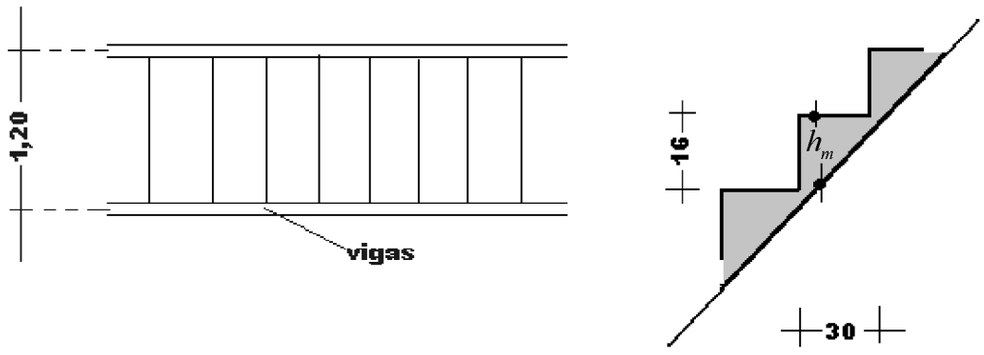


Figura 100.

- Cálculo da altura média

Da expressão $h_m = h_{laje} \frac{h_{espelho}}{2}$

e com uma espessura de, por exemplo, 5 cm encontra-se:

$$h_m = 5 + \frac{16}{2} = 13 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

✓ peso próprio (25x0,13)	3,25 kN / m²
✓ pavimentação	1,00 kN / m²
✓ sobrecarga	2,50 kN / m²
	6,75 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{6,75 \text{ x } 1,20^2}{8} = 1,21 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Admitindo-se concreto com um f_{ck} = 20 MPa e aço CA 50, encontra-se:

$$A_s = 2,79 \text{ x } 11,5 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2,306 \text{ x } 1,21}{11,5^2}} \right)$$

$$A_s = 0,34 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0,1 \text{ x } 11,5 = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 78 - Dimensione o trecho "P" da escada de um prédio público, apoiada sobre paredes laterais que liga os dois pisos, conforme Figura 101.

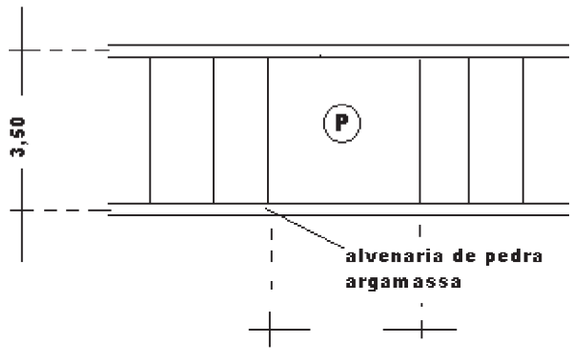


Figura 101.

- Cálculo das cargas

✓ peso próprio 25 x 0,08)	2 kN / m^2
✓ pavimentação	1 kN / m^2
✓ sobrecarga	3 kN / m^2
	6 kN / m^2

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{6 \text{ x } 3{,}5^2}{8} = 9{,}19 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Para um concreto com especificação de f_{ck} 25 MPa e aço CA-50, encontra-se:

$$A_s = 3{,}49 \text{ x } 6{,}5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1{,}845 \text{ x } 9{,}19}{6{,}5^2}}\right)$$

$$A_s = 5{,}13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0{,}1 \text{ x } 6{,}5 = 0{,}65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 79 – Dimensione a escada de uma residência, conforme Figura 102, sabendo-se que está apoiada sobre duas vigas laterais.

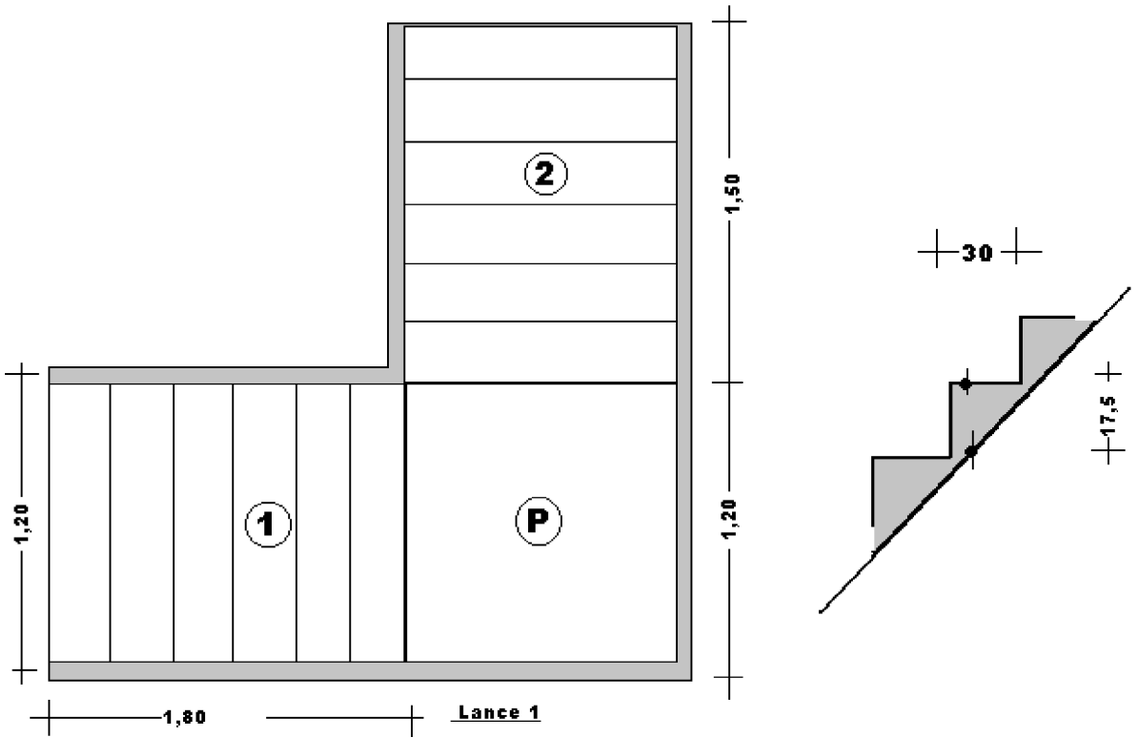


Figura 102.

• Lance 1

- Cálculo da altura média

$$h_m = h_{laje} + \frac{h_{espelho}}{2}$$

$$h_m = 5 + \frac{17,5}{2} = 13,75 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

✓	peso próprio (25 x 0,1375)	3,44 kN / m²
✓	pavimentação	1,56 kN / m²
✓	sobrecarga	2,50 kN / m²
		7,50 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{7,5 \text{ x } 1,20^2}{8} = 1,35 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Um concreto cuja especificação de f_{ck} 20 MPa e aço CA 50, tem-se:

$$A_s = 2{,}79 \text{ x } 12{,}25\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{ x } 1{,}35}{12{,}25^2}}\right)$$

$$A_s = 0{,}36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0{,}1 \text{ x } 12{,}25 = 1{,}22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• Patamar

- Cálculo das cargas

- ✓ peso próprio 2,0 kN / m²
- ✓ pavimentação 1,0 kN / m²
- ✓ sobrecarga 2,5 kN / m²

5,5 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{5{,}5 \text{ x } 1{,}20^2}{8} = 0{,}99 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_s = 2{,}79 \text{ x } 6{,}5\left(1-\sqrt{1-\frac{2{,}306 \text{ x } 0{,}99}{6{,}5^2}}\right)$$

$$A_s = 0{,}50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smín} = 0{,}1 \text{ x } 6{,}5 = 0{,}65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

• Lance 2

- Calculo das cargas

- ✓ peso próprio 3,44 kN / m²
- ✓ pavimentação 1,56 kN / m²
- ✓ sobrecarga 2,50 kN / m²

7,50 kN / m2

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{7,5 \text{ x } 1,20^2}{8} = 1,35 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_s = 2,79 \text{ x } 12,25\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2,306 \text{ x } 1,35}{12,25^2}}\right)$$

$$A_s = 0,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0,1 \text{ x } 12,25 = 1,22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 80 – Dimensione a escada da Figura 103, sabendo-se que ela é provida de um parapeito de alvenaria de blocos cerâmicos vazados.

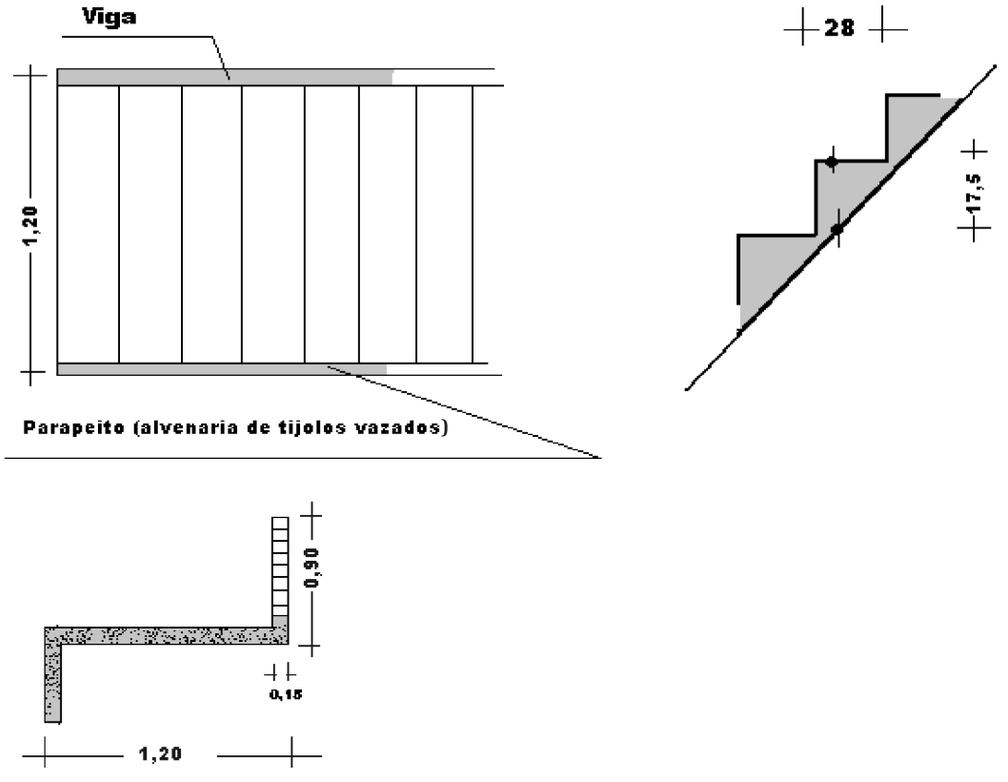


Figura 103.

- Cálculo da altura média

$$h_m = 5 + \frac{17,5}{2} = 13,75 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

- ✓ peso próprio 3,44 kN / m²
- ✓ pavimentação 1,00 kN / m²
- ✓ sobrecarga 2,50 kN / m²

6,94 kN / m²

- Cálculo do parapeito

$$0,15 \text{ x } 13 \text{ x } 0,90 = 1,75 \text{ kN/m}$$

- Cálculo do momento máximo

$$X = -\frac{6,94 \text{ x } 1,20^2}{2} - 1,75 \text{ x } 1,20$$

$$X = -7,10 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Havendo disponibilidade do aço CA 50 e admitindo-se um concreto com especificação de f_{ck} 25 MPa, tem-se:

$$A_s = 3,49 \text{ x } 12,25\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1,84 \text{ x } 7,10}{12,25^2}}\right)$$

$$A_s = 1,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{mín}} = 0,1 \text{ x } 12,25 = 1,22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 81 - Seja a escada da Figura 104, com uma extremidade livre e outra engastada na viga lateral. Dimensione a área de armadura para a viga.

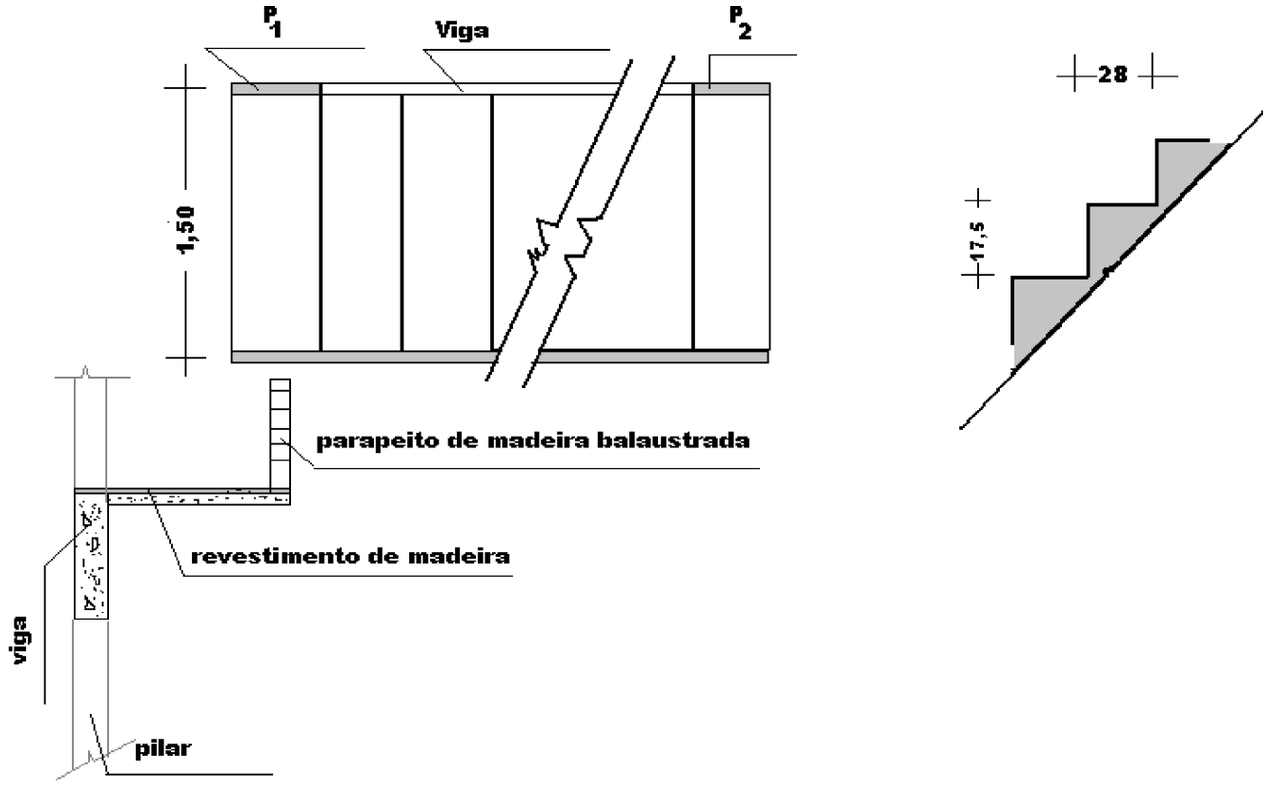


Figura 104.

- Cálculo da altura média

$$h_m = 5 + \frac{17,5}{2} = 13,75 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

- ✓ peso próprio 3,44 kN / m²
- ✓ pavimentação 1,20 kN / m²
- ✓ sobrecarga 2,50 kN / m²

7,14 kN / m²

- Cálculo do parapeito

Por ser vazado e constituído de balaústres e corrimão de madeira não é levada em consideração sua carga.

- Cálculo do momento máximo

$$X = -\frac{7,14 \text{ x } 1,50^2}{2} = -\ 8,03 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Considerando-se um concreto com especificação de f_{ck} 20 MPa e aço CA 50, tem-se:

$$A_s = 2,79 \text{ x } 12,25\left(1-\sqrt{1-\frac{2,306 \text{ x } 8,03}{12,25^2}}\right)$$

$$A_s = 2,18 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0,1 \text{ x } 12,25 = 1,22 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Cálculo da armadura da viga

• Carga por metro linear da escada sobre viga

$$7,14 \text{ x } 1,50 + 0,00 = 10,71 \text{ kN/m}$$

• Peso próprio da viga

$$0,12 \text{ x } 0,70 \text{ x } 25 = 2,10 \text{ kN/m}$$

Para esse cálculo, considerou-se uma largura para a viga de 0,15 m e altura de 0,70 m. Então, com essa hipótese, obtém-se um total de 12,81 kN/m.

• Peso próprio da parede (blocos furados)

$$2,85 \text{ x } 0,15 \text{ x } 13 = 5,56 \text{ kN/m}$$

Por outro lado, desprezando-se o engastamento nos pilares (12,81 + 5,56) 18,37 kN/m com 5,56 kN/m nos dará um momento máximo de:

$$\frac{\frac{18,37+5,56}{2} \text{ x } 5,04^2}{8} = 37,99 \text{ kNm}$$

e uma força cortante máxima igual a:

$$\frac{2 \text{ x } 12,8 + 5,56}{6} \text{ x } 5,04 = 26,17 \text{ kN}$$

e tem-se a seguinte área de ferragem para a viga em estudo:

$$A_s = 2,24 \text{ cm}^2$$

Para combater o momento de torção deve ser aplicado o mesmo roteiro para o dimensionamento de marquises.

7.3 – Escadas armadas longitudinalmente

Escadas projetadas longitudinalmente são projetadas para apoiarem-se nas extremidades quer seja em pisos, vigas ou paredes. Assim é que, de posse da Figura 105, tem-se que transformar esta e, com isso se deduz que o momento máximo será:

$$M = \frac{q\ell^2}{8}$$

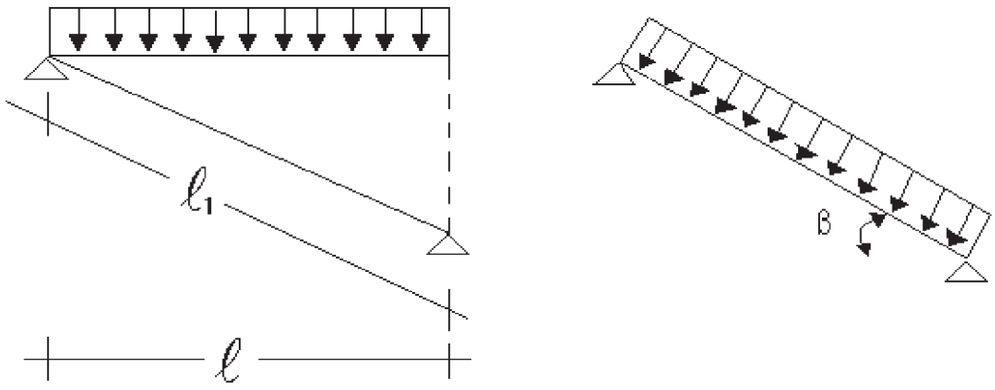


Figura 105.

Ex. 82 –Admita a Figura 106 e determine a armadura.

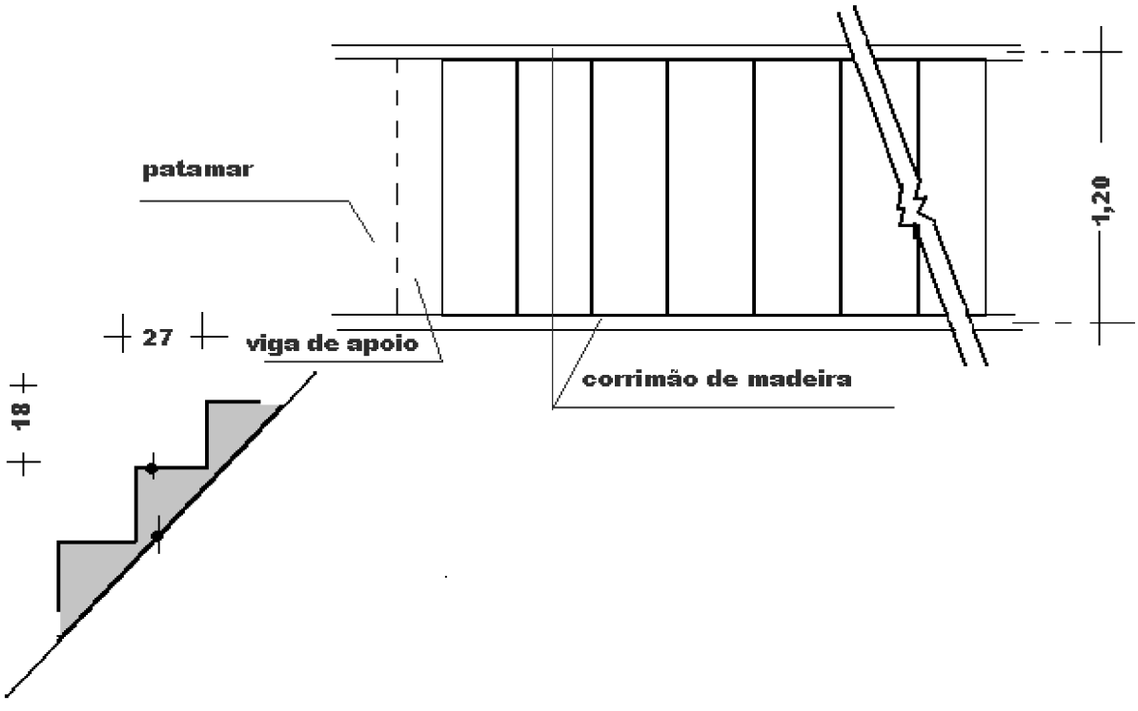


Figura 106.

- Cálculo da altura média

$$h_{laje} = h'_{laje} \frac{\sqrt{\ell^2_{piso} + h^2_{espelho}}}{\ell_{piso}}$$

Adotando-se uma espessura para $h'_{laje} = 10cm$, obtém-se:

$$h_{laje} = 10 \frac{\sqrt{27^2 + 18^2}}{27} = 12 \text{ cm}$$

$$h_m = 12 + \frac{18}{2} = 18 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

- peso próprio 4,5 kN / m²
- pavimentação 1,0 kN / m²
- sobrecarga 2,5 kN / m²

8,0 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{8{,}00 \text{ x } 4{,}10^2}{8} = 16{,}81 \text{ kNm}$$

O momento calculado pela fórmula $\frac{q\ell^2}{8}$ será sempre a favor da segurança. Contudo, na ligação da escada com os pisos, existe um pequeno engastamento que pode ser levado em consideração em cada apoio. Porém, para o cálculo da armadura necessária, em cada um desses apoios, pode-se admitir um certo porcentual em torno de 25 % da armadura necessária, assim determinada para o vão da escada. Tal armadura servirá para combate ao momento negativo, na ligação da escada com pisos.

- Cálculo da armadura necessária

Para um concreto com especificação de f_{ck} 25 MPa e aço CA 50, tem-se:

$$A_s = 3{,}49 \text{ x } 10{,}5 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1{,}845 \text{ x } 16{,}81}{10{,}5^2}} \right)$$

$$A_s = 5{,}60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0{,}1 \text{ x } 10{,}5 = 1{,}05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 83 - Calcule a escada projetada de acordo como está na Figura 107, destinada a um prédio público.

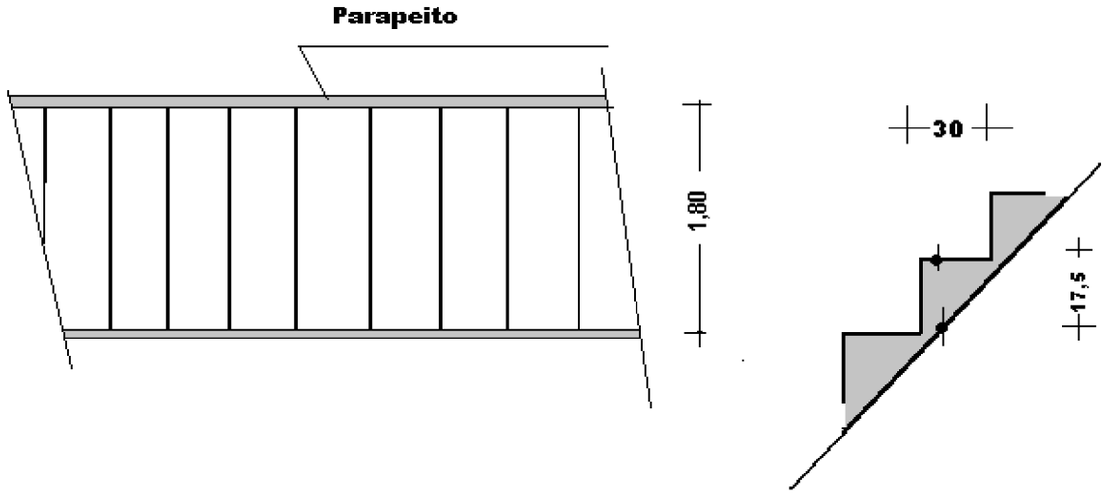


Figura 107.

- Calculo da altura média

Sendo adotada uma espessura para $h'_{laje} = 12\ cm$, tem-se:

$$h_{laje} = 12\frac{\sqrt{30^2 + 17,5^2}}{30} = 13,89\ cm$$

$$h_{laje} = 14\ \text{cm}$$

$$h_m = 14 + \frac{17,5}{2} = 22,75\ \text{cm}$$

ou melhor:

$$h_n = 23\ \text{cm}$$

- Cálculo das cargas

Peso próprio	5,75 kN / m²
Pavimentação	1,00 kN / m²
Sobrecarga	3,00 kN / m²
Corrimão $\left(\frac{2 \text{ x } 0,15 \text{ x } 13 \text{ x } 0,80}{1,80}\right)$	1,73 kN / m²
	11,48 kN / m2

Ou: $\left(\frac{2 \text{ x } 3,09 \text{ x } 0,15 \text{ x } 13 \text{ x } 0,80}{3,09 \text{ x } 1,80} = 1,73\ \text{kN/m}^2\right)$

- Cálculo do momento máximo

$$M = \frac{11,48 \text{ x } 5,15^2}{8} = 38,06 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Admitindo-se um concreto especificado com f_{ck} igual a 25 MPa e CA 50, encontra-se a seguinte armadura necessária:

$$A_s = 3,49 \text{ x } 12,5\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1,845 \text{ x } 38,06}{12,5^2}}\right)$$

$$A_s = 11,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0,1 \text{ x } 12,5 = 1,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 84 - Seja a escada da Figura 108, pertencente a um prédio de apartamentos, dimensione-a, sabendo-se que debaixo do patamar existe um depósito para guarda de materiais.

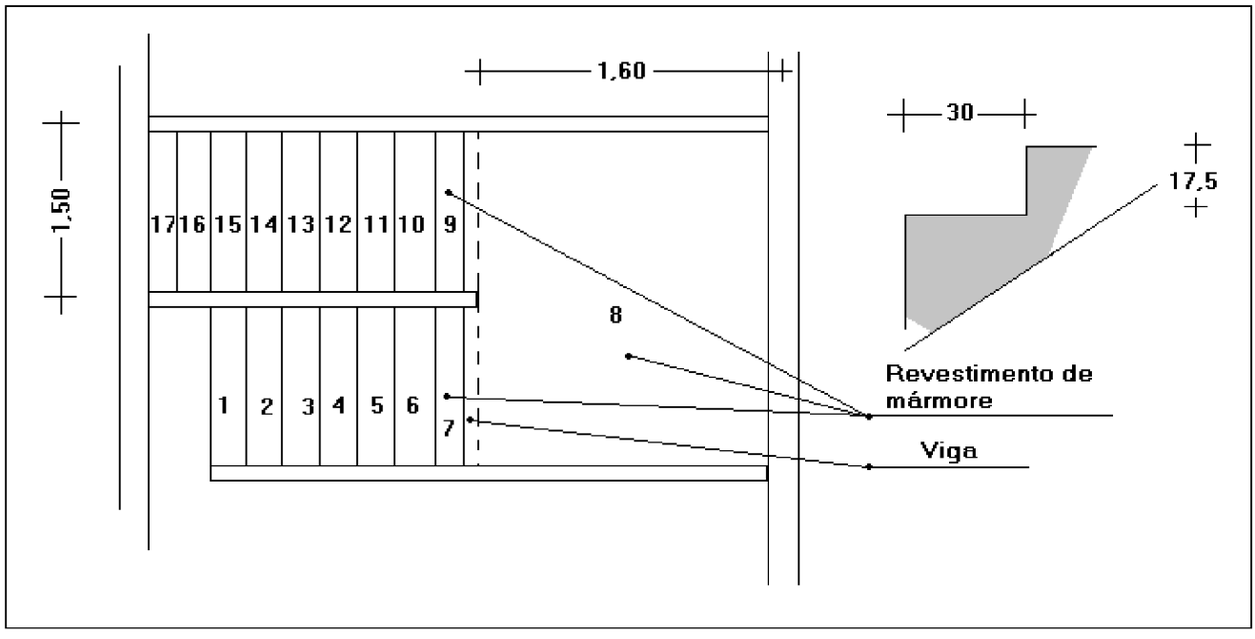


Figura 108.

Tem-se uma escada constituída de dois lances e patamar, porém, pelo próprio sistema construtivo, constata-se que para efeito de dimensionamento, se devem considerar os dois lances como armados longitudinalmente e o patamar como armado transversalmente, pois este último está apoiado sobre vigas.

- Cálculo da altura média

$$h_{laje} = 13 \frac{\sqrt{30^2 + 17,5^2}}{30} = 15 \text{ cm}$$

Tendo em vista se ter adotado uma espessura para $h'_{laje} = 13\ cm$, logo, a altura média será:

$$h_m = 15 + \frac{17,5}{2} \cong 24 \text{ cm}$$

-Lance 1

- Cálculo das cargas

• peso próprio	6,00 kN / m²
• pavimentação	1,56 kN / m²
• sobrecarga	2,50 kN / m²
• Corrimão $\left(2 \text{ x} \frac{0,15 \text{ x } 13 \text{ x } 0,80}{1,5}\right)$	2,08 kN / m²
	12,14 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{12,14 \text{ x } 2,15^2}{8} = 7,01 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Para um f_{ck} = 25 MPa e aço CA 50, temos:

$$A_s = 1,70 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = 0,1 \text{ x } 13,5 = 1,35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Patamar

- Cálculo das cargas

• peso próprio	2,00 kN / m²
• pavimentação	1,56 kN / m²
• sobrecarga	2,50 kN / m²
	6,06 kN / m²

- Cálculo momento máximo

$$\frac{6,06 \text{ x } 1,6^2}{8} = 1,94 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Sendo: concreto especificado de f_{ck} igual a 25 MPa e aço CA 50, há:

$$A_s = 0{,}98 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 0{,}65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Lance 2

- Cálculo das cargas

• peso próprio	6,00 kN / m²
• pavimentação	1,56 kN / m²
• sobrecarga	2,50 kN / m²
• corrimão	2,08 kN / m²
	12,14 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{12{,}14 \text{ x } 2{,}75^2}{8} = 11{,}48 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_s = 2{,}82 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s_{mín}} = 1{,}35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 85 - Dimensione a escada de um prédio público, conforme esquematizada na Figura 109, sabendo-se que debaixo dos lances e do patamar existem paredes de alvenaria de blocos cerâmicos que servem como elemento de vedação e divisão, pelo fato de haver utilização do espaço físico ali disponível.

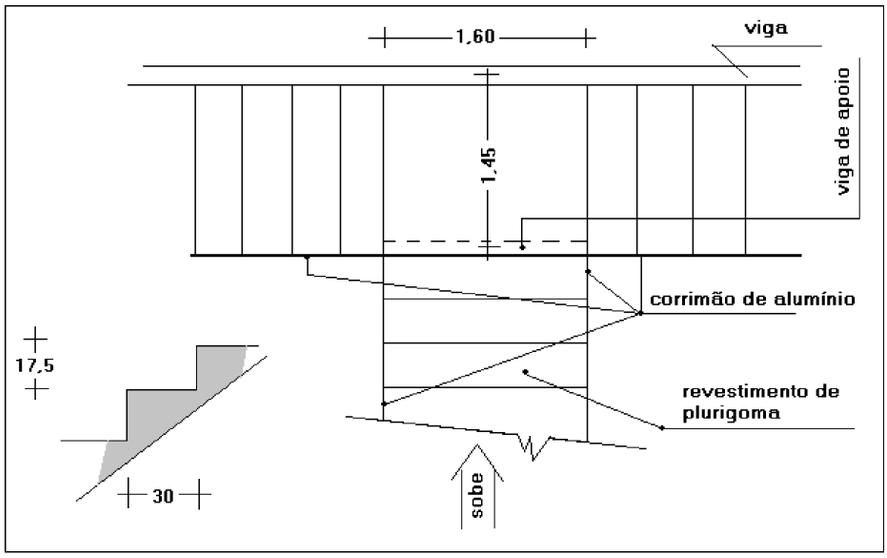


Figura 109.

- Cálculo da altura média

$$h_{laje} = 12\frac{\sqrt{30^2 + 17,5^2}}{30} \cong 14 \text{ cm}$$

$h_m = 14 + \frac{17,5}{2} = 22,75$ cm, porém adotar-se-á: $h_m = 23$ cm.

- Cálculo das cargas

-Lance 1

- peso próprio 5,75 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²
- corrimão 0,00 kN / m²

9,25 kN / m²

-Patamar

- peso próprio 2,00 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²

5,50 kN / m²

- Lance 2 = Lance 3

- peso próprio 5,75 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²
- corrimão 0,00 kN / m²

9,25 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

- Lance 1

$$\frac{9,25 \text{ x } 3,05^2}{8} = 10,76 \text{ kNm}$$

- Patamar

$$\frac{5,5 \text{ x } 1,45^2}{8} = 145 \text{ kNm}$$

- Lance 2 = Lance 3

$$\frac{9,25 \text{ x } 2,15^2}{8} = 5,34 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Para uma especificação de f_{ck} igual a 25 MPa e aço CA 50, tem-se:

- Lance 1

$$A_s = 2,87 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{mín}} = 1,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Patamar

$$A_s = 0,73 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{mín}} = 0,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Lance 2

$$A_s = 1,40 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{mín}} = 1,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

7.4 – Escadas armadas em cruz

São escadas projetadas para serem armadas nas duas direções, classificam-se como sendo as armaduras em cruz. Na Figura 110, representando uma escada armada em cruz, pode-se constatar que para ser dimensionada como tal, necessário se faz, porém, que se estabeleça apoios simples em todos os lados.

Para efeito de dimensionamento, o vão ℓ_x será sempre considerado como o menor e para o cálculo dos momentos nas duas direções utilizam-se as fórmulas de Marcus de acordo como fora estudado no capítulo de Lajes.

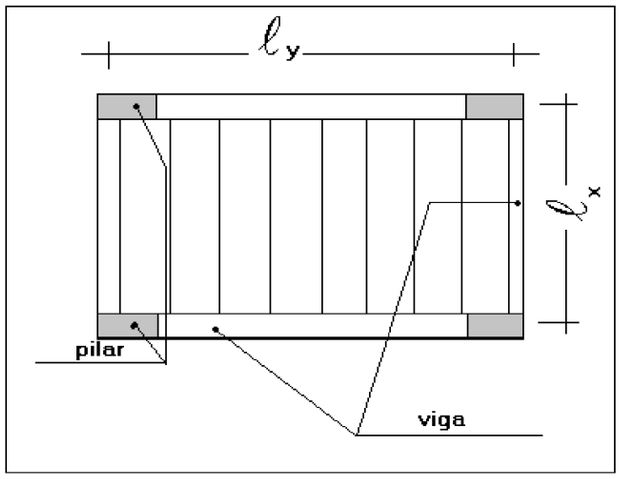


Figura 110.

Ex. 86 – Considere a escada da Figura 111 que serve de acesso ao mezanino de um atelier e dimensione-a. (Nota: revestimento de madeira corrimão e balaústres de madeira).

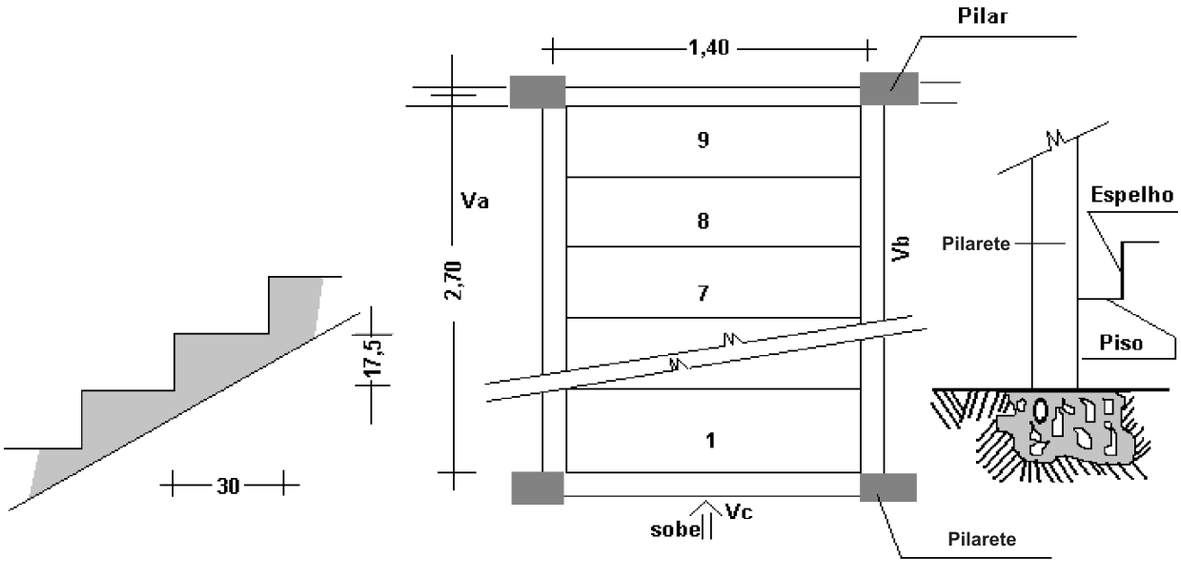


Figura 111.

- Cálculo da altura média

$$h_{laje} = 10\frac{\sqrt{30^2 + 17,5^2}}{30} \cong 12 \text{ cm}$$

$$h_m = 12 + \frac{17,5}{2} = 20,75 \cong 21 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

• peso próprio	5,25 kN / m²
• pavimentação	1,20 kN / m²
• sobrecarga	2,50 kN / m²
• corrimão	0,00 kN / m²
	8,95 kN / m²

- Cálculo da laje

Admitindo-se apoio simples em todos os lados, ter-se-á:

$$\frac{l_y}{l_x} = \frac{2,70}{1,40} = 1,93$$

Acessando-se à tabela de Marcus – Caso 1, tirou-se:

$$\text{Para } 1{,}92 \quad \begin{cases} m_x = 10{,}878 \\ m_y = 40{,}153 \\ k_x = 0{,}932 \end{cases}$$

$$\text{Para } 1{,}94 \quad \begin{cases} m_x = 10{,}806 \\ m_y = 40{,}628 \\ k_x = 0{,}934 \end{cases}$$

Porém, como 1,93 não existe na referida tabela, tem-se que interpolar, ou seja:

1,92 ← → 10,878

1,93 ← → m_x

1,94 ← → 10,806

0,02 ← → -0,072

0,01 ← → x_1 → x_1 = - 0,036

logo, m_x = 10,878 - 0,036 = 10,842

Com o mesmo procedimento para as demais incógnitas, encontra-se:

$$m_y = 40{,}390 \text{ e } k_x = 0{,}933$$

- Cálculo dos momentos e dos momentos e dos quinhões de carga.

$$M_x = \frac{8{,}95 \text{ x } 1{,}4^2}{10{,}842} = 1{,}62 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{8{,}95 \text{ x } 2{,}7^2}{40{,}390} = 1{,}61 \text{ kNm}$$

$$q_x = 0{,}933 \text{ x } 8{,}95 = 8{,}35 \text{ kN/m}^2$$

$$q_y = 8{,}95 - 8{,}35 = 0{,}60 \text{ kN/m}^2$$

- Cálculo da armadura necessária

A espessura média encontrada foi de $h_m = 21\ cm$ e a espessura $h'_{laje} = 10\ cm$. Para a direção transversal, admitindo-se um concreto cuja especificação de $f_{ck}\ seja\ igual\ a\ 20\ MPa$ e CA 50:

$$A_s = 0{,}27\ cm^2/m$$

Entretanto, como a norma exige 1,95 cm²/m, opta-se por esse último, tendo em vista ser maior. No tocante, porém, à direção longitudinal, utiliza-se também a ferragem mínima por ser maior, ou seja:

$$A_s = 0{,}1 \text{ x } 8{,}5 = 0{,}85\ cm^2/m$$

- Cálculo das vigas de apoio da escada

As vigas V_a, V_b, V_c e V_d recebem as seguintes reações provenientes da escada.

$$R_a = 0{,}5 q_x l_x = 0{,}5 \text{ x } 8{,}35 \text{ x } 1{,}40 = 5{,}84\ kN$$

$$R_b = 0{,}5 q_x l_x = 0{,}5 \text{ x } 8{,}35 \text{ x } 1{,}40 = 5{,}84\ kN$$

$$R_c = 0{,}5 q_y l_y = 0{,}5 \text{ x } 0{,}6 \text{ x } 2{,}7 = 0{,}81\ kN$$

$$R_d = 0{,}5 q_y l_y = 0{,}5 \text{ x } 0{,}6 \text{ x } 2{,}7 = 0{,}81\ kN$$

Contudo, as vigas V_a e V_b, além das calculadas retro, recebem cargas correspondentes a corrimãos só que, neste exemplo, desprezou-se face ser de madeira. No entanto, com referência à viga V_d, além de R_d recebe a carga advinda da laje de piso do mezanino e V_c recebe somente R_c, porque o piso dá acesso à escada não é provido de laje até por que, está no nível do terreno.

Neste exemplo, as vigas são em número de quatro, sendo que duas são inclinadas e duas, horizontais, em que a escada se apóia. Por isso, é válida a observação sobre a viga de apoio que dá acesso à escada. Ela é enterrada, ou seja, fica abaixo do nível do piso e o construtor, como previsão deixará a armadura de espera (arranque) para os pilaretes.

Ex. 87 - Dimensione a escada da Figura 112.

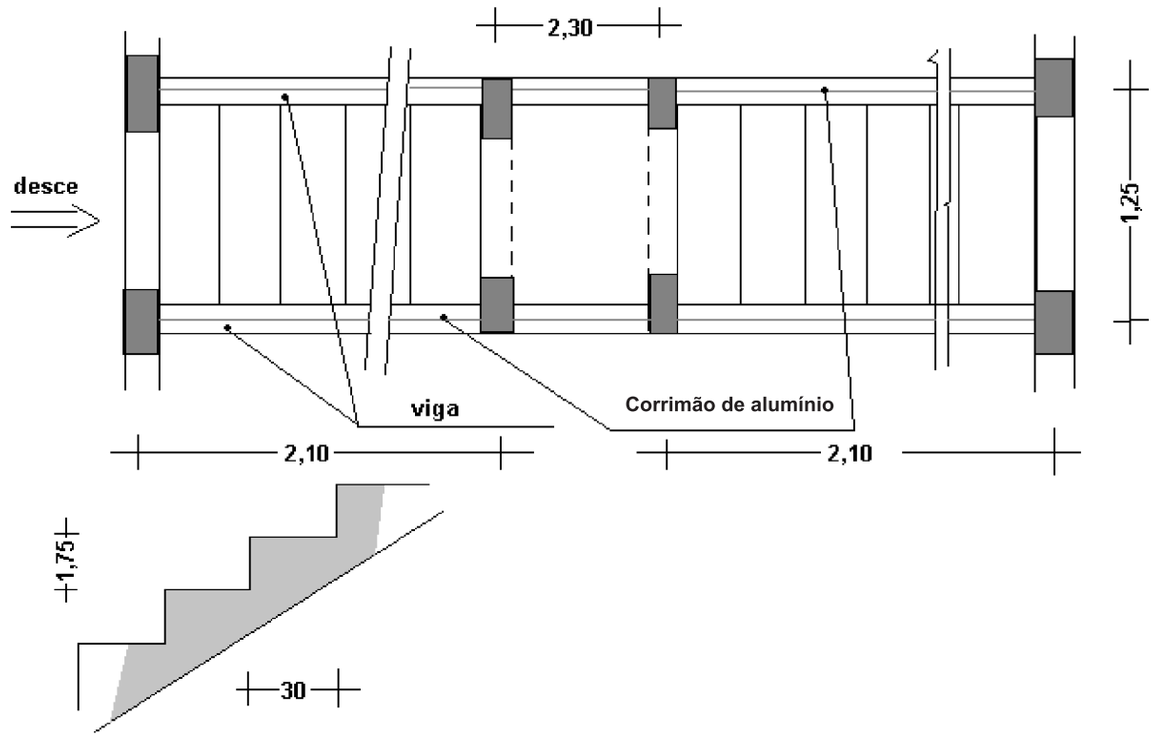


Figura 112.

- Cálculo da altura média

$$h_{laje} = 10\frac{\sqrt{30^2 + 17{,}5^2}}{30} \cong 12 \text{ cm}$$

$$h_m = 12 + \frac{17{,}5}{2} \cong 21 \text{ cm}$$

- Cálculo das cargas

- Lance 1

- peso próprio 5,25 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²

8,75 kN / m²

- Patamar

- peso próprio 2,00 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²

5,50 kN / m²

- Lance 2

- peso próprio 5,25 kN / m²
- pavimentação 1,00 kN / m²
- sobrecarga 2,50 kN / m²

8,75 kN / m²

- Cálculos das lajes

$$L_1 = L_2 \qquad \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,10}{1,25} = 1,68 \rightarrow \begin{matrix} m_x = 12,237 \\ m_y = 34,458 \\ k_x = 0,889 \end{matrix}$$

L_3 (Patamar)

$$\frac{l_y}{l_x} = \frac{2,30}{1,25} = 1,84 \rightarrow \begin{matrix} m_y = 38,057 \\ k_x = 0,920 \end{matrix}$$

- Cálculo dos momentos e dos quinhões

$L_1 = L_2$

$$M_x = \frac{8,75 \text{ x } 1,25^2}{12,237} = 1,12 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{8,75 \text{ x } 2,10^2}{34,458} = 1,12 \text{ kNm}$$

$$q_x = 0,889 \text{ x } 8,75 = 7,78 \text{ kN/m}^2$$

$$q_y = 8,75 - 7,78 = 0,97 \text{ kN/m}^2$$

L_3 (Patamar)

$$M_x = \frac{5,50 \text{ x } 1,25^2}{11,239} = 0,76 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{5,50 \text{ x } 2,30^2}{38,057} = 0,76 \text{ kNm}$$

$$q_x = 0,920 \text{ x } 5,500 = 5,06 \text{ kN/m}^2$$

$$q_y = 5,50 - 5,06 = 0,44 \text{ kN/m}^2$$

- Cálculo da armadura necessária

Admitindo-se o concreto especificado apresentando f_{ck} 25 MPa e CA 50, tem-se:

$$L_1 = L_2$$

$$A_{s_{transv.}} = 0{,}18\ cm^2/m \Longrightarrow A_{s_{mín.}} = 1{,}95\ cm^2/m$$

$$A_{s_{longit.}} = 0{,}43\ cm^2 m \Longrightarrow A_{s_{mín}} = 0{,}85 cm^2/m$$

L_3 **(Patamar)**

$$A_{s_{transv.}} = 0{,}39\ cm^2/m \Longrightarrow A_{s_{mín}} = 0{,}65\ cm^2/m$$

$$A_{s_{longit.}} = 0{,}38\ cm^2/m \Longrightarrow A_{s_{mín}} = 0{,}65\ cm^2/m$$

- Cálculo das vigas de apoio da escada

Segue-se o mesmo roteiro, conforme explicação feita no exercício anterior.

7.5- Escadas especiais

São escadas projetadas que diferem daquelas que tradicionalmente costuma-se executar corriqueiramente nas edificações.

Como exemplo, podem-se citar as escadas com espelho vazado, escadas em hélice, escadas com degraus apoiados sobre viga central e em balanço nas extremidades etc.

Ex. 88 - Seja a escada com espelho vazado apresentada na Figura 113, determine a armadura necessária.

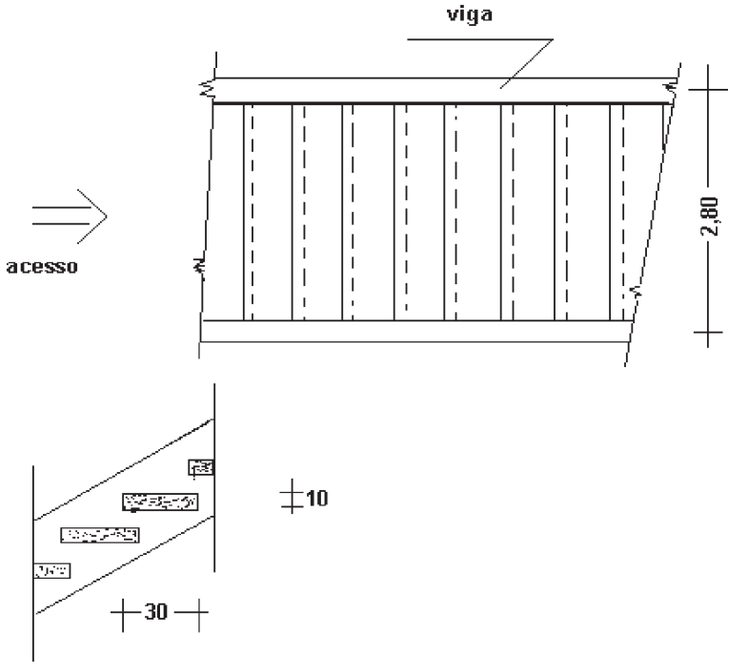


Figura 113.

- Cálculo das cargas

• peso próprio	2,5 kN / m²
• pavimentação	1,0 kN / m²
• sobrecarga	2,5 kN / m²
	6,0 kN / m²

Este valor corresponde à carga atuante em cada degrau.

- Cálculo do momento máximo

$$M = \frac{2,5 \text{ x } 1,4 \text{ x } 1,4}{2,8} + \frac{6,0 \text{ x } 1,4 \text{ x } 1,4}{2}$$

$$M = 7,63 \text{ kNm}$$

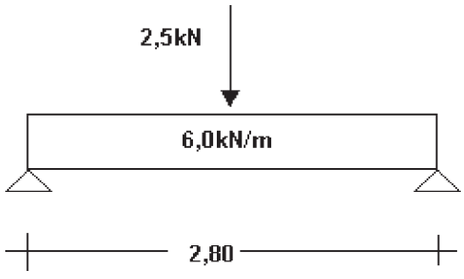


Figura 114.

Este momento calculado de 7,63 kNm servirá para o cálculo da armadura necessária dos degraus isolados da escada em estudo.

Por outro lado, a carga concentrada de 2,5 kN não pode ser considerada na composição das cargas das vigas que suportam os degraus. Face a tal observação, tem-se um novo esquema representado pela Figura 115, que facilitará em muito o cálculo das reações, ou seja:

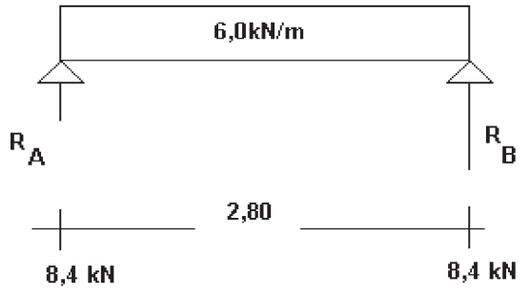


Figura 115.

- Cálculo da armadura necessária

Sabendo-se que o aço disponível é o CA 50 e com um concreto especificado de f_{ck} de 20 MPa, tem-se:

• Cálculo do valor de k

$$k = \frac{23,06 \text{ x } 763}{20 \text{ x } 30 \text{ x } 7^2} = 0,598 (k > k_{lim})$$

• Cálculo do momento limite

$$\frac{20 \text{ x } 30 \text{ x } 7^2 \text{ x } 0,376}{23,06} = 479,37 \text{ kNm}$$

• Cálculo da diferença de momentos

$$763,00 - 479,37 = 283,63 \text{ kNcm}$$

• Cálculo da armadura de tração

$$A_s = A_{s_1} + A_{s_2}$$

$$A_s = \frac{3,22 \text{ x } 479,37}{50 \text{ x } 7 \text{ x } 1,443} + \frac{1,61 \text{ x } 283,63}{50 \text{ x } 4}$$

$$A_s = 5,34 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura de compressão

$$A'_s = \frac{1,4 \text{ x } 283,63}{40 \text{ x } 4} = 2,48 \text{ cm}^2$$

Ex. 89 – Dentro do espelho de água projetado para um Shopping Center, fora prevista uma escada para acesso ao primeiro andar, conforme mostra a Figura 116. Dimensione a armadura.

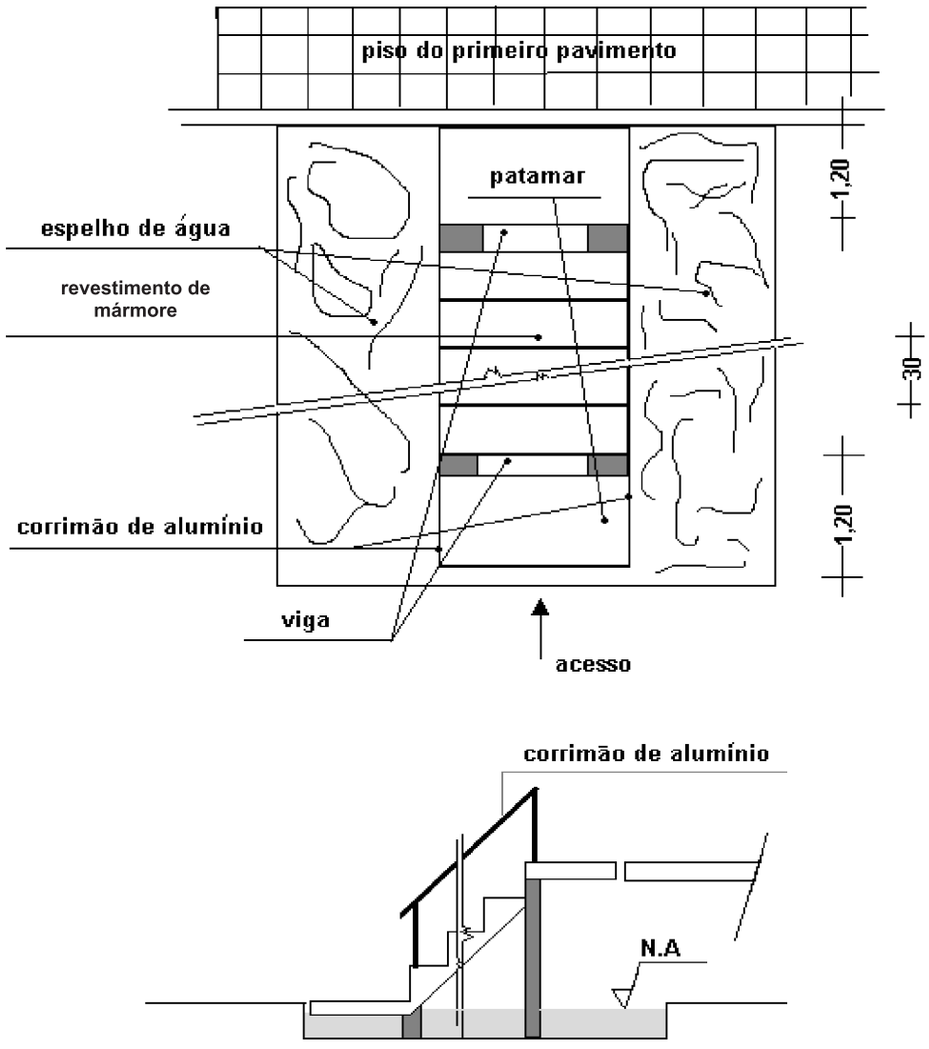


Figura 116.

- Cálculo da altura média

Adotando-se uma espessura para $h'_{laje} = 12\ cm$, tem-se para:

$$h_{laje} = 12\frac{\sqrt{30^2 + 17{,}5^2}}{30} \cong 14\ \text{cm}$$

e então:

$$h_m = 14 + \frac{17{,}5}{2} \cong 23\ \text{cm}$$

- Cálculo das cargas

- Patamar

- peso próprio 2,00 kN / m²
- pavimentação 1,56 kN / m²
- sobrecarga 3,00 kN / m²

6,56 kN / m²

- Lance

- peso próprio 2,00 kN / m²
- pavimentação 1,56 kN / m²
- sobrecarga 3,00 kN / m²

10,31 kN / m²

- Patamar

- peso próprio 2,00 kN / m²
- pavimentação 1,56 kN / m²
- sobrecarga 3,00 kN / m²

6,56 kN / m²

- Cálculo do momento fletor máximo

- Patamar 1

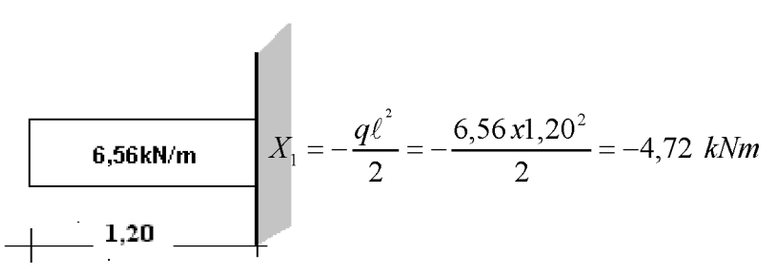


Figura 117.

- Lance

$$M = \frac{10,31 \text{ x } 2,75^2}{8} = 9,75 \text{ kNm}$$

- Patamar 2

$$X_2 = -\frac{6,56 \text{ x } 1,20^2}{2} = -4,72\ kNm$$

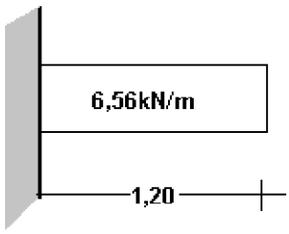


Figura 118.

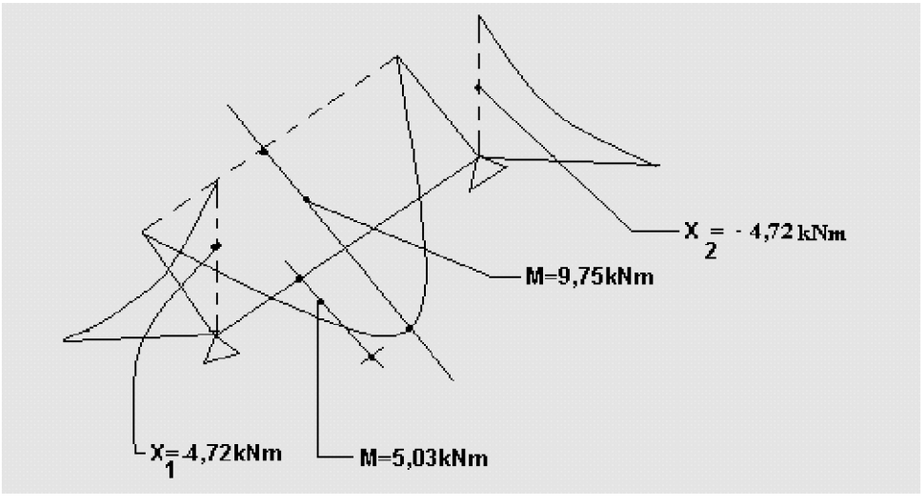


Figura 119.

- Cálculo da armadura necessária

Admitindo-se a disponibilidade na obra do aço CA 50, para um concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa, tem-se:

- Patamar 1 $A_S = 1{,}24\ cm^2 / m$

- Lance $A_S = 1{,}48\ cm^2 / m$

- Patamar 2 $A_S = 1{,}24\ cm^2 / m$

Ex. 90 - Dimensione a escada projetada para vencer os desníveis existentes em uma habitação.

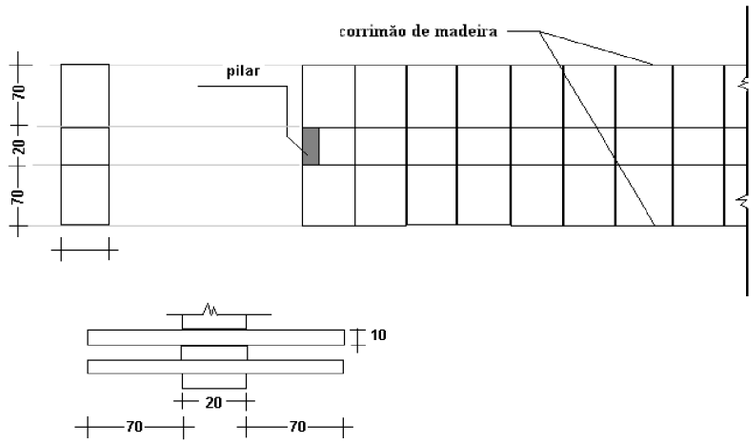


Figura 120.

- Cálculo das cargas

• peso próprio	2,0 kN / m²
• pavimentação	1,0 kN / m²
• sobrecarga	2,5 kN / m²
	5,5 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$X = -\frac{5{,}5 \text{ x } 0{,}70^2}{2} - 2{,}5 \text{ x } 0{,}70$$

$$X = -3{,}10 \text{ kNm}$$

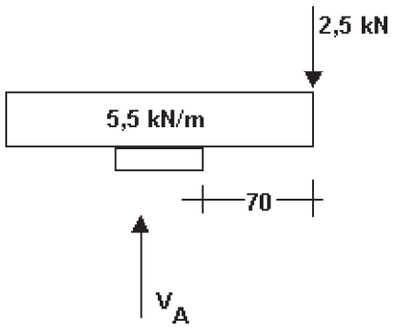


Figura 121.

- Cálculo da armadura necessária

Fazendo-se uso de um concreto com especificação de f_{ck} igual a 20 MPa e aço CA 50, encontrou-se:

$$A_s = 1{,}20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 91 - Dimensione a escada representada na Figura 122.

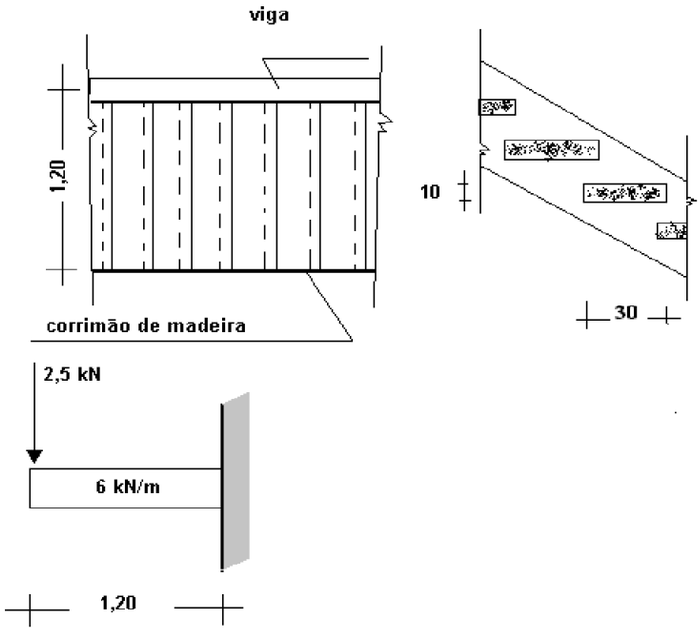


Figura 122.

- Cálculo das cargas

• peso próprio	2,5 kN / m²
• pavimentação	1,0 kN / m²
• sobrecarga	2,5 kN / m²
	6,0 kN / m²

- Cálculo do momento máximo

$$X = -2,5 \text{ x } 1,2 - \frac{6,0 \text{ x } 1,2^2}{2}$$

$$X = -7,32 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

Adotando-se concreto com especificação de f_{ck} de 20 MPa e aço CA 50, tem-se:

$$A_s = 2,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ex. 92 - Esboce as armaduras normalmente utilizadas no detalhamento de uma escada, de acordo com a mostrada na Figura 123, pertencente a uma edificação residencial.

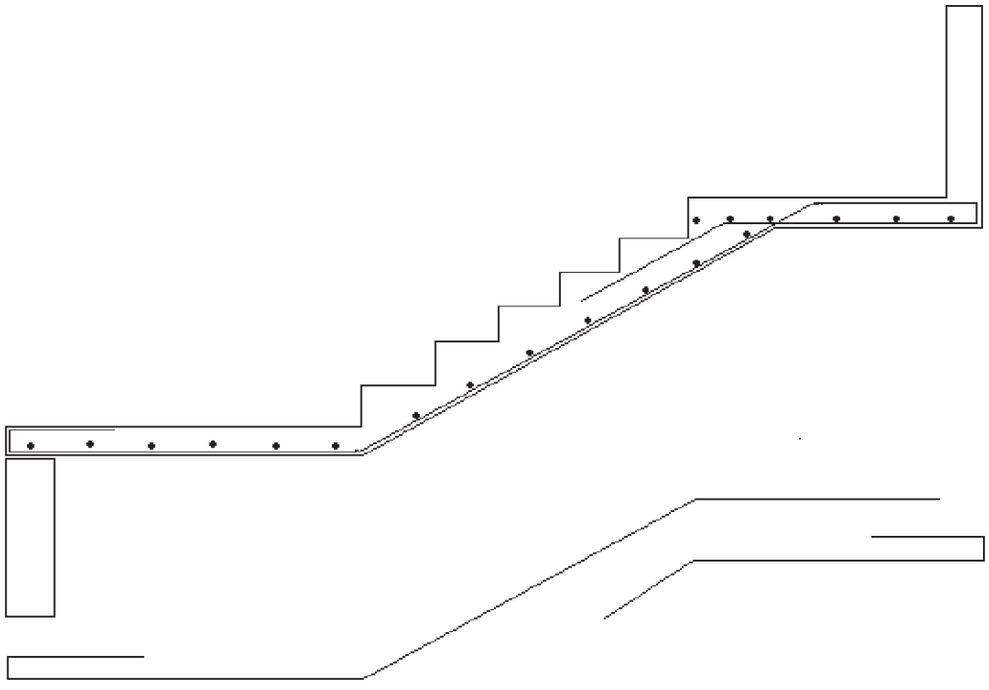


Figura 123.

Capítulo 8

RESERVATÓRIOS

Chama-se reservatório o elemento apropriado para guardar as cousas. No caso, porém, de uma instalação predial de água fria, são utilizados para a reservação de água potável para atender ao consumo dos habitantes que residem ou que tenham atividades no prédio.

Quanto à posição que ocupam no prédio, podem ser:

1- inferiores;

2- intermediários;

3- superiores.

Inferiores – São os intercalados entre o alimentador predial e a instalação elevatória.

Intermediários – São os posicionados após a instalação elevatória e ficam entre esta e a cobertura do prédio.

Superiores – São os reservatórios construídos acima da cobertura. São ligados ao alimentador predial ou à tubulação de recalque, e destinados a alimentar os pontos de consumo que ficam abaixo do seu nível por gravidade.

A capacidade total dos reservatórios prediais deve ser, no mínimo, igual ao consumo diário do prédio.

O consumo diário de água de um prédio depende do tipo de atividade (edifício de apartamentos, escritórios etc.), do tipo de consumo; da população, das estimativas de consumo (exemplos: escritórios por ocupante efetivo 50 L/d; apartamentos 200 L/d; residências 150 L/d; rega de jardins 1,5 L/m^2; usina de leite 5 L/litros de leite etc.).

Tendo em vista esses fatores, o consumo diário de um prédio é obtido quando se multiplica a população do prédio pelo respectivo consumo unitário.

Fixados a capacidade do reservatório, o tipo e a forma, é possível se estudar dimensões que o tornem de mínimo custo, principalmente, para os reservatórios de concreto armado.

Assim, por exemplo, um reservatório de forma retangular em planta terá o menor comprimento de paredes se as suas dimensões estiverem na relação:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

$$x = 0,75y$$

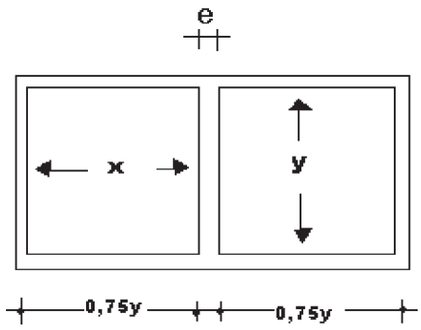


Figura 124.

$$(x+e+x)yh - yhe = V$$
$$(0,75y+0,75)yh - yhe = V$$
$$(1,5y+e)yh - yhe = V$$
$$1,5y^2h + eyh - eyh = V$$
$$1,5y^2h = V$$

Donde, conclui-se que:

$$y = \sqrt{\frac{V}{1,5.h}}$$

e,

$$x = 0,75\sqrt{\frac{V}{1,5.h}}$$

Já no caso do reservatório, cuja seção horizontal for circular, será mais econômico quando:

D = 2H

H – Altura propriamente dita do reservatório;

D – Diâmetro.

Por outro lado, o custo dos reservatórios pode depender da forma do reservatório, tipo da estrutura adotada etc.

Ex. 93 – Um prédio de 5 andares tem por andar 4 apartamentos, sendo cada um com 3 quartos sociais e um de empregada, além da zeladoria consumindo 500 litros diários. Determine a capacidade e dimensões internas do reservatório superior, admitindo-se uma reserva para dois dias de consumo diário.

- Cálculo do número de habitantes

  • Por apartamento

3 quartos sociais x 2 pessoas/quarto social + quarto de empregada x 1 pessoa/quarto= 7 pessoas por apartamento.

- Por pavimento

  4 apartamentos x 7 pessoas/apartamento = 28 pessoas

- Do prédio

  28 pessoas/pavimento x 5 pavimento = 140 pessoas

- Cálculo do consumo diário do prédio

140 pessoas x 200 litros/pessoas =	28. 000 L
zeladoria	500 L
140 pessoas	28.500 L

- Cálculo da capacidade do reservatório inferior

  - para um dia

    3/5 x 28.500 = 17.100 L

  - para dois dias

    17.100 + 28.500 = 45.600 L

Porém considerando-se reserva para incêndio, tem-se que acrescentar (15 % a 20 %) de 17.100 = 3.420 L, no caso de 20 %. Logo: 45.600 + 3.420 = 49.020 L = 49,020 m^3.

- Cálculo das dimensões internas

Se, por exemplo, atribuímos uma altura para a lâmina de água igual a 2 m, tem-se:

$$y = \sqrt{\frac{49{,}020}{1{,}5 \text{ x } 2{,}0}} = 4{,}042 \text{ m}$$

e

$$x = 0{,}75 \text{ x } 4{,}042 = 3{,}032 \text{ m}$$

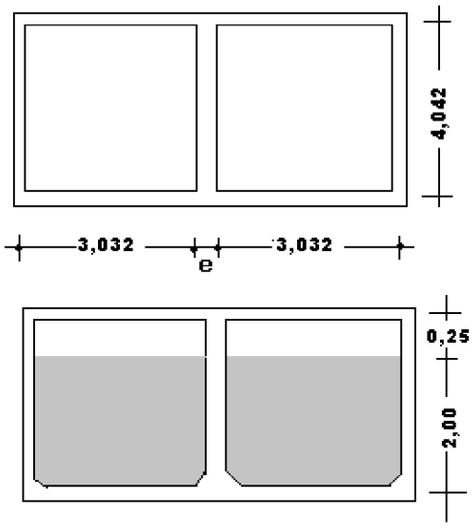


Figura 125.

Ex. 94 – Um reservatório superior tem capacidade para 4 m^3 de água. Determine o peso próprio da estrutura de concreto armado.

- Cálculo das dimensões internas

A carga acidental é de 40 kN. E, como não há necessidade de ser dividido em dois compartimentos pelo fato de não ultrapassar 4.000 L, embora não seja exigência da norma tal divisão, suas dimensões serão:

$$2\ m \times 2\ m \times 1\ m$$

- Cálculo de peso próprio

• Laterais

$$8{,}32 \times 1{,}20 \times 0{,}08 \times 25 = 19{,}97\ kN$$

• Laje de fundo

$$2{,}16 \times 2{,}16 \times 0{,}08 \times 25 = 9{,}33\ kN$$

• Laje superior

$$2{,}16 \times 2{,}16 \times 5{,}5 - 0{,}6 \times 0{,}6 \times 5{,}5 = 23{,}68\ kN$$

• Cordão (escotilha) e tampa de ferro fundido desprezível

• Total

$$58{,}98\ kN$$

Nota:	Sobrecarga	3,00 kN / m^2
	Revestimento	0,50 kN / m^2
	Peso próprio	2,00 kN / m^2
	Total	5,50 kN / m^2

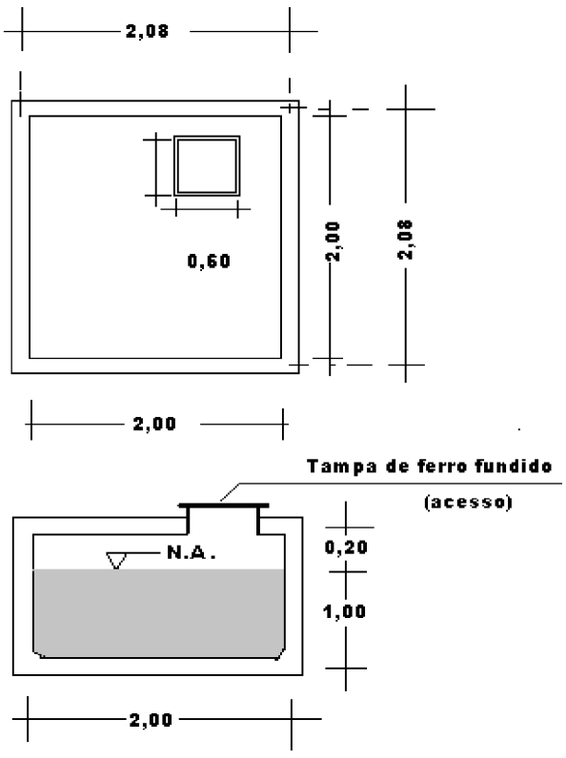


Figura 126.

Ex. 95 – O peso próprio da estrutura de concreto armado de um reservatório é de 50 kN e a altura útil da lâmina de água é de 2,10 m. Determine o peso total desse reservatório, sabendo-se que área do fundo é de 3,78 m^2.

- Cálculo do peso da estrutura

$$50 \text{ kN}$$

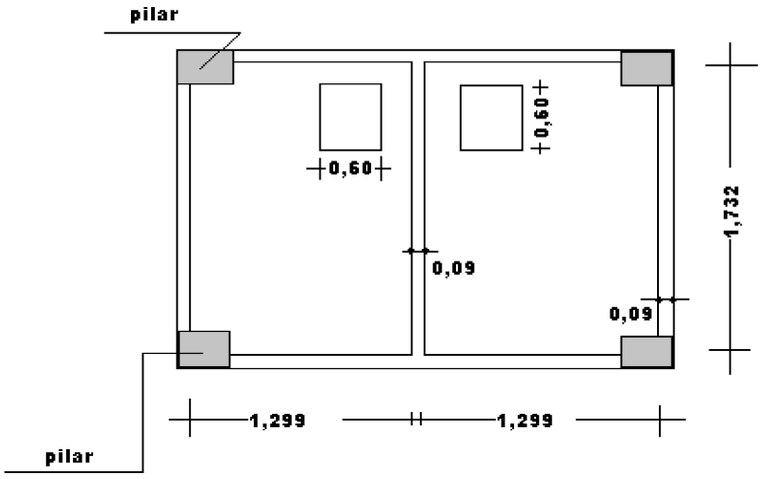
- Cálculo do peso de água

$$\frac{21}{3,78} = 5,55 \text{ kN}$$

- Cálculo do peso total

$$50,00 + 5,55 = 55,55 \text{ kN}$$

Ex. 96 – Para efeito de dimensionamento dos quatro pilares do reservatório superior contendo 4.500 L de água para consumo predial, conforme Figura 127. Determine a carga atuante em cada um.



NOTA:
- espessura da tampa 0,09 m
- espessura do fundo 0,12 m
- altura da lâmina de água 1,00 m
- altura do reservatório 1,20 m

Figura 127.

- Cálculo das dimensões do reservatório

$$y = \sqrt{\frac{4,5}{1,5 \text{ x } 1,0}} = 1,732 \text{ m}$$

$$x = 0,75y = 0,75 \text{ x } 1,732 = 1,299 \text{ m}$$

- Cálculo das cargas

Peso próprio da estrutura

• Laterais

$$1,2 \text{ x } 10,797 \text{ x } 0,09 \text{ x } 25 = 29,15 \text{ kN}$$

• Laje de fundo

$$5,48 \text{ x } 0,12 \text{ x } 25 = 16,44 \text{ kN}$$

• Laje superior

$$5,48 \text{ x } 5,5 - 0,6 \text{ x } 0,6 \text{ x } 5,5 \text{ x } 2$$
$$= 30,14 - 3,96$$
$$= 26,18 \text{ kN}$$

• Escotilha

$$0,00$$

• Total

$$71{,}77 \text{ kN}$$

• Peso Próprio da água

$$45 \text{ kN}$$

• Peso da carga total

$$71{,}77 + 45{,}00 = 116{,}77 \text{ kN}$$

• Carga por pilar

$$\frac{116{,}77}{4} = 29{,}19 \text{ kN}$$

Observar que: a) $2,733x2 + 3x1,777 = 10,797$ m

b) Para efeito de dimensionamento, cada pilar deverá ser adicionado a esta carga o seu peso próprio.

Ex. 97 – Seja o reservatório inferior, conforme mostra a Figura 128, determine a tensão no terreno.

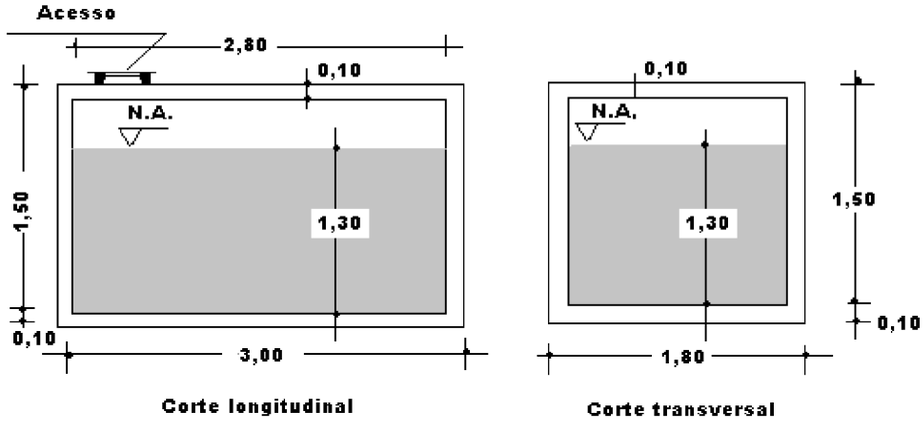


Figura 128.

- Cálculo das cargas

Tampa

• sobrecarga	3,0 kN / m²
• revestimento	1,0 kN / m²
• peso próprio (0,10 x 25)	2,5 kN / m²
	6,5 kN / m²

Paredes

$$\frac{(3{,}00 + 3{,}00 + 1{,}60 + 1{,}60)\ 1{,}50 \text{ x } 0{,}10 \text{ x } 25}{3{,}00 \text{ x } 1{,}80}$$

$$= 6{,}39 \text{ kN/m}^2$$

Fundo

Tem-se através de duas parcelas já calculadas retro, ou seja:

$$6{,}50 + 6{,}39 = 12{,}89 \text{ kN/m}^2$$

- Cálculo da tensão no terreno

A essa parcela se acrescenta o peso do fundo (0,10 x 25) e o peso de água:

$$12{,}89 + 2{,}50 + 13{,}00 = 28{,}39 \text{ kN/m}^2$$

Nota: $\dfrac{1.000 \text{ x } 1{,}30}{100} = 13{,}00 \text{ kN/m}^2$

Ex. 98 – Qual a carga a ser considerada para efeito de dimensionamento de uma laje quando sobre esta existe um reservatório com capacidade de 1.000 L de água?

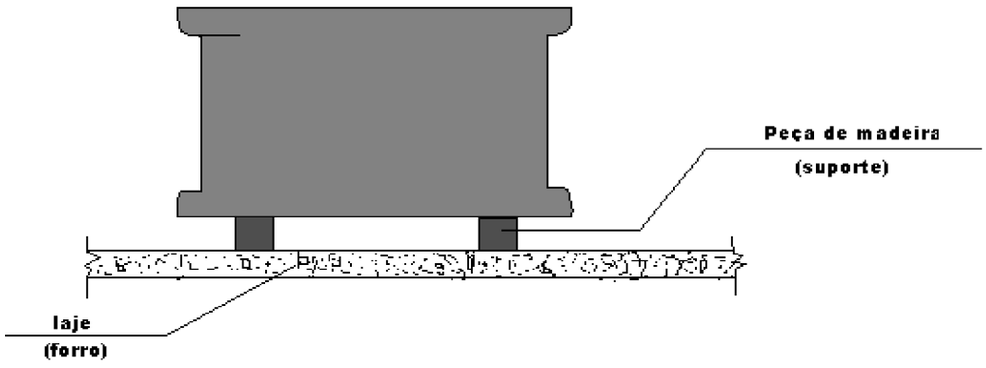


Figura 129.

O material do reservatório é fibrocimento. Então, conclui-se, considerando os catálogos dos fabricantes, que o peso total é de 1,97 kN. A esse valor acrescenta-se, ainda, o da carga acidental (água). Como esta é de 10 kN, tendo em vista a altura útil da lâmina de água, encontra-se:

$$1{,}97 + 10{,}00 = 11{,}97 \text{ kN}$$

Assim, de posse das medidas em planta da laje em questão, divide-se 11,97 kN pela sua área, para então se saber qual a carga por metro quadrado a ser adicionada ao seu peso próprio, sobrecarga e revestimento. Nota: desprezou-se o peso das peças de madeira do reservatório.

Ex. 99 - Um reservatório superior de forma cilíndrica atende o consumo predial de cinco lojas de um prédio comercial com capacidade de 18,31 L. Determine a armadura necessária.

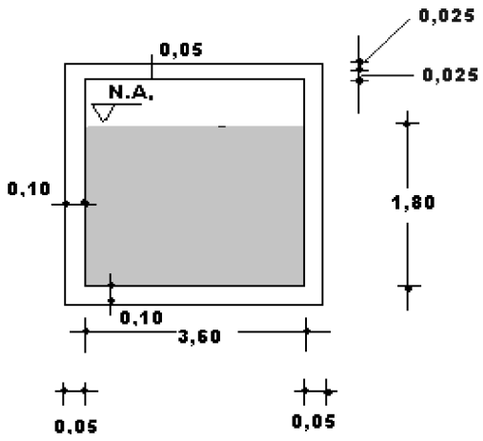


Figura 130.

- Cálculo das dimensões

$$\frac{\pi . D^2}{4} \text{ x } H = 18,31$$

Admitindo-se a relação D = 2H, tem-se:

$$\frac{\pi (2H)^2}{4} \text{ x } H = 18,31$$

$$H^3 = 18,31 / \pi \rightarrow H = 1,80 \text{ m}$$

$$D = 2 \text{ x } 1,80 = 3,60 \text{ m}$$

- Cálculo das forças tangenciais de tração

Dividindo-se a parede em faixas transversais de 1m de altura, atuarão nos baricentros dessas faixas esforços de tração correspondentes a:

$$F_1 = 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 3,7 = 9,25 \text{ kN}$$

$$F_2 = 3 \text{ x } 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 3,7 = 27,75 \text{ kN}$$

- Cálculo da armadura necessária

Para efeito de dimensionamento, tem-se que levar em consideração a faixa mais solicitada, ou seja, F_2 = 27,75 kN .

A armadura a ser utilizada nessa faixa será, utilizando-se CA 50:

$$\frac{27,75}{25} = 1,11 \text{ cm}^2$$

Enquanto, a armadura, para a outra faixa, será:

$$\frac{1}{3} \text{x } 1,11 = 0,37 \text{ cm}^2$$

Adota-se, no entanto, a armadura mínima igual 0,85 cm^2 (h=10 cm).

Entretanto, não esquecer de que há necessidade da existência de armadura de distribuição verticalmente.

Ex. 100 – Considere um reservatório superior com altura 4,40 m e diâmetro 1,92 m implantado em uma pequena indústria. Determine a armadura a ser utilizada na faixa mais solicitada, bem como a espessura mínima da parede.

- Cálculo das forças tangenciais de tração

Da mesma maneira como fora feita para o exercício anterior, divide-se em faixas transversais de 1 m de altura, a fim de se obter nos baricentros dessas faixas, esforços de tração correspondentes a:

$$F_1 = 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 2 = 5 \text{ kN}$$
$$F_2 = 3 \text{ x } 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 2 = 15 \text{ kN}$$
$$F_3 = 5 \text{ x } 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 2 = 25 \text{ kN}$$
$$F_4 = 7 \text{ x } 5 \text{ x } 0,5 \text{ x } 2 = 35 \text{ kN}$$

- Cálculo da armadura necessária

Como a faixa $F_4 = 35\ kN$ é a que requer maior esforço trativo tangencial e, portanto, é a faixa mais solicitada.

O dimensionamento será feito como a seguir, tendo em vista se conhecer o esforço trativo tangencial que é de 35 kN. Então, para a faixa mais solicitada, a armadura será, considerando-se CA 50.

$$\text{A}_\text{s} = \frac{35}{25} = 1,4 \text{ cm}^2$$

e

$$\text{S}_\text{c} = \frac{35}{0,14} + 46 \text{ x } 1,4$$

$$= 250,00 + 64,4 = 314,4 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da espessura mínima da parede

A espessura da parede mínima será:

$\frac{314,4}{100} = 3,14$ isto é, $\cong 4\ cm$, porém se utilizará 8 cm.

Essa espessura, no entanto, de uma maneira geral deverá ser uniforme, isto é, até a borda superior do reservatório. Mas, não há nenhum impedimento, caso haja opção pela manutenção não constante dessa espessura. Pode-se, ainda, usar armadura de distribuição constituída de barras em toda a periferia do reservatório.

Porém, a título de esclarecimento, caso se queira saber a armadura para as demais faixas, basta fazer o seguinte;

Para a:

1.ª faixa $\frac{1}{7}$ x 1,4 = 0,2 cm^2

Mas, será adotado: 0,65 cm^2

2.ª faixa $\frac{3}{7}$ x 1,4 = 0,6 cm^2

Adota-se: 0,65 cm^2

3.ª faixa $\frac{5}{7}$ x1,4=1,0 cm^2

Ex. 101 - Por exigência, tendo em vista ser intermitente o abastecimento de água de uma edificação, o projetista optou por um reservatório inferior. Entretanto, ao ser construído o responsável técnico constatou estar o nível do lençol de água 1,20 m do fundo do reservatório. Determine a subpressão exercida neste caso a ser levada em consideração no cálculo para efeito de dimensionamento.

A subpressão nada mais é do que a pressão exercida pela água no sentido, evidentemente, de baixo para cima. Esta, no entanto, facilmente, poderá ser determinada fazendo-se utilização da fórmula a seguir:

$$\mathbf{p = 10.z}$$

Donde:

p em kN/m^2;

z altura em m.

Logo, tem-se:

$$p = 10 \text{ x } 1,20 = 12 \text{ kN/m}^2$$

Exemplo 102 – Projete um reservatório inferior, de acordo com as dimensões apresentadas na Figura 131.

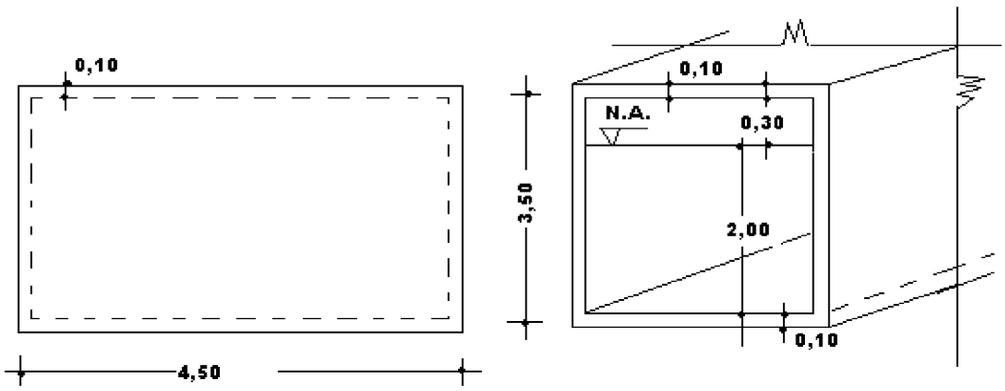


Figura 131.

- Cálculo das cargas

Tampa

• sobrecarga	3,0 kN / m²
• revestimento	0,4 kN / m²
• peso próprio (0,10 x 25)	2,5 kN / m²
	5,9 kN / m²

Laterais

$$\frac{(4{,}30 + 3{,}40)\ 2 \times 2{,}30 \times 0{,}10 \times 25}{4{,}50 \times 3{,}40}$$

$$= 5{,}79\ \text{kN/m}^2$$

Fundo

$$5{,}90 + 5{,}79 = 11{,}69\ \text{kN/m}^2$$

Paredes

E_a *(empuxo de água)* 10 x 1 x 2,4 = 24 kN/m²

E_t *(empuxo de água)* 10 x 0,4 x 2,4 = 9,6 kN/m²

Diferença entre E_a e E_t = 40 kN/m² e, como carga média nas paredes, tem-se:

Reservatório vazio + 7,2 kN/m²

Reservatório cheio - 7,2 kN/m²

$$E_a = 1 \times 2{,}4 = 2{,}4\ \text{tf/m}^2 = 24\ \text{kN/m}^2$$

$$E_t = 0{,}4 \times 2{,}4 = 0{,}96\ \text{tf/m}^2 = 9{,}6\ \text{kN/cm}^2$$

- Cálculo das lajes

Tampa

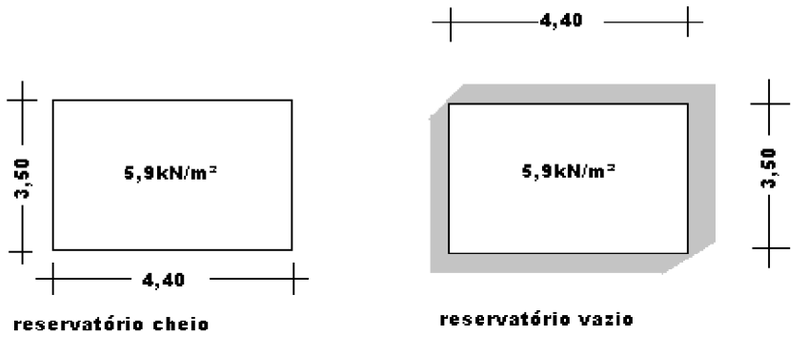


Figura 132.

Porém, sendo: $\frac{4,40}{3,30} = 1,33$, tem-se como momentos:

• Reservatório cheio

$$M_x = \frac{5,900 \text{ x } 3,00^2}{16,432} = 3,23 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{5,900 \text{ x } 3,300^2}{29,042} = 2,21 \text{ kNm}$$

• Reservatório vazio

$$M_x = \frac{5,900 \text{ x } 3,300^2}{35,949} = 1,79 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{5,900 \text{ x } 3,300^2}{63,602} = 1,01 \text{ kNm}$$

$$X_x = -0,0833 \text{ x } 0,758 \text{ x } 5,900 \text{ x } 3,300^2 = -4,06 \text{ kNm}$$

$$X_y = -0,0833 \ (5,900 - 0,758 \text{ x } 5,900) \ 4,400^2 = -2,30 \text{ kNm}$$

Laterais a e b

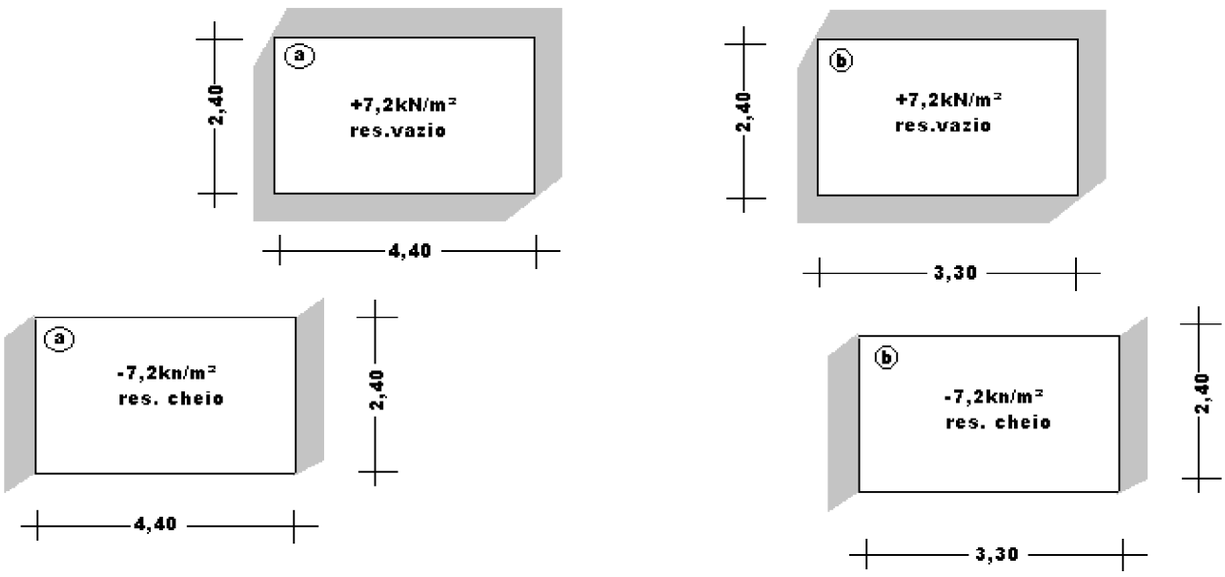


Figura 133.

- Cálculos dos momentos

• Reservatório vazio

$$M_x = \frac{7{,}200 \text{ x } 2{,}400^2}{28{,}299} = 1{,}46 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{7{,}200 \text{ x } 2{,}400^2}{94{,}758} = 0{,}44 \text{ kNm}$$

$$X_x = -0{,}0833 \text{ x } 0{,}918 \text{ x } 7{,}200 \text{ x } 2{,}400^2 = 3{,}17 \text{ kNm}$$

$$X_y = -0{,}0833 \left(7{,}200 - 0{,}918 \text{ x } 7{,}200\right) 4{,}400^2 = -0{,}95 \text{ kNm}$$

• Reservatório cheio

$$M_x = \frac{7{,}200 \text{ x } 4{,}400^2}{112{,}405} = 1{,}24 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{7{,}200 \text{ x } 4{,}400^2}{47{,}132} = 2{,}96 \text{ kNm}$$

$$X_x = -3{,}46 \text{ kNm}$$

• Reservatório vazio

$$M_x = \frac{7,200 \text{ x } 2,400^2}{34,833} = 1,19 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{7,200 \text{ x } 2,400^2}{65,417} = 0,63 \text{ kNm}$$

$$X_x = -2,69 \text{ kNm}$$

$$X_y = -1,43 \text{ kNm}$$

• Reservatório cheio

$$M_x = \frac{7,200 \text{ x } 3,300^2}{58,972} = 1,33 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{7,200 \text{ x } 3,300^2}{44,508} = 1,76 \text{ kNm}$$

$$X_x = -3,83 \text{ kNm}$$

• Reservatório cheio

$$M_x = \frac{11,690 \text{ x } 3,300^2}{16,432} = 7,75 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{11,690 \text{ x } 3,300^2}{29,042} = 4,38 \text{ kNm}$$

• Reservatório vazio

$$M_x = \frac{11,690 \text{ x } 3,300^2}{35,949} = 3,54 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{11,690 \text{ x } 3,300^2}{63,602} = 2,00 \text{ kNm}$$

$$X_x = -8,04 \text{ kNm}$$

$$X_y = -4,54 \text{ kNm}$$

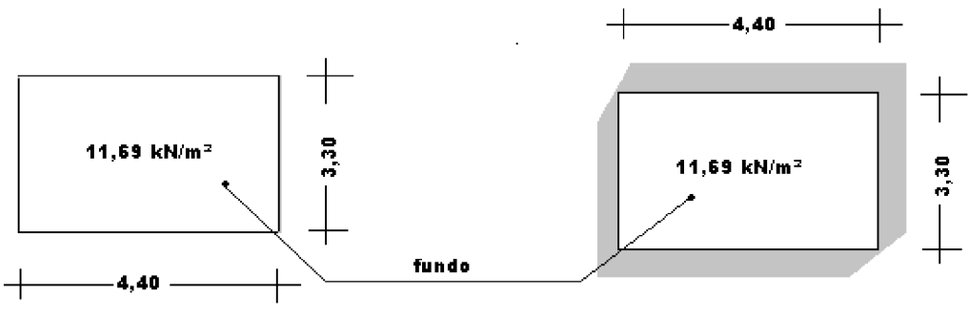


Figura 134.

- Cálculo da armadura necessária

Para um f_{ck} = 20 MPa e aço CA 50, tem-se:

Laterais (a)

Reservatório vazio	$M_x = 1{,}46$ kNm ==> $A_{sx} = 0{,}56$ cm²/m $M_y = 0{,}44$ kNm ==> $A_{sy} = 0{,}17$ cm²/m $X_x = 3{,}17$ kNm ==> $A_{sx}^{(-)} = 1{,}23$ cm²/m $X_y = 0{,}95$ kNm ==> $A_{sy}^{(-)} = 0{,}36$ cm²/m

Reservatório Cheio	$M_x = 1{,}24$ kNm ==> $A_{sx} = 0{,}47$ cm²/m $M_y = 2{,}96$ kNm ==> $A_{sy} = 1{,}15$ cm²/m $X_x = -3{,}46$ kNm ==> $A_{sx}^{(-)} = 1{,}35$ cm²/m

Laterais (b)

Reservatório vazio	$M_x = 1{,}19$ kNm ==> $A_{sx} = 0{,}45$ cm²/m $M_y = 0{,}63$ kNm ==> $A_{sy} = 0{,}24$ cm²/m $X_x = 2{,}69$ kNm ==> $A_{sx}^{(-)} = 1{,}04$ cm²/m $X_y = 1{,}43$ kNm ==> $A_{sy}^{(-)} = 0{,}55$cm²/m

Reservatório cheio	$M_x = 1{,}33$ kNm ==> $A_{sx} = 0{,}51$ cm²/m $M_y = 1{,}76$ kNm ==> $A_{sy} = 0{,}68$ cm²/m $X_x = -3{,}83$ kNm ==> $A_{sx}^{(-)} = 1{,}50$ cm²/m

Tampa

Reservatório cheio	$M_x = 3{,}91$ kNm ==> $A_{sx} = 1{,}53$ cm^2/m $M_y = 2{,}21$ kNm ==> $A_{sy} = 0{,}85$ cm^2/m

Reservatório vazio	$X_x = -4{,}06$ kNm ==> $A_{sx}^{(-)} = 1{,}59$ cm^2/m $X_y = -2{,}30$ kNm ==> $A_{sy}^{(-)} = 0{,}89$ cm^2/m

Desprezou-se os momentos M_x e M_y do reservatório vazio, tendo em vista os do reservatório cheio serem maiores. Os momentos correspondentes a 3,91 kNm e 2,21 kNm servirão para dimensionar a zona central da laje e iguais a – 4,06 kNm e 2,30 kNm, respectivamente, para dimensionar os cantos.

Fundo

Reservatório cheio	$M_x = 7{,}75$ kNm $M_y = 4{,}38$ kNm

Reservatório cheio	$X_x = 8{,}04$ kNm $X_y = 4{,}54$ kNm

Desprezou-se os momentos M_x e M_y do reservatório vazio, haja vista os do reservatório cheio serem maiores. Os momentos correspondentes a 7,75 kNm e 4,38 kNm servirão para dimensionar a zona central da laje e os correspondentes a – 8,04 kNm e – 4,54 kNm, para dimensionar os cantos.

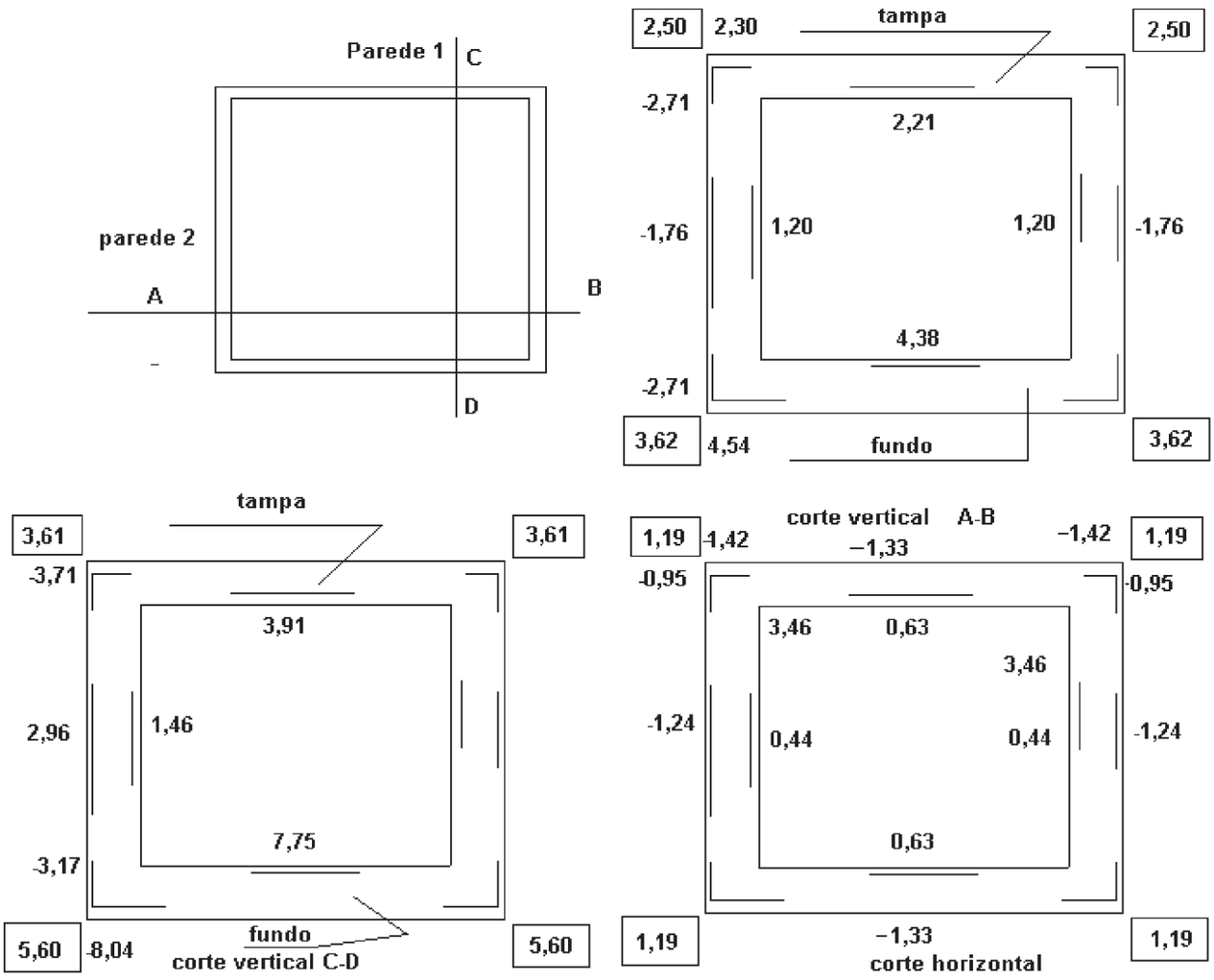


Figura 135.

Sabe-se que nos cantos existem momentos desiguais, razão pela qual se toma a média para efeito de dimensionamento da armadura necessária.

Ex. 103 - Calcule um reservatório superior, conhecendo-se sua base de lados iguais, conforme mostrado na Figura 136.

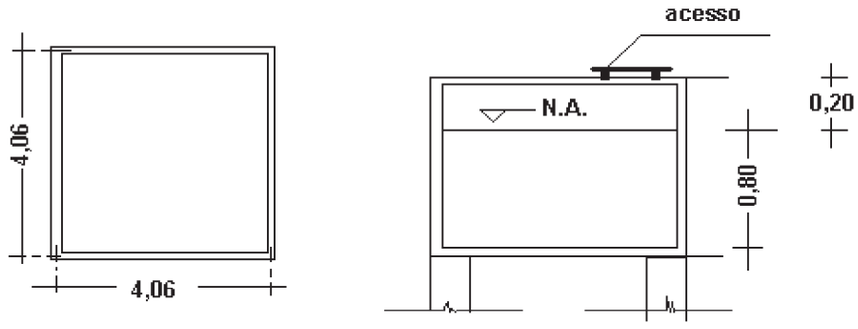


Figura 136.

- Cálculo da pressão máxima no fundo

10 kN

- Cálculo do empuxo da água nas paredes laterais

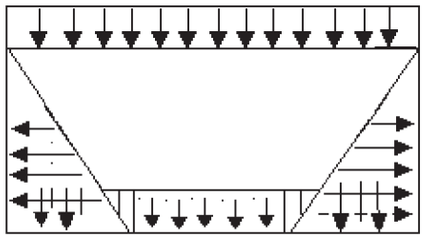


Figura 137.

Ao atribuir-se uma faixa de 1 m de largura, em toda a altura da parede porém, já embutido, evidentemente, a cota correspondente a altura adicional de 0,20 m e revestimento, tem-se um valor correspondente a :

$$\frac{10 \text{ x } 1}{2} = 5 \text{ kN}$$

- Cálculo do momento máximo

$$\frac{P \text{ x } 1}{8} = \frac{5 \text{ x } 1{,}1}{8} = 0{,}69 \text{ kNm}$$

- Cálculo da laje de cobertura

- Cálculo das cargas

sobrecarga	3,0 kN / m²
revestimento	1,0 kN / m²
peso próprio	1,5 kN / m²
	4,5 kN / m²

- Cálculo dos momentos

$$M_x = \frac{4{,}500 \text{ x } 4{,}060^2}{27{,}427} = 2{,}70 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{4{,}500 \text{ x } 4{,}060^2}{27{,}427} = 2{,}70 \text{ kNm}$$

- Cálculo da laje de fundo

- Cálculo das cargas

sobrecarga	8 kN / m²
revestimento	1 kN / m²
peso próprio	2 kN / m²
	11 kN / m²

• Cálculo dos momentos

$$M_x = \frac{11 \text{ x } 4{,}060^2}{27{,}427} = 6{,}61 \text{ kNm}$$

$$M_y = \frac{11 \text{ x } 4{,}060^2}{27{,}427} = 6{,}61 \text{ kNm}$$

Ex. 104 - Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de um reservatório inferior (cisterna), de acordo com o apresentado a seguir.

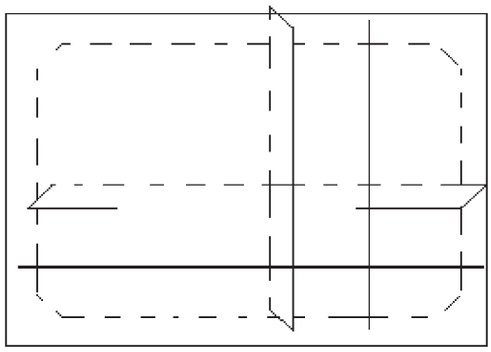


Figura 138 – Reservatório inferior (cisterna). Detalhe do fundo.

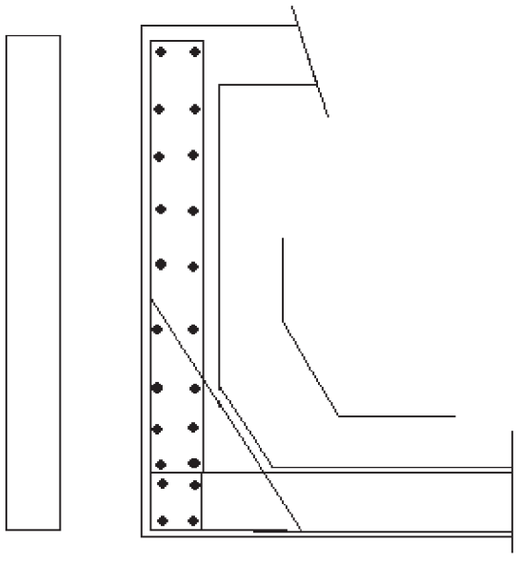


Figura 139 – Detalhe da parede do reservatório inferior (cisterna) – Pd 01 = Pd = 02PD = 03Pd = 04.

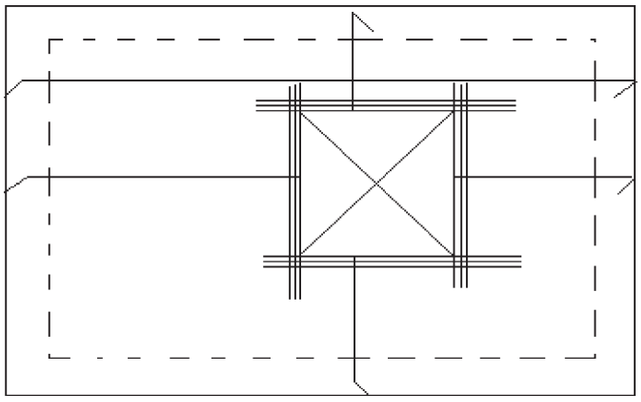


Figura 140 – Reservatório inferior (cisterna). Detalhe da tampa.

Ex. 105 - Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de um reservatório superior, de acordo com o apresentado abaixo.

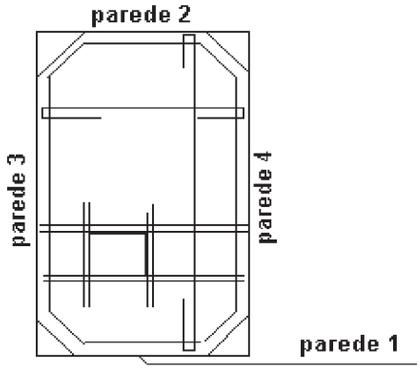


Figura 141 - Reservatório superior (detalhe da tampa).

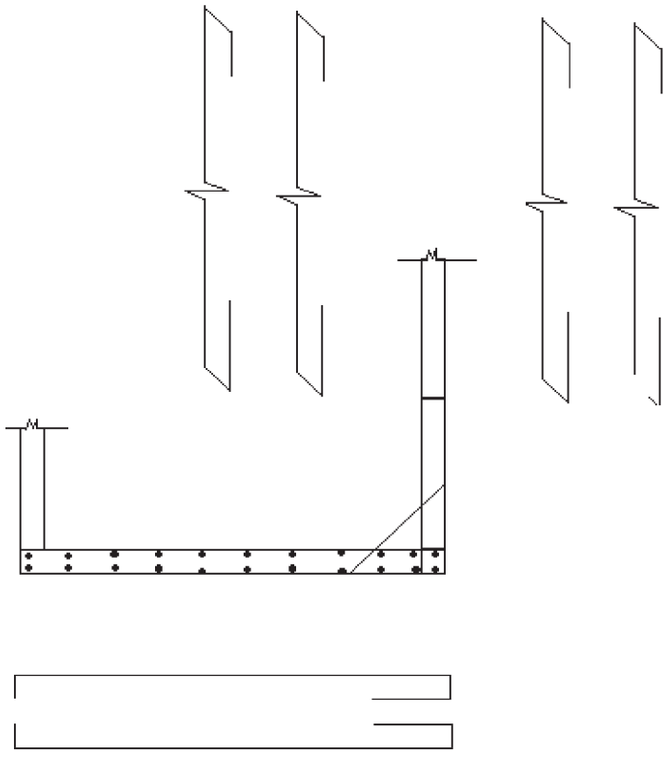


Figura 142 - Detalhe das paredes 01 e 02.

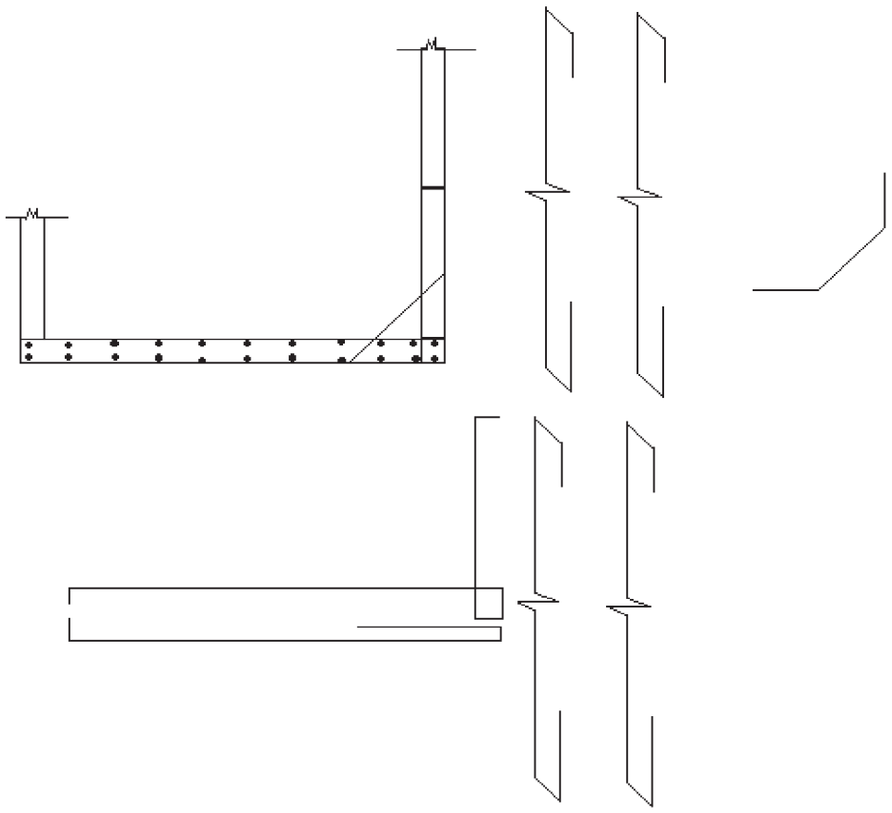


Figura 143 - Detalhe das paredes 03 e 04.

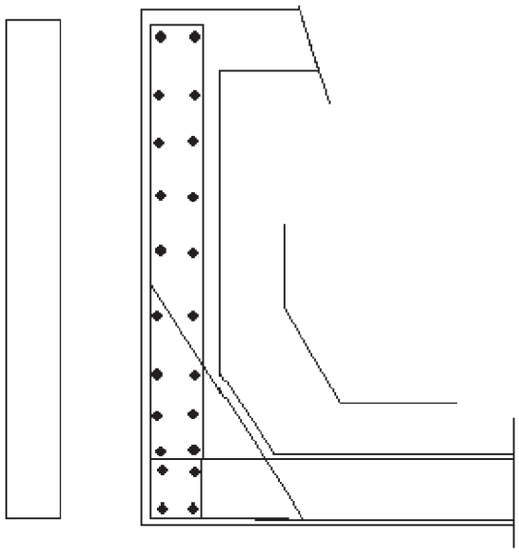


Figura 144 - Detalhe da parede do reservatório superior(Pd 03 = Pd 04).

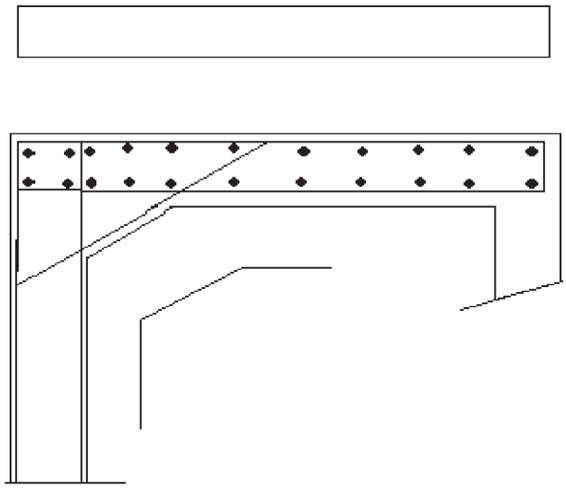


Figura 145 - Detalhe da parede do reservatório superior(Pd 01 = Pd 02).

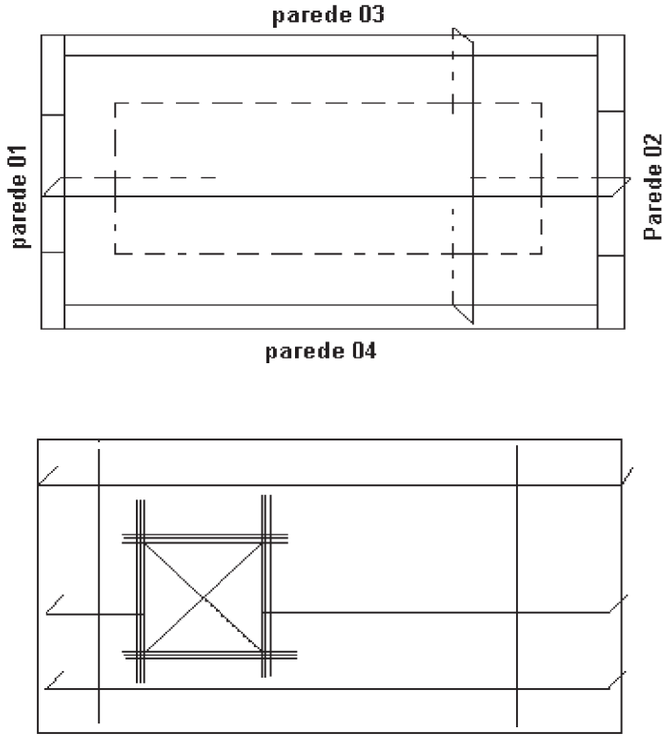


Figura 146 - Reservatório superior – Detalhes do fundo e da tampa.

Capítulo 9

FUNDAÇÕES

9.1 - Generalidades

Na implantação de uma obra, os serviços, normalmente, são iniciados com a definição do número de sondagens a serem executados na área prevista, número esse de grande utilidade para o projetista de estruturas, em virtude da necessidade dos seus dados para lançamento na planilha de cálculo das fundações.

Essas sondagens têm como objetivo maior fornecer todas as informações necessárias sobre o subsolo, investigações geológicas e geométricas, visto ser de grande valia o conhecimento do tipo, número e profundidade das sondagens.

Entretanto, convém salientar que as sondagens devem ser levadas até a profundidade onde o solo não seja mais significativamente solicitado pelas cargas estruturais, fixando-se como critério aquela profundidade em que o acréscimo de pressão no solo, devida às cargas estruturais aplicadas, for menor do que 10% da pressão geostática efetiva.

A identificação de um solo é feita por meio da análise de amostras e pelos ensaios de penetração procedidos durante as sondagens de reconhecimento.

As sondagens à percussão com circulação de água e rotativas, na engenharia civil, principalmente, tratando-se de fundações de estruturas de edifícios, na realidade, têm sido as preferidas. Esses métodos garantem a realização, em toda a profundidade do furo, o ensaio de penetração dinâmica, o SPT (Standard Penetration Test).

No Brasil, além desse último, são utilizados mais dois processos: o Möhr Geotécnica e o IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo). Desses, no entanto, o SPT, por ser aquele de uso mundial, é o mais utilizado.

No entanto, vale ser lembrada que a técnica de execução para este ensaio, até atingir o NA, é recomendado que a abertura do furo seja feita a trado. Abaixo do NA a abertura do furo é feita com circulação de água.

Assim, tendo-se o número de sondagens necessárias, para cada uma destas, o primeiro passo é fazer um furo com o trado-cavadeira até o solo romper; o segundo passo é a inserção do trado helicoidal.

Na extensão do furo, é cravado um tubo amostrador padronizado de 45 cm de comprimento com os seguintes diâmetros: $\varnothing_{externo}$= 50,8 mm; $\varnothing_{interno}$= 35,0 mm e $\varnothing_{revestimento}$ = 76,2 mm, no qual se introduz um barrilete amostrador, que permite retirar amostras do solo para a identificação e ao mesmo tempo mensurar a sua resistência à penetração.

O valor da resistência à penetração do SPT fornece um parâmetro de grande valia para a identificação do solo. Ele é representado pelo número N de golpes de um peso de 65 kg (massa do martelo) com altura de queda de 75 cm, necessários à penetração dos últimos 30 cm do amostrador, após a penetração dos 15 cm iniciais no solo.

Há de se notar que enquanto não for encontrado areia compacta ou argila rija ou, em última análise, areia medianamente compacta ou argila média, a sondagem deve prosseguir.

O resultado das sondagens deve conter, dentre outras informações:

1 - planta de localização das perfurações no terreno;

2- perfil geotécnico individual de cada sondagem, informando, por exemplo: número do furo, cota da boca da sondagem referida a um datum, escala utilizada, data da execução dos serviços, penetração (índice de resistência inicial e final), gráfico (número de golpes x profundidade), avanço e revestimento, nível d'água, profundidade da camada, perfil e descrição das amostras;

3- perfil geotécnico longitudinal.

Desejando-se, por exemplo, estimar para efeito de orçamento das fundações de um prédio multifamiliar a tensão admissível que deverá ser tomada na base de uma sapata centrada, conforme dados fornecidos na sondagem SP - 01, isto é, solo na profundidade de assentamento: areia fina e mica medianamente compacta; SPT = 18/30 inicial e 20/30 final; e profundidade = 2 m. Tem-se: sendo N = 20, acessa-se na Tabela 44 e, a partir dos valores constantes da última coluna, pode-se admitir a tensão admissível igual a 0,30 MPa.

Para os amostradores tipo SPT, utiliza-se a fórmula empírica para estimar a tensão admissível, em MPa, válida para o intervalo $5 \leq N \leq 20$, conforme a seguir:

$$\sigma_a = 0{,}02 \text{ x } N$$

9.2 - Fundações

Pode-se denominar de fundação todo elemento de uma estrutura suficientemente capaz de transferir para o subsolo as cargas da superestrutura.

De um modo geral, classificam-se as fundações em dois tipos, a saber: rasas e profundas.

Assim, tendo-se conhecimento da relação existente entre a profundidade D e base B da fundação, chama-se de rasas quando D < B e profundas quando D > B.

Os tipos de fundações rasas ou diretas podem-se classificar em:

Fundações rasas ou diretas	- Blocos de fundação
	- Sapatas de fundação
	- Radier

Blocos são elementos não-armados de potencial rigidez executados com concreto simples ou ciclópico. São calculados e dimensionados de forma que as tensões de tração sejam absorvidas pelo próprio concreto.

Sapatas são estruturas de volume usadas para transmitir ao terreno as cargas de fundação, no caso de fundação direta. Estas são elementos de fundação executados em concreto armado, que se caracterizam principalmente por trabalhar à flexão. Possuem altura reduzida em relação às dimensões da base. Quando se verifica a expressão a seguir, a sapata é considerada rígida. Caso contrário, a sapata é considerada como flexível: $h \geq (a - a_p)/3$, onde:

h é a altura da sapata;

a é a dimensão da sapata em uma determinada direção;

a_p é a dimensão do pilar na mesma direção.

Para sapata rígida pode-se admitir plana a distribuição de tensões normais no contato sapata-terreno, caso não se disponha de informações mais detalhadas a respeito. Para sapatas flexíveis ou casos extremos de fundação em rocha, mesmo com sapata rígida, essa hipótese deve ser revista.

Segundo a ABNT NBR 6118:2003, nas sapatas rígidas, o comportamento estrutural pode ser caracterizado por:

a) trabalho à flexão nas duas direções, admitindo-se que, para cada uma delas, a tração na flexão seja uniformemente distribuída na largura correspondente da sapata. Essa hipótese não se aplica à compressão na flexão, que se concentra mais na região do pilar que se apóia na sapata e não se aplica também ao caso de sapatas muito alongadas em relação à forma do pilar;

b) trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim compressão diagonal. Isso ocorre porque a sapata rígida fica inteiramente dentro do cone hipotético de punção, não havendo portanto possibilidade física de punção.

Nas sapatas flexíveis, embora de uso mais raro, essas sapatas são utilizadas para fundação de cargas pequenas e solos relativamente fracos. Seu comportamento se caracteriza por:

a) trabalho à flexão nas duas direções, não sendo possível admitir tração na flexão uniformemente distribuída na largura correspondente da sapata. A concentração de flexão junto ao pilar deve ser, em princípio, avaliada;

b) trabalho ao cisalhamento que pode ser descrito pelo fenômeno da punção.

Como resultado comparativo de cálculos realizados experimentais, constata-se que a armadura calculada para a sapata rígida é quase a mesma para o caso da sapata flexível.

Por outro lado, na sapata rígida, os estribos, suas amarrações, bem como a armadura adicional de combate ao puncionamento são fatores geradores de economia, tendo em vista não ser necessária sua utilização nos projetos desse tipo de sapata.

Além disso, as sapatas flexíveis possuem alturas pequenas, entretanto, mesmo com um volume de concreto maior, a sapata rígida é mais econômica, considerando-se outros fatores como, por exemplo, rapidez na execução etc.

A armadura de flexão deve ser uniformemente distribuída ao longo da largura da sapata, estendendo-se integralmente de face a face da mesma e terminando em gancho nas duas extremidades. Para barras com $\varnothing \geq 20$ mm devem ser usados ganchos de 135^0 ou 180^0. Para barras com $\varnothing \geq 2$ mm deve ser verificado o fendilhamento em plano horizontal, uma vez que pode ocorrer o destacamento de toda a malha da armadura.

A sapata deve ter altura suficiente para permitir a ancoragem da armadura de arranque. Nessa ancoragem pode ser considerado o efeito favorável da compressão transversal às barras, decorrente da flexão da sapata. Quanto às sapatas flexíveis devem ser atendidos os requisitos relativos a lajes e punção. Radiers são placas de concreto armado. Podem ser rígidos ou flexíveis.

As fundações profundas, no entanto, podem ser:

Fundações profundas	- Estacas
	- Tubulões

Existem, porém, diferenças básicas entre as estacas e os tubulões como, por exemplo, no caso das estacas. Estas transportam as cargas das superestruturas às camadas profundas do terreno, mediante duas parcelas distintas, pois como se sabe as estacas são providas de fuste e ponta. Sendo que, ao logo do fuste a parcela correspondente ao atrito lateral é desenvolvida, enquanto a outra pela resistência de ponta.

Já com referencia aos tubulões, considera-se uma única parcela, ou seja, a resistência de ponta, haja vista a outra parcela servir apenas para suportar o seu peso próprio.

A fim de que se tenha toda informação necessária sobre o subsolo, investigações geológicas e geotécnicas, deverão ser feitas e a ABNT NBR 6122:1996, "Projeto de execução de Fundações", é a norma que regulamenta o uso das fundações.

Porém, quanto ao número de furos a serem executados na área prevista para a implantação da edificação, bem como a localização e a profundidade são normalizadas pela ABNT NBR 8036:1983, "Programação de sondagens e simples reconhecimento dos solos para fundações de edifícios".

A referida norma prescreve que as sondagens devem ser, no mínimo, uma para cada 200 m^2 de área de projeção em planta do edifício, para áreas de até 1.200 m^2. Acima deste valor até 2.400m^2 deve-se fazer um furo para cada 400 m^2 que excederem os 1.200 m^2. Para área superior a 2.400 m^2 o numero de sondagens deverá ser fixado de acordo com o plano de cada obra.

Nos casos, porém, para pequenas áreas em projeção, deve-se fazer dois furos para área de projeção em planta da edificação de até 200 m^2 e três furos para área entre 200 m^2 a 400 m^2.

Tabela 43 – Número de sondagens.

Critérios Básicos	
Ate 1.200 m^2 de área	Uma para cada 200 m^2 de área da projeção em planta do edifício.
Entre 1.200 e 2.400 m^2	Uma para cada 400 m^2 que excederem de 1.200 m^2.
Acima de 2.400 m^2	Deve ser fixado de acordo com plano particular da construção.

Notas:

1. em quaisquer circunstâncias o número mínimo de sondagens deve ser:

1.1-dois para área da projeção em planta do edifício até 200 m^2;

1.2-três para área entre 200 m^2 e 400 m^2;

2. nos casos em que não o houver ainda disposição em planta dos edifícios , como nos estudos de viabilidade ou de escolha de local, o numero de sondagens deve ser fixado de forma que a distância máxima entre elas seja de 100 m, com um mínimo de três sondagens.

Fonte: ABNT NBR 8036:1983.

Contudo, no caso essencialmente particular, qual seja, a de não se possuir a planta de locação das edificações no terreno, o número de sondagens deve ser tal que a máxima distância entre os furos executados seja de 100 m, porém com um mínimo de três sondagens.

Entretanto, convém frisar que outros métodos de sondagem, freqüentemente são utilizados em fundações de edifícios. Resumindo, podem-se classificar estes processos em: trado, poços e percussão ou simples reconhecimento.

Entre nós, contudo há ainda uma preferência por este último, entretanto, já existem outros mais modernos, denominados de processos indiretos.

Ex. 106 - Qual deverá ser o tipo, numero e localização de sondagens para reconhecimento do subsolo de um terreno de 20 m x 30 m, onde será edificada uma escola com 345 m^2 provida somente de pavimento térreo e destinada para o funcionamento de 1º grau?

Por se tratar de uma construção térrea, portanto, sem sobrecarga considerável atuando sobre pisos, recomenda-se a execução de sondagem de percussão (ou de simples reconhecimento).

Por outro lado, o terreno possui uma área de 600 m^2 e a área a ser construída é de 345 m^2. De acordo com as prescrições normativas, as sondagens devem ser, no mínimo, de uma para cada 200 m^2 de área da projeção em planta da edificação, até 1.200 m^2. Logo, neste caso, executa-se no mínimo duas sondagens. Todavia, não será suficiente, visto que a ABNT NBR 8036:1983 prescreve para os casos pequenas áreas, conforme retrocitado, duas sondagens para área da projeção em planta da edificação até 200 m^2 e três sondagens para área entre 200 m^2 e 400 m^2. Então, conclui-se que três sondagens deverão ser executadas.

Admitindo-se, porém, a Figura 147 como sendo o terreno em que serão feitas as sondagens, sugere-se que as mesmas sejam localizadas nos pontos, conforme estão mostrados.

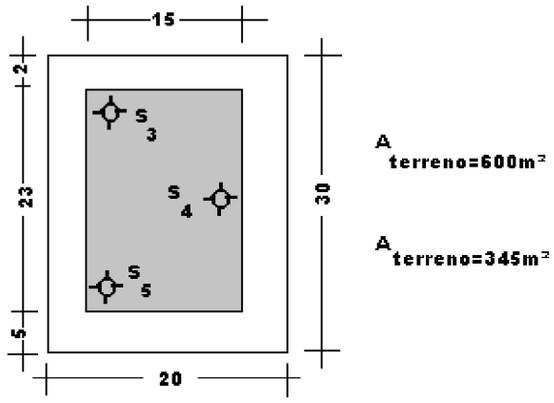


Figura 147.

Ex. 107 - Qual o número de furos necessários para um terreno com 40 m x 20 m, sabendo-se que a área de projeção em planta de cada residência é de 180 m^2 e 360 m^2, respectivamente.

De acordo com as características das edificações em projeção, admite-se que ambas são térreas e, pelo fato de serem implantadas em uma mesma área e baseados na planta de localização, conforme consta na Figura148, mesmo assim para cada uma tem-se que calcular o número de sondagens.

Diante disso, então, para a área em projeção de 180 m^2, haverá duas sondagens, enquanto que para a de 360 m^2, deverão ser executadas três sondagens.

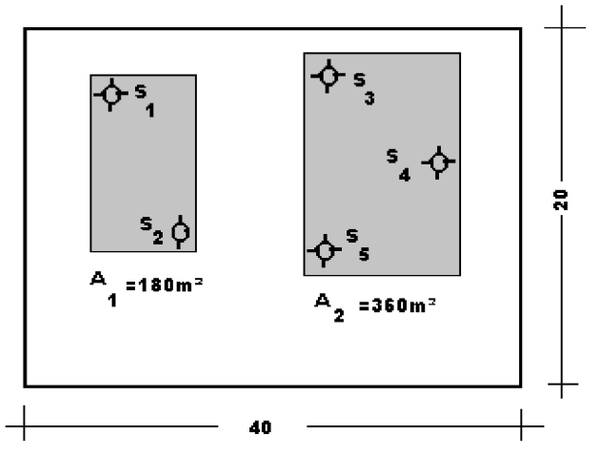


Figura 148.

Ex. 108 - Especifique tipo, número, disposição e profundidade de sondagens para uma área medindo 20 m x 40 m, onde será construído um edifício de 14 pavimentos.

Diante disso, tomando-se como exemplo uma área medindo-se 20 m x 40 m que se pretende saber qual o tipo, número e profundidade de sondagens onde será construído um edifício de 14 pavimentos, procede-se à seqüência de cálculo, conforme a seguir.

O tipo de sondagem recomendada a ser executada é a de simples reconhecimento (ou de percussão). Quanto ao número de sondagens a ser feito na área, tendo em vista os critérios adotados pela ABNT NBR 8036:1983, será em número de 4.

A profundidade das sondagens será determinada em função da equação: prof.(h) = coeficiente x menor dimensão do terreno. Porém, o coeficiente será em função da carga aplicada pela edificação.

Entretanto, atribui-se para esse coeficiente um valor igual a 2, para pressões superiores a 100 kN/m^2. Contudo, para valores inferiores a 100 kN/m^2, o referido coeficiente assume um valor igual a 1.

Assim, para o caso em estudo, sendo um prédio de 14 pavimentos, a pressão média aplicada pelo mesmo varia em torno de:

$$14 \text{ pav. x } 12 \text{ kN/m}^2 \text{ x pav. } = 168 \text{ kN/m}^2$$

Face a isso, conclui-se que a profundidade deverá ser:

Prof. (h) = 2 x 20 = 40 m

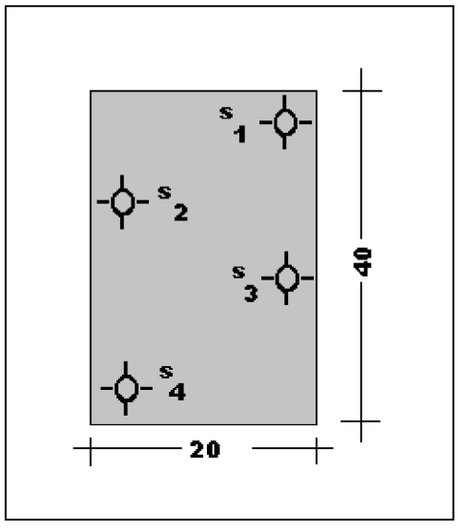


Figura 149.

Ex. 109 - Um prédio de apartamentos com 15 pavimentos será construído em um terreno de 1.200 m^2 e a área de projeção é de 690 m^2. Determine o peso do edifício e a carga transferida ao solo.

- Cálculo do peso do edifício

$$690 \text{ m}^2 \text{ x } 15 \text{ x } 10 \text{ kN/m}^2 = 103.500 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga no solo

$$\frac{103.500}{690} = 150 \text{ kN/m}^2$$

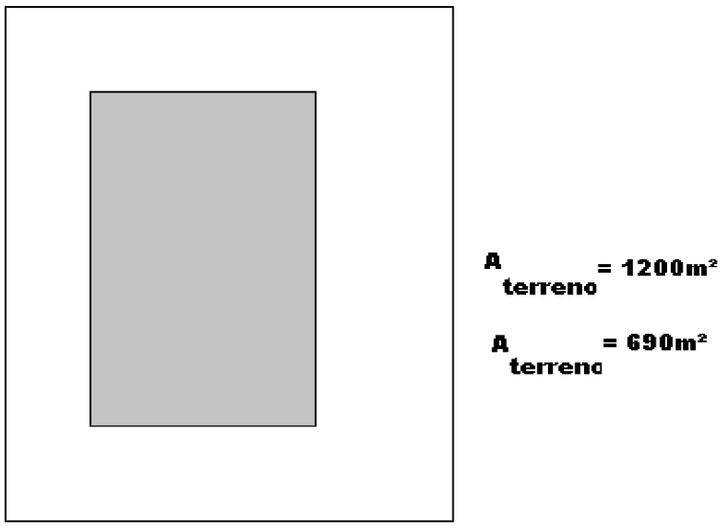


Figura 150.

Ex. 110 - Determine a tensão que resulta no terreno quando se tem um pilar com uma carga de 350 kN e dimensões 20 m x 50 cm, conhecendo-se a tensão admissível do solo 0,2 kN/cm^2.

- Cálculo das dimensões da sapata

Sabe-se que a tensão admissível nunca pode exceder a tensão do solo, daí se estabelecer que a área da sapata multiplicada pela tensão admissível do solo seja igual à carga do pilar. Face a isso, tem-se:

$$\frac{350}{A_{sapata}} = 0,02$$

$$A_{sapata} = 17.500 \text{ cm}^2$$

Porém, sendo L x B = 17.500 e, admitindo-se: L = B, tem-se:

$$L^2 = 17.500$$

$$L = 132,29 \text{ cm}$$

Ou melhor: L = 140 cm.

- Cálculo da tensão que resultará no solo

$$\frac{350}{140 \text{ x } 140} = 0{,}0178 \text{ kN/cm}^2$$

Portanto, inferior a 0,02 kN/cm^2.

Ex. 111 - Do ensaio geotécnico, realizado em um terreno de argila com resistência à penetração de 12 golpes, foram fornecidos os seguintes valores:

$$c = 40 \text{ kN/m}^2 \quad \text{e} \quad \gamma = 16 \text{ kN/m}^2 .$$

Determine a pressão de ruptura da argila, considerando-se um ângulo de atrito nulo e profundidade da fundação de 1,80 m.

A seguir, encontra-se a pressão de ruptura:

$$3{,}8c + \gamma H = 3{,}8 \text{ x } 40 + 16 \text{ x } 1{,}8$$

$$= 180{,}8 \text{ kN/m}^2$$

Porém, desejando-se ainda saber a pressão admissível do terreno de argila, bastaria ser dividido o valor acima encontrado por um coeficiente de segurança igual a 2, ou seja:

$$\frac{0{,}01808}{2} = 0{,}00904 \text{ kN/cm}^2$$

Ex. 112 -Dimensione a fundação em bloco para receber um pilar (25 cm x 25 cm) com uma carga de 200 kN, conhecendo-se a pressão admissível no terreno (0,02 kN/cm^2).

Admitindo-se que o peso do bloco seja na ordem de 10 % da carga do pilar, tem-se:

$$\frac{1{,}10 \text{ x } 200}{0{,}02} = 11.000 \text{ cm}^2$$

ou melhor: 1,05 x 1,05 m. Com tais dimensões, pode-se calcular a altura teórica do bloco, ou seja:

$$h = \frac{3}{4}(1{,}05 - 0{,}25) = 0{,}60 \text{ m}$$

Ainda, pela teoria de Mörsch, os esforços de tração transversais, fornecem:

$$\frac{0{,}275 \text{ x } 200 \ (1{,}05 - 0{,}25)}{0{,}60} = 73{,}33 \text{ kN}$$

Valor que dividido pelo produto da altura do bloco pela sua largura dará a tensão de tração no concreto, isto é:

$$\frac{73{,}33}{0{,}60 \text{ x } 1{,}05} = 116{,}4 \text{ kN/m}^2$$

Todavia, esta tensão não deve ultrapassar o valor de f_{ck} / 30. Assim, para o exemplo em foco, admitindo-se um concreto com especificação de f_{ck} de 15 MPa, encontra-se:

$$0{,}1164\ (\text{MPa}) < 0{,}5000\ (\text{MPa})$$

E, por conseguinte, caso se queira utilizar como, por exemplo, um outro concreto especificado que apresente f_{ck}, ou seja: f_{ck} igual a 20 MPa, tem-se:

$$0{,}1164\ (\text{MPa}) < 0{,}6667\ (\text{MPa})$$

Caso se queira também saber o efeito do puncionamento, basta que se faça a aplicação daquilo que preconiza a ABNT NBR 6118:2003, ou seja: o máximo valor da tensão de punção não pode ser superior ao valor último da tensão tangencial de cálculo que á dado pela equação, admitindo-se o uso de peça retangular.

$$\tau_{\text{punção}} = \frac{2\sqrt{f_{ck}}}{1{,}4}$$

Logo,

$$\tau_{pw}\left[\frac{1{,}4P}{4(b+h)h}\right] < \tau_{\text{punção}}\left[\frac{2\sqrt{f_{ck}}}{1{,}4}\right]$$

Contudo, na hipótese da utilização de uma peça quadrada, tem-se: b = a e, por conseguinte:

$$\tau_{pw} = \frac{1{,}4P}{[2(b+h)+2(a+h)]h}$$

$$\tau_{pw} = \frac{1{,}4P}{[4(b+h)]h}$$

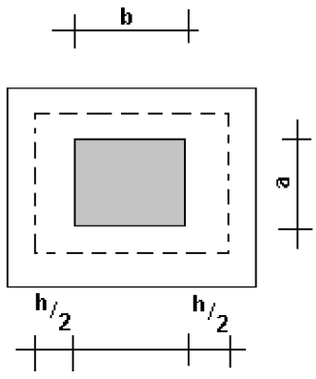


Figura 151.

Ex. 113 - Sendo conhecida a pressão admissível em um terreno de argila igual a 0,022 kN/cm^2 quando adotado um coeficiente de segurança igual a 2, determine a capacidade de carga ou pressão de ruptura do terreno para projetos de sapatas.

Sendo 2 o coeficiente utilizado para as argilas, facilmente se pode obter a pressão da ruptura do seguinte modo:

$$\text{Pressão de ruptura} = 220 \times 2 = 440 \text{ kN/m}^2$$

Em outras palavras, significa dizer que essa pressão de ruptura ou capacidade de carga representará a máxima pressão por unidade de área da fundação que um solo poderá suportar até a ruptura.

Ex. 114 - Que lados deverá ter a sapata do pilar P_{51}(30 x 50) = 2000 kN, uma vez que a pressão admissível do solo é igual a 0,025 kN/cm^2 ?

- Cálculo da área da sapata

$$\frac{1{,}1 \times 2.000}{0{,}025} = 88.000 \text{ cm}^2$$

- Cálculo das dimensões da sapata

Considerando-se uma sapata retangular com balanços idênticos, isto é:

$B - 50 = A - 30$

$B - A = 20$

$(B - 20)\ B = 88.000$

$B^2 - 20\ B = 88.000$

$B = 310$ cm

$A = B - 20 = 310 - 20 = 290$ cm

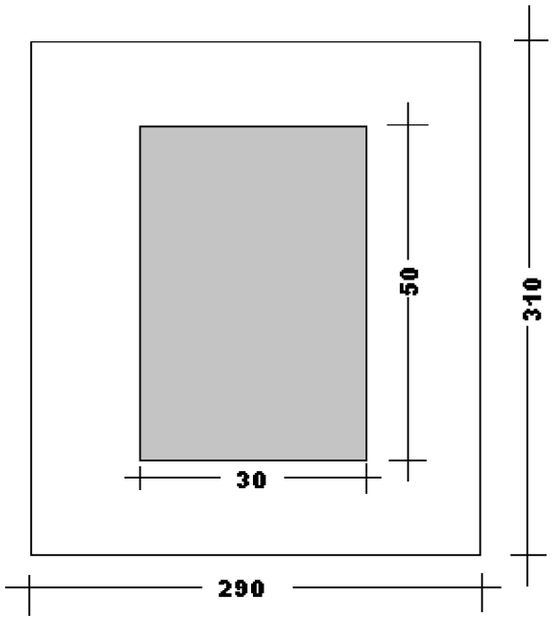


Figura 152.

Ex. 115 – Conhecendo-se o esforço da tração resultante do dimensionamento de uma sapata de lados iguais determine a armadura necessária.

O esforço de tração resultante é igual a 32 kN, logo a armadura será igual a, observando-se que $f_{yk}/1,15 = 43,4783$ kN/cm², tem-se:

$$\frac{1,4 \text{ x } 32}{43,4783} = 1,03 \text{ cm}^2$$

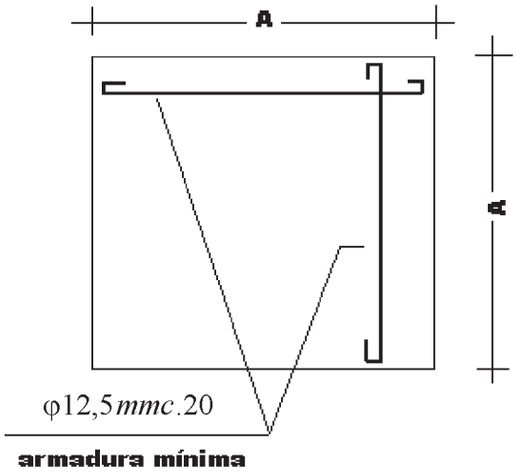


Figura 153.

Ex. 116 – Conhecendo-se o esforço de tração resultante do dimensionamento de uma sapata de lados desiguais determine a armadura necessária.

Seja 175 e 350 kN, respectivamente, os esforços de tração resultante do dimensionamento da sapata em questão, então encontra-se:

$$A_{sx} = \frac{1,4 \text{ x } 175}{43,4783} = 5,63 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = \frac{1,4 \text{ x } 350}{43,4783} = 11,27 \text{ cm}^2$$

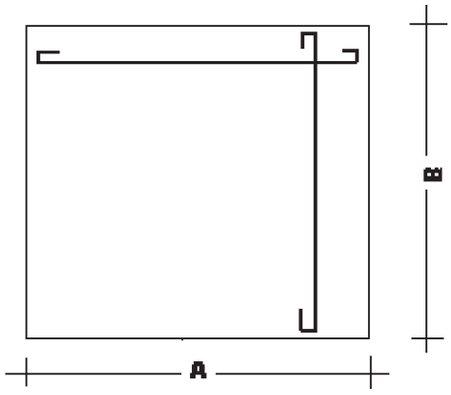


Figura 154.

Ex. 117 - Os pilares $P_{20} = P_{21}(20x50)$ possuem uma carga igual a 772,73 kN. Projete a sapata capaz de suportar a referida carga, conhecendo-se a tensão admissível do solo (0,02 kN/cm^2).

- Cálculo da tensão no solo

• Cálculo da área da sapata

$$A_{sapata} = \frac{1{,}10 \text{ x } 772{,}73}{0{,}02} = 42.500 \text{ cm}^2$$

• Cálculo das dimensões da sapata

$$A \text{ x } B = 42{,}500 \text{ cm}^2$$

Admitindo-se B = 250 cm, tem-se para A = 175 cm.

• Cálculo da verificação da tensão no solo

$$\frac{850}{175 \text{ x } 250} = 0{,}019 \text{ kN/cm}^2$$

• Cálculo para uma sapata rígida

$$h \geq \begin{cases} \dfrac{175-20}{4} + 5 = 43{,}75 \text{ cm} \cong 50 \text{ cm} \\ \dfrac{250-50}{4} + 5 = 55 \text{ cm} \cong 60 \text{ cm} \end{cases}$$

Contudo, ao se adotar h = 60 cm e h' =30 cm, tem-se que verificar as condições para a sapata rígida, logo:

$$\frac{h - h'}{A - a} = \frac{60-30}{175-20} = 0{,}19 < 0{,}29$$

$$\frac{h - h'}{B - b} = \frac{60-30}{250-50} = 0{,}15 < 0{,}29$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_{sx} = \frac{772{,}73 \text{ x } 1{,}4\ (250-50)}{8 \text{ x } 43{,}4783\ (60-5)} = 11{,}31 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx} = \frac{11,31}{1,75} = 6,46 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sy} = \frac{772,73 \text{ x } 1,4\ (175-20)}{8 \text{ x } 43,4783\ (60-5)} = 8,76 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = \frac{8,76}{2,50} = 3,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

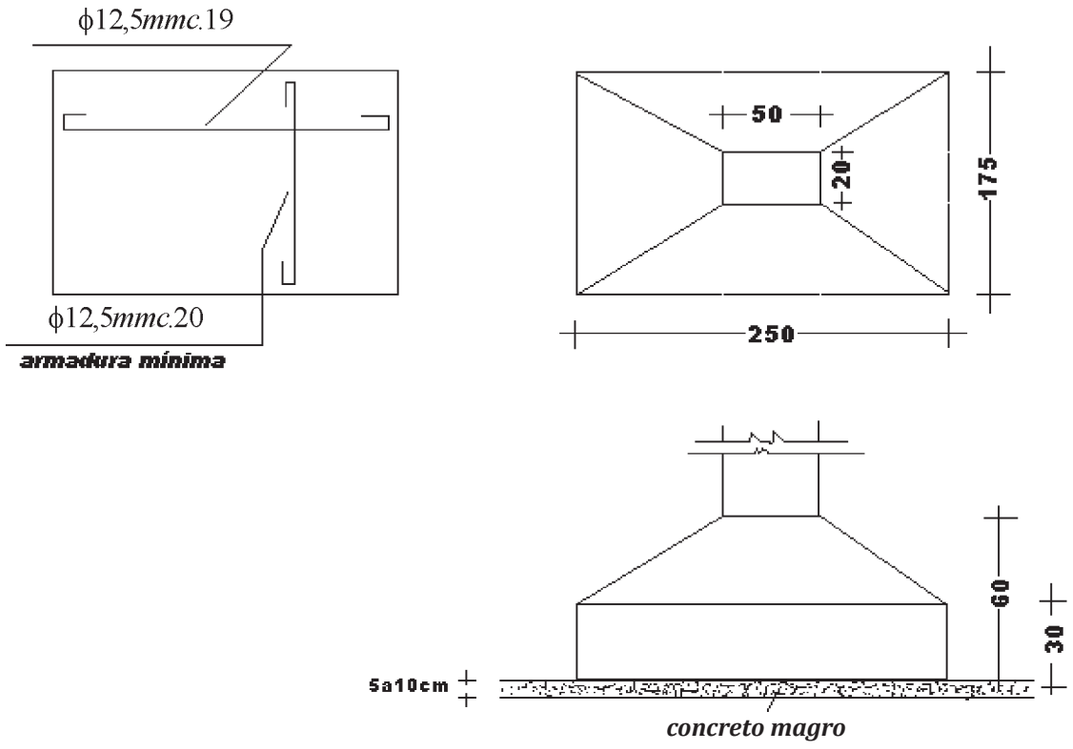


Figura 155.

Ex. 118 - Conhecendo-se a carga do pilar P_{15} (20 x 40) = 272,73 kN de um projeto estrutural, projete uma sapata para suportá-lo, tendo em vista a tensão admissível no solo ser de 0,02 kN/cm².

- Cálculo da tensão no solo

• Cálculo da área da sapata

$$A_{sapata} = 1,10 \text{ x } \frac{272,73}{0,02} = 15.000 \text{ cm}^2$$

• Cálculo das dimensões da sapata

$$A \text{ x } B = 15\ 000, \text{ sendo: } A = B$$

$$A^2 = 15\ 000$$

$$A = 122,47 \text{ cm}$$

Admitindo-se, porém: A = B = 125 cm

• Cálculo da verificação da tensão no solo

$$\frac{300}{125 \text{ x } 125} = 0{,}019 \text{ kN/cm}^2$$

• Cálculo para uma sapata rígida

$$h \geq \frac{B-b}{4} + 5$$

$$h \geq \frac{A-a}{4} + 5$$

Contudo, em qualquer caso, nunca se deve admitir: $h \leq 15 \text{ cm}$.

Logo:

$$h \geq \begin{cases} \dfrac{125-20}{4} + 5 = 31{,}25 \text{ cm} \\ \dfrac{125-40}{4} + 5 = 26{,}25 \text{ cm} \end{cases}$$

Adotar-se-á: h = 35 cm e h' = 20 cm

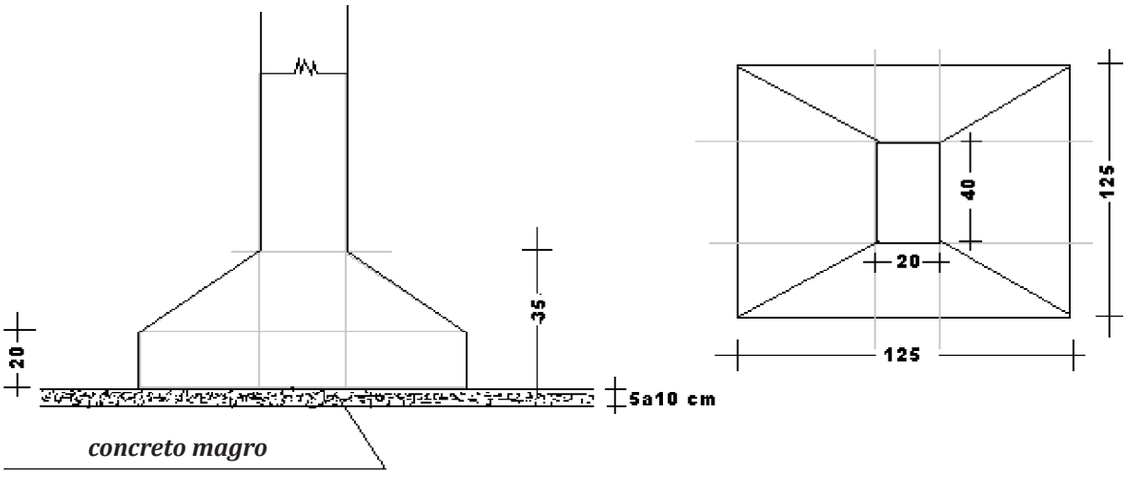


Figura 156.

Sendo sapata rígida, tem-se que verificar as condições:

$$\frac{h-h'}{A-a} = \frac{35-20}{125-40} = \frac{15}{85} = 0{,}18 < 0{,}29$$

$$\frac{h-h'}{B-b} = \frac{35-20}{125-20} = \frac{15}{105} = 0{,}14 < 0{,}29$$

• Cálculo da armadura necessária

$$A_{sx} = \frac{272,73 \text{ x } 1,4\ (125-20)}{8 \text{ x } 43,4783\ (35-5)} = 3,84 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx} = \frac{3,84}{1,25} = 3,07 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sy} = \frac{272,73 \text{ x } 1,4\ (125-40)}{8 \text{ x } 43,4783\ (35-5)} = 3,11 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = \frac{3,11}{1,25} = 2,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Detalhe da ferragem

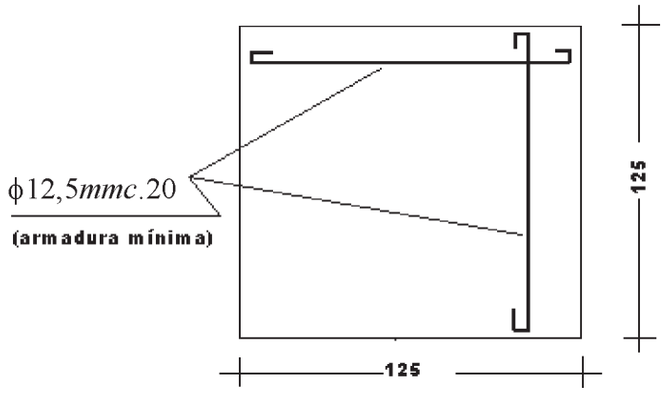


Figura 157.

- Verificação do puncionamento

$$\tau_{pw} = \frac{1,4 \text{ x } 272,73}{4\ (20 + 35)\ 0,6\text{x}35} = 0,083 \text{ kN/cm}^2 = 0,83 \text{ MPa}$$

$$\tau_{punção} = \frac{2\sqrt{f_{ck}}}{1,4} = \frac{2\sqrt{1,5}}{1,4} = 1,75 \text{ kN/cm}^2 = 17,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{pw} < \tau_{punção}$$

Ex. 119 -Um pilar de um edifício residencial $(P_{17} = 20x40)$ transmite uma carga de 636,36 kN. Projete uma sapata isolada trapezoidal de tal modo que seja do tipo rígida, admitindo-se uma tensão admissível de 0,015 kN/cm^2.

- Cálculo da tensão no solo

• Cálculo da área da sapata

$$A_{sapata} = \frac{1{,}10 \text{ x } 636{,}36}{0{,}015} = 46.666{,}40 \text{ cm}^2$$

• Cálculo das dimensões da sapata

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}A$$

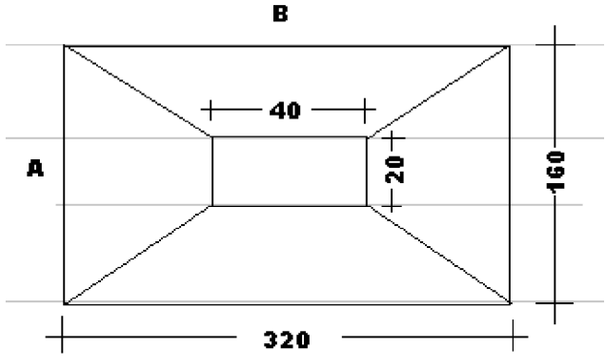


Figura 158.

$$A = 2A$$

$$2A^2 = 46.666{,}40$$

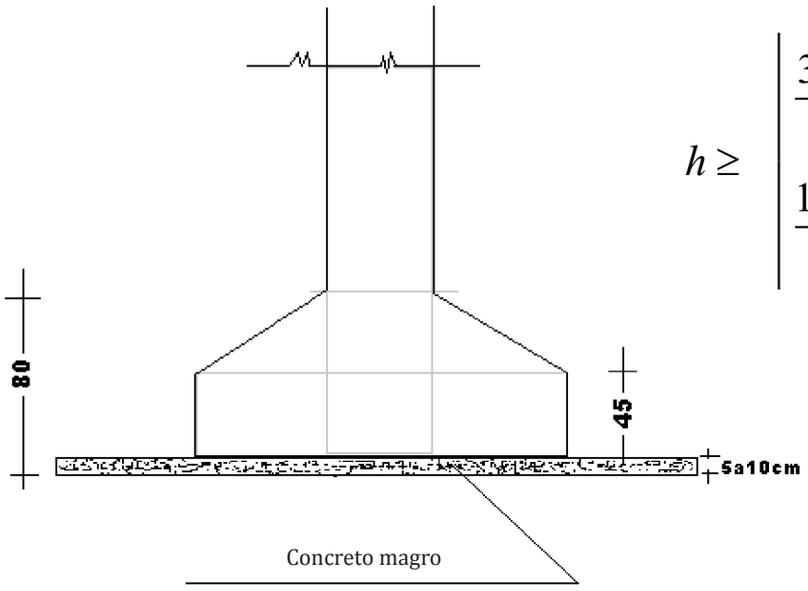
$$A = 152{,}75 \text{ cm} \qquad B = 305{,}50cm$$

Será adotando: A = 160 cm e B = 320 cm.

• Cálculo da vericação da tensão no solo

$$\frac{700}{160 \text{ x } 320} = 0{,}014 \text{ kN/cm}^2$$

- Cálculo para uma sapata rígida.



$$h \geq \begin{cases} \dfrac{320-40}{4} + 5 = 75 \text{ cm} \\ \dfrac{160-20}{4} + 5 = 40 \text{ cm} \end{cases}$$

Figura 159.

Adotar-se-á: h = 80 cm e h' = 45 cm. Diante disso, verificam-se as condições para a sapata rígida. Logo:

$$\frac{h-h'}{A-a} = \frac{80-45}{320-40} = 0,125 < 0,29$$

$$\frac{h-h'}{B-b} = \frac{80-45}{160-20} = 0,250 < 0,29$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_{sx} = \frac{636,36 \text{ x } 1,4\ (320-40)}{8 \text{ x } 43,4783\ (80-5)} = 9,56 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx} = \frac{9,56}{1,60} = 5,97 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sy} = \frac{636,36 \text{ x } 1,4\ (160-20)}{8 \text{ x } 43,4783\ (80-5)} = 4,78 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = \frac{4,78}{3,20} = 1,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

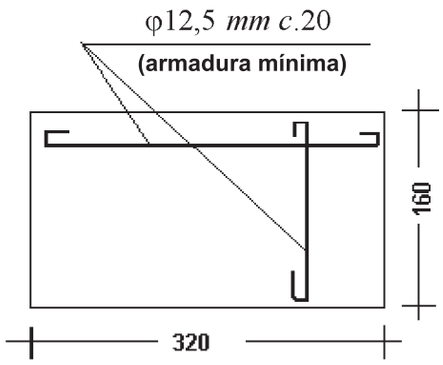


Figura 160.

Ex. 120 - Por exigência construtiva, uma sapata que sustentará um pilar ficará posicionada contígua ao alinhamento da rua. Sendo, no entanto, esta locada, ficará constatada que se executada ultrapassará os limites do muro divisório. Especifique a medida máxima permitida.

Nesses casos, tem-se que estudar com a máxima precaução todas as possíveis soluções, a fim de que se tenha condição de executabilidade. Não sendo possível, pois, qualquer que seja o remanejamento, a única alternativa será, evidentemente, a de procurar estabelecer as dimensões permitidas dentro da técnica.

Nesse aspecto como primeiro passo, passa-se a verificar qual a distância máxima permitida, isto é, tendo em vista se conhecer os seguintes dados fornecidos do projeto.

l_{pi} largura do pilar

e_{pmd} espaçamento entre o pilar e o muro divisório

l_{pp} largura do passeio público

B base máxima da sapata

$$B = l_{pi} + 2\left(e_{pmd} + \frac{1}{3}l_{pp}\right)$$

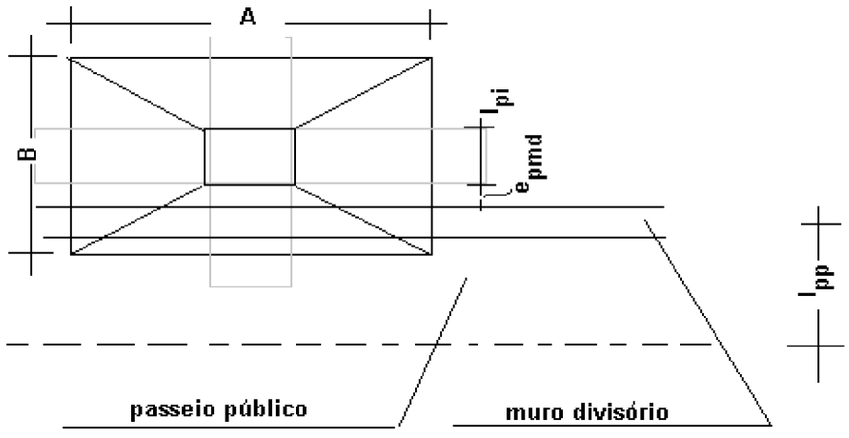


Figura 161.

Ex. 121 -De acordo com a Figura 162 determine as dimensões da sapata de divisa.

- Cálculo da área da sapata

Com o valor de 454,55 kN e sabendo-se que 70 % da pressão admissível do solo é 0,02 kN/ cm^2, tem--se:

$$A = \frac{1{,}10 \text{ x } 454{,}55}{0{,}02} = 25.000 \text{ cm}^2$$

- Cálculo do anteprojeto da sapata

Supondo-se:

$$\frac{A}{B} = 2$$

$$A = 2B$$

E sendo: $A \text{ x } B = 25.000$

Encontra-se:

$$B = 111{,}80 \cong 115 \text{ cm}$$

- Cálculo da excentricidade

O espaçamento entre o pilar e o muro é de 2,5 cm.

$$\text{exc.} = \frac{115}{2} - \frac{20}{2} - 2{,}5 = 45 \text{ cm}$$

- Cálculo da reação (sapata e pilar) central do sistema.

Do projeto, conclui-se que a distância entre a aplicação das cargas é igual a 3,70 m, logo:

$$\frac{500 \text{ x } 45}{370 - 45} = 69{,}23 \cong 70 \text{ kN}$$

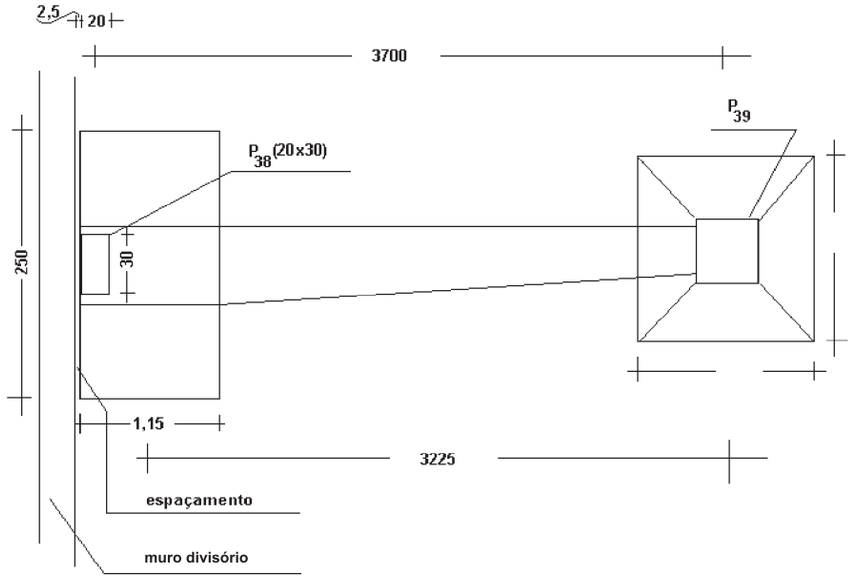


Figura 162.

Este valor, porém, terá que ser adicionado com 500 kN, ou seja:

$$70 + 500 = 570 \text{ kN}$$

As medidas do anteprojeto serão assim determinadas:

$\frac{570}{0,02} = 28.500\ cm^2$ e, conseqüentemente, $A = \frac{28.500}{115} = 247,83\ cm$,

ou seja: A ≅ 250 cm .

- Cálculo da sapata como rígida

$$h \geq \begin{cases} \frac{115-20}{4} + 5 = 28,75 \cong 30 \text{ cm} \\ \frac{250-30}{4} + 5 = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

Será adotado: h = 60 cm e h' = 35 cm .

Sendo, no entanto, sapata rígida, tem-se que verificar as condições, logo:

$$\frac{\text{h} - \text{h}'}{\text{A} - \text{a}} = \frac{60-35}{115-20} = 0,26 < 0,29$$

$$\frac{\text{h} - \text{h}'}{\text{B} - \text{b}} = \frac{60-35}{250-30} = 0,11 < 0,29$$

Ex. 122 - Dimensione a sapata do pilar central (P_{39}) do exercício anterior, admitindo-se uma carga total de 750 kN.

$$750 - \frac{70}{2} = 715 \text{ kN}$$

- Cálculo da área da sapata

$$\frac{715}{0,02} = 35750 \text{ cm}^2$$

- Cálculo das dimensões da sapata

Admitindo-se que a mesma possua lados iguais:

$$\text{L} = \sqrt{35.750} = 189,08 \cong 190 \text{ cm}$$

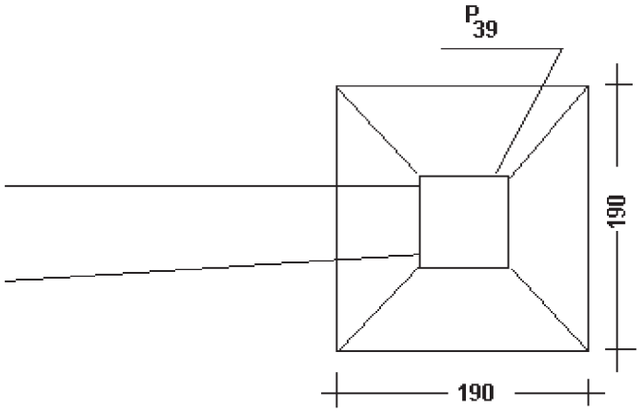


Figura 163.

Ex. 123 - Dimensione uma sapata para um pilar de 30 cm x 60 cm com 545,45 kN, em um terreno com uma tensão admissível de 0,02 kN/cm^2.

- Cálculo da tensão no solo

• Cálculo da área da sapata

$$A_{sapata} = \frac{1{,}10 \text{ x } 545{,}45}{0{,}02} = 30.000 \text{ cm}^2$$

• Cálculo das dimensões da sapata

$$A \text{ x } B = 30.000 \text{ cm}^2$$

Adotar-se-á: A = B = 180 cm

• Cálculo da verificação da tensão no solo

$$\frac{600}{180 \text{ x } 180} = 0{,}018 \text{ kN/cm}^2$$

- Cálculo para uma sapata rígida

$$h \geq \begin{cases} \dfrac{180-60}{4} + 5 = 35 \text{ cm} \\ \dfrac{180-30}{4} + 5 = 42{,}5 \text{ cm} \end{cases}$$

Será adotado: h = 45 cm e h' = 30 cm, e:

$$\frac{h-h'}{A-a}=\frac{45-30}{180-60}=0,12<0,29$$

$$\frac{h-h'}{B-b}=\frac{45-30}{180-30}=0,10<0,29$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_{sx}=\frac{545,45 \text{ x } 1,4\ (180-60)}{8 \text{ x } 43,4783\ (45-5)}=6,59\ cm^2$$

$$A_{sx}=\frac{6,59}{1,80}=3,66\ cm^2/m$$

$$A_{sy}=\frac{545,45 \text{ x } 1,4\ (180-30)}{8 \text{ x } 43,4783\ (45-5)}=8,23\ cm^2$$

$$A_{sx}=\frac{8,23}{1,80}=4,57\ cm^2/m$$

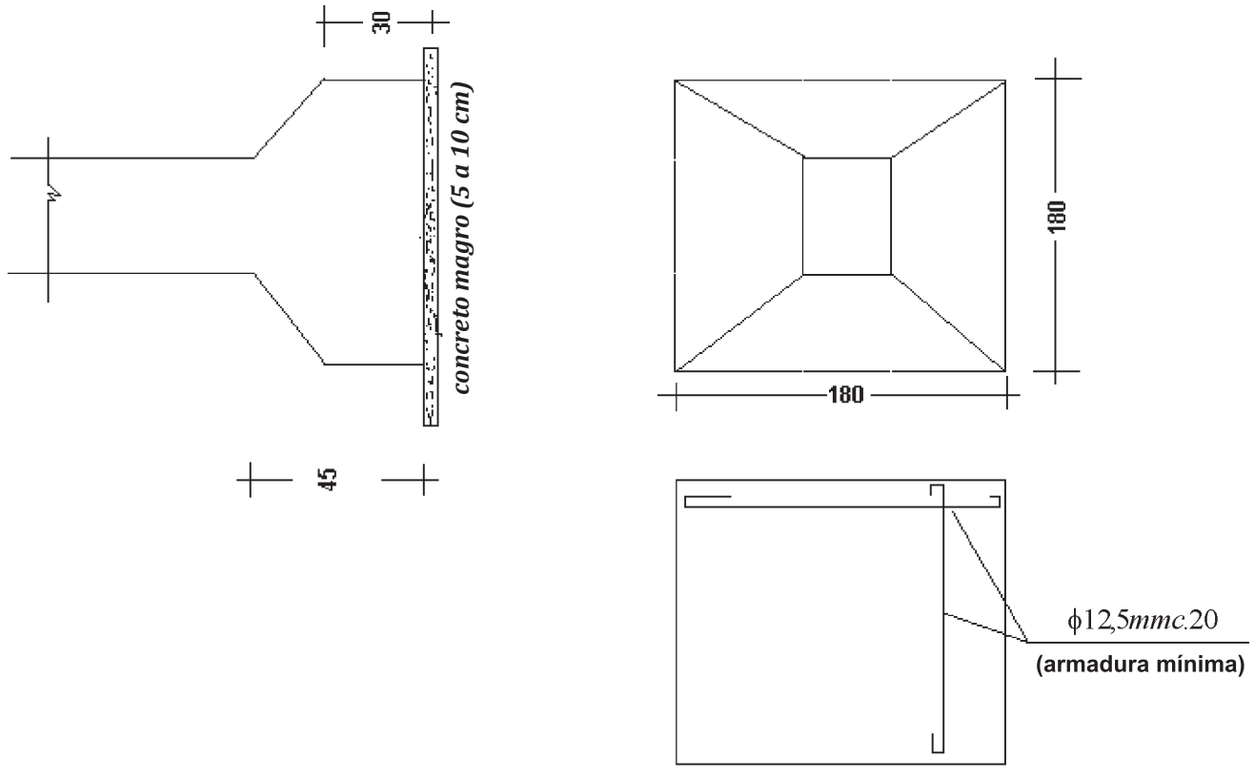


Figura 164.

Ex. 124 - Uma sapata quadrada (1,50 m x 1,50 m) está assentada em terreno de areia a uma profundidade de 1,65 m. Determine a pressão admissível do terreno.

Como o solo é areia, toma-se C = 0 e, além do mais, admitindo-se que dados geotécnicos são conhecidos, tais como:

$$\gamma = 17 \text{ kN/m}^2, \; N_\phi = 28 \text{ e } N_q = 28$$

e com :

$$0,7\gamma \; \frac{B}{2} N_\phi + 1,2\gamma H N_q$$

encontra-se:

$$0,7 \text{ x } 17 \text{ x } \frac{1,5}{2} \text{ x } 28 + 1,2 \text{ x } 17 \text{ x } 1,65 \text{ x } 28$$
$$= 1.192,38 \text{ kN/m}^2$$

Porém, sendo o coeficiente de segurança 3, a pressão admissível será igual a:

$$\frac{1.192,38}{3} = 397,46 \text{ kN/m}^2 = 3,97 \text{ kN/cm}^2$$

Ex. 125 - Conhecida a caga do pilar P_{17}(20 x 50) = 1.820 kN e o valor médio do SPT de 10, determine a pressão admissível do solo e a área de uma sapata capaz de suportar o referido pilar.

- Cálculo da pressão admissível do solo

$$\frac{10}{50} = 0,02 \text{ kN/cm}^2$$

- Cálculo da área da sapata

$$\frac{1,10 \text{ x } 1.820}{0,02} = 100.100 \text{ cm}^2$$

- Cálculo das dimensões da sapata

$$320 \text{ x } 320 \text{ cm}$$

- Cálculo da verificação da tensão no solo

$$\frac{1,1 \text{ x } 1.820}{320 \text{ x } 320} = 0,019 \text{ kN/cm}^2$$

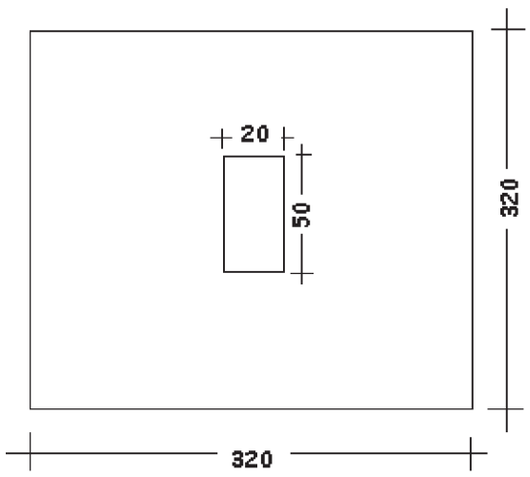


Figura 165.

Ex. 126 - Seja um pilar de 25 cm x 25 cm. Dimensione uma sapata para esse pilar, conhecendo-se a carga atuante de 1.200 kN e pressão admissível do solo de 0,03 kN/cm^2.

- Cálculo da carga total

A carga total será:

$$1{,}1 \times 1.200 = 1.320 \text{ kN}$$

- Cálculo da área da sapata

$$\frac{1.320}{0,03} = 44.000 \text{ cm}^2$$

- Cálculo das dimensões da sapata

Admitindo-se lados iguais para a sapata, tem-se cada lado igual a:

$$L = \sqrt{44.000} = 209{,}76 = 210 \text{ cm}$$

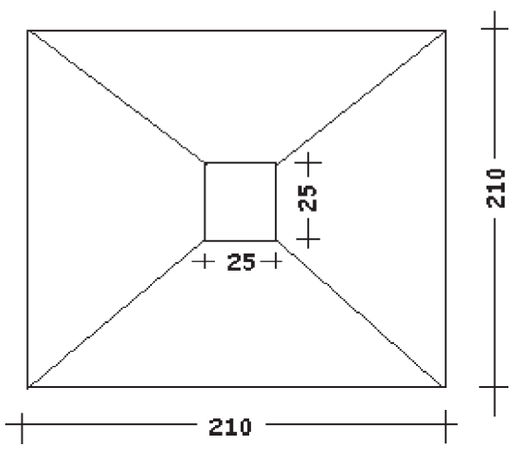


Figura 166.

Ex. 127 - Considere a sapata associada da Figura 167 e determine a armadura.

Sendo:

$$\frac{850 + 800}{2{,}20} = 750 \text{ kN}$$

Adotar-se-á: h=50 cm e h'=35cm.

Logo:

$$A_{sx} = \frac{750 \text{ x } 1{,}4\ (135 - 35)}{8 \text{ x } 43{,}4783\ (50 - 5)} = 6{,}71 \text{ cm}^2$$

No entanto, no que diz respeito a armadura de distribuição a ser adotada paralelamente ao eixo da viga será: ∅ 12,5 mm a cada 30 cm.

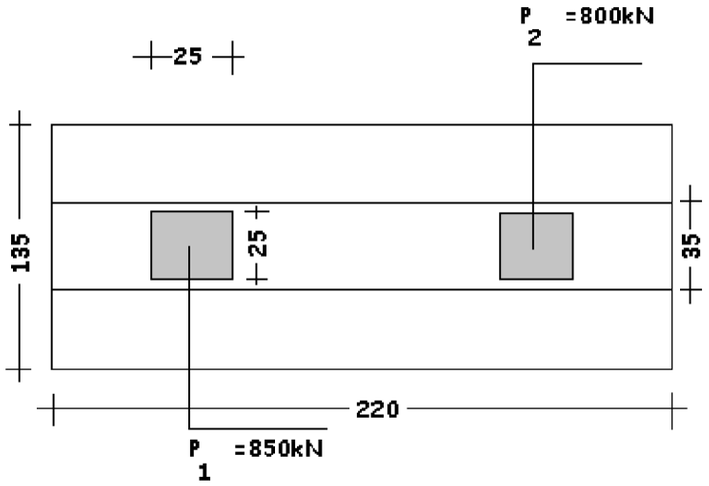


Figura 167.

Ex. 128 - Calcule a armadura de uma sapata quadrada com 2 m de lado e altura de 60 cm, capaz de suportar um pilar (40 cm x 40 cm) com carga de 800 kN, adotando-se f_{ck} = 15 MPa e CA 50.

$$A_{sx} = A_{sy} = \frac{800 \text{ x } 1{,}4\ (200 - 40)}{8 \text{ x } 43{,}4783\ (60 - 5)} = 9{,}37 \text{ cm}^2$$

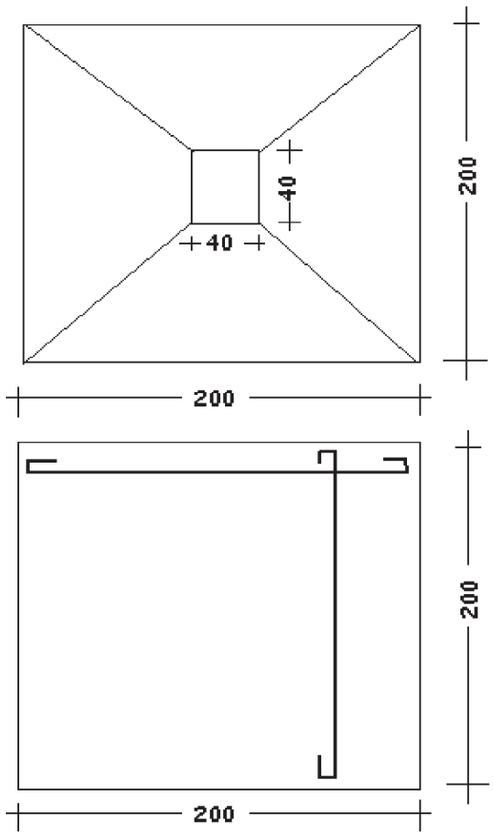


Figura 168.

Ex. 129 - Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de uma sapata, conforme a apresentada na Figura 169, admitindo-se pertencer a uma edificação comercial.

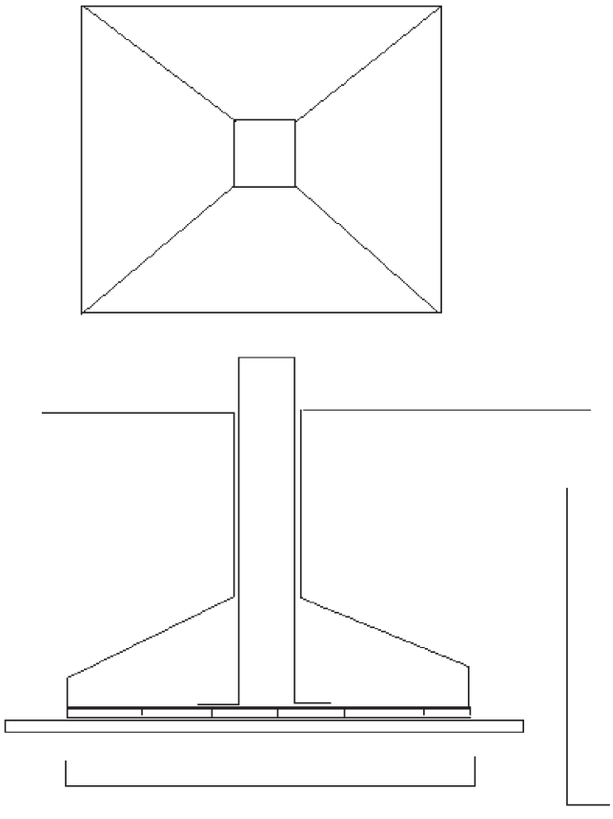


Figura 169.

Ex. 130 – Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de uma sapata, conforme a apresentada na Figura 170, admitindo-se pertencer a uma edificação residencial multifamiliar.

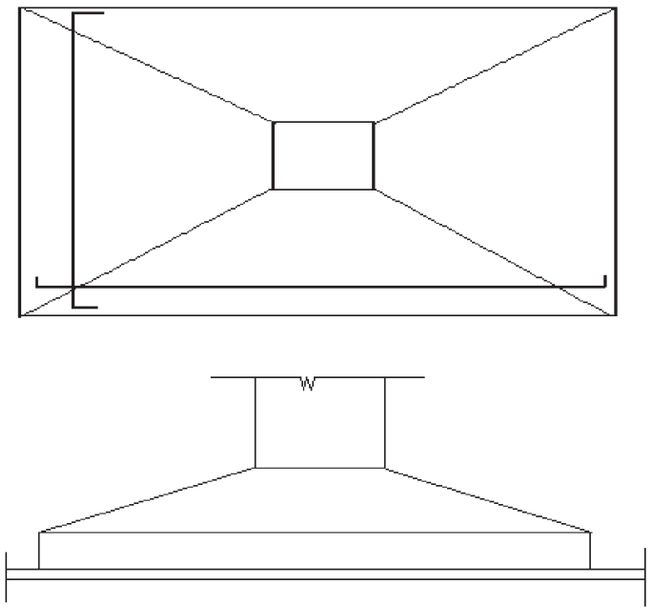


Figura 170.

Ex. 131 – Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de uma sapata, conforme a apresentada na Figura 171, admitindo-se pertencer a um templo religioso.

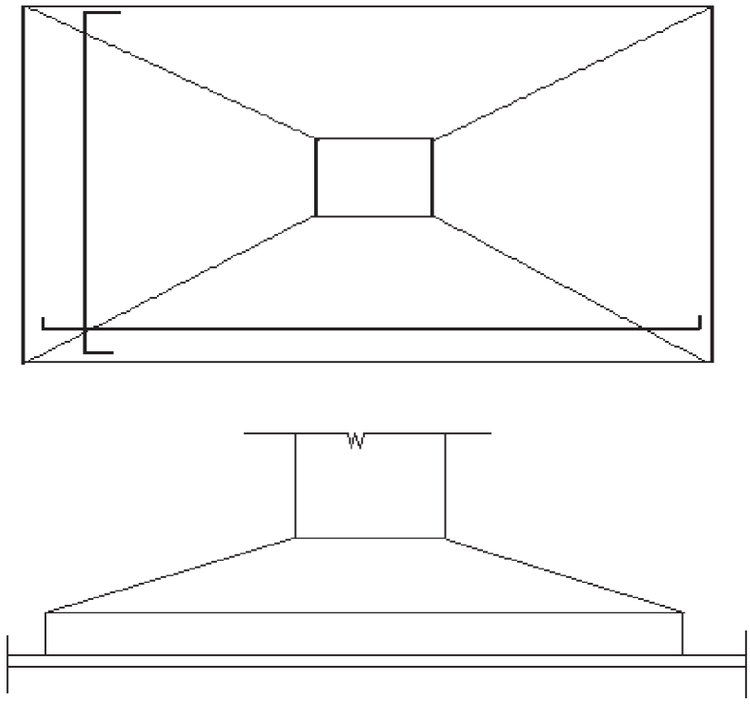


Figura 171.

Ex. 132 – Esboce as armaduras usualmente utilizadas no detalhamento de uma sapata, conforme a apresentada na Figura 172, admitindo-se pertencer a uma edificação comercial.

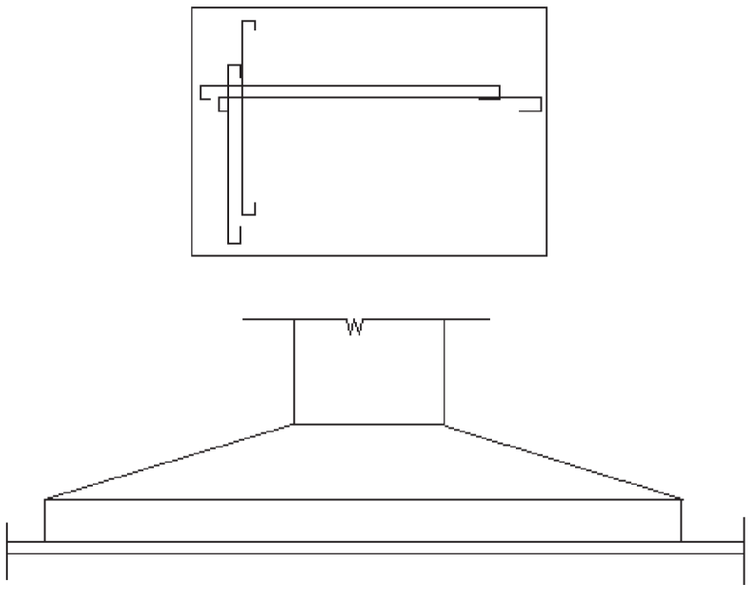


Figura 172.

Ex. 133 - Sabendo-se que e estaca do tipo broca é moldada "in loco" e ainda, classificada entre as fundações profundas, determine a carga da estaca, conhecendo-se o seu diâmetro de 0,25 m, implantada em terreno coesivo com profundidades de 5 m.

Este tipo de estaca é moldada "in loco", e é um dos exemplares mais rudimentares da engenharia de fundações. A perfuração é feita até máximo de 6 m, com um trado e diâmetro mínimo é de 0,20 m, pois ultrapassando esse limite e não sendo atingida a cota de apoio de estaca o projetista deverá, evidentemente, abandonar tal opção.

A carga de estaca é dada pela seguinte expressão:

$$P = \text{área transversal} \times 0{,}20$$

Logo, para o exercício em questão, tem-se um valor correspondente a:

$$P = \frac{\pi . D^2}{4} \times 0{,}20 = 98{,}12 \text{ kN}$$

Ex. 134 - Qual deverá ser o número ideal de estacas a ser utilizada em um bloco quando a carga do pilar é de 1.200 kN ?

Sabendo-se que a carga transmitida pelo pilar é de 1.200 kN, tendo em vista ser um dado tirado do projeto. Todavia, para que se possa estabelecer o número de estacas a ser utilizada no bloco em estudo, necessário se faz que se saiba também a carga de trabalho de uma estaca.

Como não foi informada no enunciado, a única alternativa, porém, será a de estabelecer essa carga, a fim de que se tenha o número de estacas. Assim, por exemplo, admitindo-se uma carga de 350 kN (carga correspondente ao recalque admissível de 15 mm).

Logo, o número de estacas deverá ser:

$$\frac{1{,}1 \text{ x } 1.200}{350} = 3{,}77 \cong 4$$

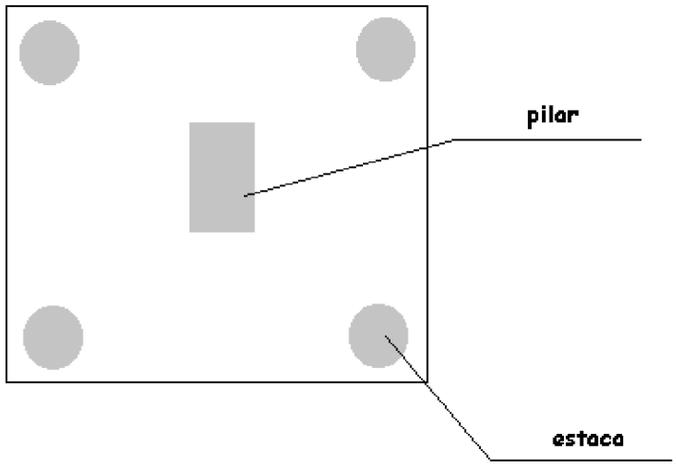


Figura 173.

Ex. 135 - Determine a capacidade de resistência e um tubulão com 1 m de diâmetro com base alargada para 1,5 m assente em argila, conhecendo-se a tensão de ruptura do terreno na base do tubulão igual a 2.668,4 kN/m².

- Cálculo da resistência da base.

$$\frac{\pi .1{,}5^2}{4} \text{ x } 2.668{,}4 = 4.713{,}06 \text{ kN}$$

- Cálculo da área lateral do tubulão

$$2\pi \text{Rh} = 2.\pi .0{,}50.13 = 40{,}82 \text{ m}^2$$

E, com um coeficiente médio de 40 kN/m², resultará:

$$40 \text{ x } 40{,}82 = 1.632{,}8 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga de ruptura

$$4.713{,}06 + 1.632{,}80 = 6.345{,}86 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga no tubulão

Com um coeficiente de segurança tomado igual a 2,7, obtém-se: 2.350,32 kN.

Ex. 136 - Uma estaca de concreto cravada em um terreno arenoso tem 0,20 m de diâmetro e base 0,50 m. Admitindo-se uma profundidade de 8 m e pressão de ruptura do terreno 287.600 kN/m² (resultado decorrente de: peso específico, em kN/m³; profundidade da ponta da estaca, em m; da coesão do solo em contato com a ponta da estaca, em kN/m²; além do ângulo de atrito interno do solo, em graus; visto que do nomograma de Terzaghi, constante em livros de Mecânica

dos Solos, tira-se: N_γ, N_c e N_q – fatores de capacidade de carga para rupturas localizadas ou generalizadas, adimensional), determine a capacidade de carga dessa estaca.

- Cálculo da resistência da base

$$287.600.\frac{\pi.0,50^2}{4} = 56.411,50 \text{ kN}$$

- Cálculo da área lateral da estaca

$$2\pi Rh = 2.\pi.0,10.8 = 5,02 \text{ m}^2$$

Entretanto, ao se utilizar um coeficiente médio da resistência lateral, por exemplo, 45 kN/m², obtém-se:

$$45 \text{ x } 5,02 = 225,90 \text{ kN}$$

- Cálculo da carga de ruptura

$$56.441,50 + 225,90 = 56.667,40 \text{ kN}$$

Porém, admitindo-se um coeficiente se segurança médio igual a 2,7, a carga na estaca será:

$$\frac{56.667,40}{2,70} = 20.987,92 \text{ kN}$$

Ex. 137 - Qual deverá ser a nega aceita pelo projetista de fundações para uma estaca de seção quadrada de 0,25 m x 0,25m, cuja carga admissível seja de 130 kN, tendo em vista a cota prevista pelas sondagens?

Para este exercício, admite-se que o equipamento da firma responsável pelo estaqueamento, possua no canteiro de obras um bate-estacas com martelo de 10 kN, altura de queda de 1m e a profundidade a ser atingida seja 11m.

-Cálculo do peso do martelo

$$0,25^2 \text{ x } 11 \text{ x } 2,5 = 1,72 \text{ t} = 17,2 \text{ kN}$$

- Cálculo da nega

Da conhecida fórmula dos holandeses, obtém-se este resultado, uma vez que todos os elementos são conhecidos, ou seja:

$$e = \frac{P^2 h}{6N\,(P + Q)}$$

$$e = \frac{10^2 \text{x } 1}{6 \text{ x } 130\,(10 + 17,2)} = 0,005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

Ex. 138- Para uma carga de 395 kN, estabeleça o diâmetro da estaca de concreto a ser utilizada em um projeto de fundações.

- Cálculo de cargas de ruptura

$$395 \text{ x } 1{,}65 = 651{,}75\text{kN}$$

- Cálculo de resistência da estaca

Admitindo-se f_{ck} = 15 MPa e CA 50, além da porcentagem de armadura igual 1,2 %, tem-se:

$$0{,}75 \text{ x } S_c \text{ x } 1{,}5 + \frac{1{,}2}{100} \text{x } S_c \text{ x } 50 = 651{,}75$$

$$S_c = 377{,}83 \text{ cm}^2$$

- Cálculo do diâmetro da estaca

$$\frac{\pi . D^2}{4} = 377{,}83$$

$$D \cong 25 \text{ cm}$$

Os blocos sobre estacas são estruturas de volume usadas para transmitir às estacas as cargas de fundação, e podem ser considerados rígidos ou flexíveis por critério análogo ao definido para as sapatas. Quanto ao bloco rígido o comportamento estrutural se caracteriza por:

a) trabalho à flexão nas duas direções, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vez seu diâmetro);

b) cargas transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão, de forma e dimensões complexas;

c) trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruptura por tração diagonal, e sim por compressão das bielas, analogamente às sapatas.

No entanto, no que diz respeito ao bloco flexível deve ser realizada uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação da punção.

A armadura de flexão deve ser disposta essencialmente (mais de 85 %) nas faixas definidas pelas estacas, em proporções de equilíbrio das respectivas bielas. As barras devem se estender de face a face do bloco e terminar em gancho nas duas extremidades. Para barras com ∅ ≥ 20 mm devem ser usados ganchos de 135º ou 180º. Para controlar a fissuração, deve ser prevista armadura adicional em malha uniformemente distribuída em duas direções para no máximo 20 % dos esforços totais, completando a armadura principal, calculada com uma resistência de cálculo de 80 % de f_{yd}.

Se for prevista armadura de distribuição para mais de 25 % dos esforços totais ou se o espaçamento entre estacas for maior que 3 ∅, deve ser prevista armadura de suspensão para a parcela de carga a ser equilibrada.

O bloco deve ter altura suficiente para permitir a ancoragem da armadura de arranque. Nessa ancoragem pode-se considerar o efeito favorável da compressão transversal às barras decorrente da flexão da sapata. Quanto aos blocos flexíveis devem ser atendidos os requisitos relativos a lajes e punção.

Ex. 139 - Determine um bloco capaz de receber um pilar de 0,30 m x 0,60 m (cuja carga atuante seja de 800 kN) que se apóia em uma estaca de 0,40 m de diâmetro.

- Cálculo de força de tração no bloco

$$\frac{1}{4} \text{x } 800 \text{ x} \frac{0,80 - 0,30}{0,50} = 200 \text{ kN}$$

- Cálculo de tração no concreto

$$\frac{200}{0,80 \text{ x } 0,50} = 500 \text{ kN/m}^2$$

- Cálculo da seção de estribos

Considerando-se estribos de 2 ramos e CA 50, obtém-se 3,22 cm² como área de estribos, pois:

$$A_{sw} = \frac{1,4 \text{ x } 200}{2 \text{ x} \frac{50}{1,15}} = 3,22 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da seção de concreto necessária

$$\frac{1,4 \text{ x } 1,1 \text{ x } 800}{0,85 \text{ x} \frac{1,50}{1,4} + 0,008 \text{ x } 42} = 988,20 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da armadura vertical

$$A_{sy} = 0,008 \text{ x } 988,20 = 7,91 \text{ cm}^2$$

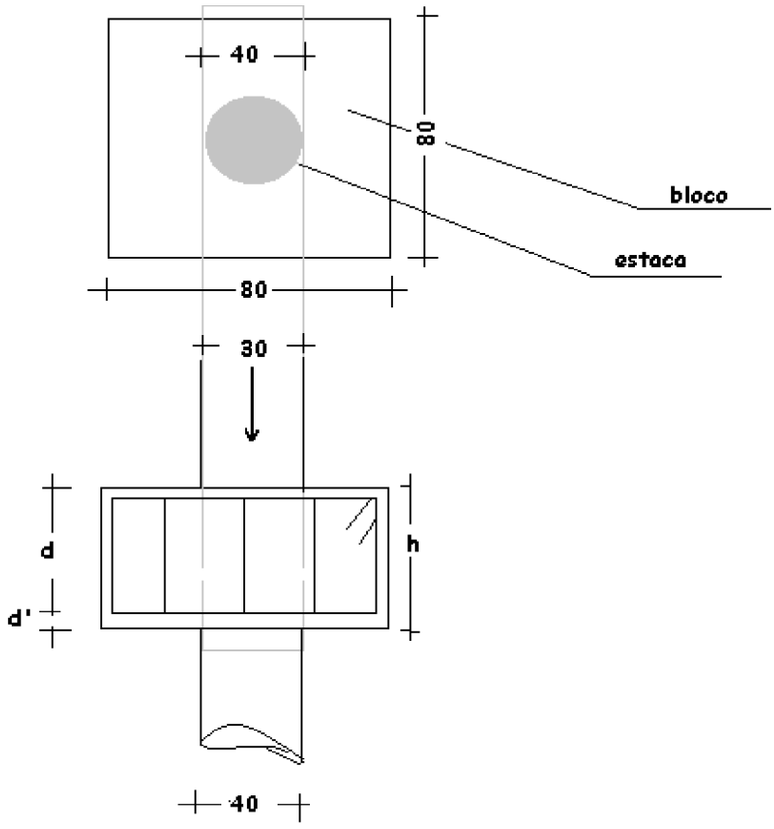


Figura 174.

Ex. 140 - Dimensione um bloco com duas estacas afastadas 1,80 m uma da outra, capaz de receber um pilar quadrado de 0,35 m de lado com uma carga de 600 kN.

- Cálculo de carga de ruptura

$$1{,}4 \text{ x } 600 = 840 \text{ kN}$$

$$\frac{840}{2}\left(\frac{1{,}80}{2} - \frac{0{,}35}{4}\right) = 341{,}25 \text{ kNm}$$

- Cálculo da armadura necessária

$$A_s = \frac{34.020}{(70-3) \text{ x } 43{,}4783} = 11{,}68 \text{ cm}^2$$

- Cálculo da tensão de cisalhamento

$$\frac{840/2}{(70-3) \text{ x } 97} = 0{,}065 \text{ kN/cm}^2$$

Valor este que por norma deverá ser menor ou igual a 0,25 f_{cd} ou 0,45 kN/cm². Então, com f_{ck} = 15 MPa e aço CA 50, encontra-se:

$$0,25 \text{ x} \frac{1,50}{1,4} = 0,27 \text{ kN/cm}^2$$

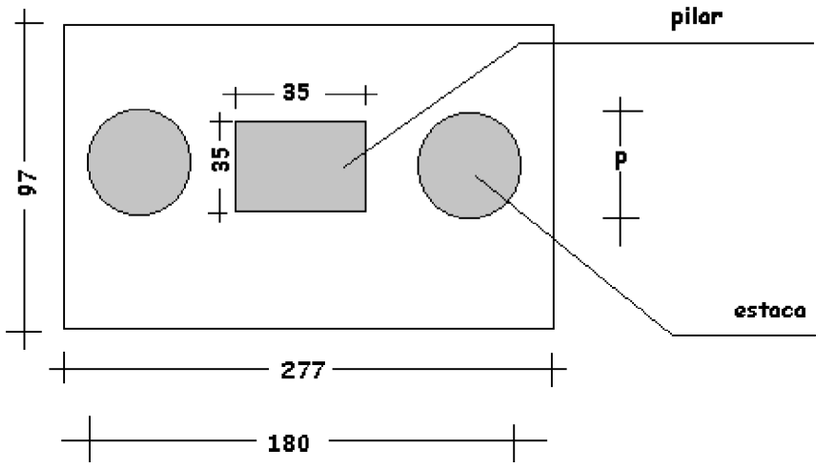


Figura 175.

Ex. 141 - No projeto de estaqueamento para um pilar com carga total de 2.400 kN, o especialista em fundações admitira 6 estacas. Sabendo-se que a carga de ruptura de cada estaca é de 1.200 kN, determine o número de estacas necessárias.

- Calculo da carga admissível

$$\frac{1.200}{2} = 600 \text{ kN}$$

- Cálculo do número de estacas necessárias para o pilar

Tendo em vista ser a carga total de 2.400 kN, o número será:

$$\frac{2.400}{600} = 4 \text{ estacas}$$

Ex. 142 - Um especialista em fundações determinou a execução de um tubulão a céu aberto em concreto ciclópico. Determine o diâmetro do fuste, conhecendo-se a carga atuante de 1.500 kN.

Nestes casos como é obvio, o diâmetro do fuste terá um valor de tal forma que possa permitir o acesso dos que trabalham, como, por exemplo, os trabalhadores envolvidos, bem como dos que fiscalizam.

Assim, de um modo geral, nunca se deve projetar um diâmetro inferior a 0,70 m, pelas razões retro explicitadas. Importante também é ser frisado que este tipo de tubulão, ou seja, a céu aberto, é aconselhável o seu uso em terreno coesivo e acima do nível da água. Portanto, uma das diferenças entre este e o tubulão pneumático é que o pneumático é utilizado em qualquer terreno abaixo do nível da água.

Para a determinação do diâmetro do fuste do tubulão, emprega-se a seguinte expressão:

$$D = 1,8\sqrt{P}$$

Logo:

$$D = \ 1{,}8\sqrt{1.500} = 69{,}71 \cong 70 \text{ cm}$$

Ex. 143 - Admita uma taxa de trabalho do solo a uma profundidade de 6 m igual 0,05/cm^2 e determine o diâmetro da base de um tubulão para carga total de 600 kN.

O diâmetro da base será:

$$D_{base} = 1{,}13\sqrt{\frac{600}{0{,}05}} = 123{,}78 \text{ cm}$$

Adotar-se-á, no entanto:

$$D_{base} = 125 \text{ cm}$$

Ex. 144 - Sabendo-se que deverá ser aplicado um tubulão, determine o diâmetro da base desse tubulão uma vez que a carga total a ser aplicada ao mesmo é de 190 kN.

Sendo a taxa de trabalho do solo a relação entre a capacidade de carga do tubulão e o fator de segurança médio, normalmente igual a 2,5, tem-se:

$$T_{trab.} = \frac{425}{2{,}5} = 170 \text{ kN}$$

Então, para o cálculo do diâmetro da base será:

$$D_{base} = 1{,}13\sqrt{\frac{190}{170}} = 1{,}20 \text{ m}$$

Ex. 145 – Determine o raio do fuste e a altura da base de um tubulão, conhecendo-se a carga aplicada (1.000 kN)

- Cálculo do diâmetro do fuste do tubulão

$$D_{fuste} = 1{,}8\sqrt{P}$$

$$D_{fuste} = 1{,}8\sqrt{1.000} = 56{,}92 \cong 70 \text{ cm}$$

- Cálculo do raio do fuste do tubulão

$$R_{fuste} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

- Cálculo da altura da base do tubulão

Admitindo-se o diâmetro da base igual a 160 cm, a altura da base será para um ângulo de $\theta = 60^0$ com tg θ = 1,732 igual a:

$$\left(\frac{160-70}{2}\right) \text{x } 1,732 + 20 = 97,94 \text{ cm}$$

Todavia, adotar-se-á: 110 cm.

Ex. 146 – Sabendo-se que em conformidade com o cálculo ficara determinado que duas seria o número ideal de estacas utilizadas em um bloco, indique em planta a disposição do bloco de estacas.

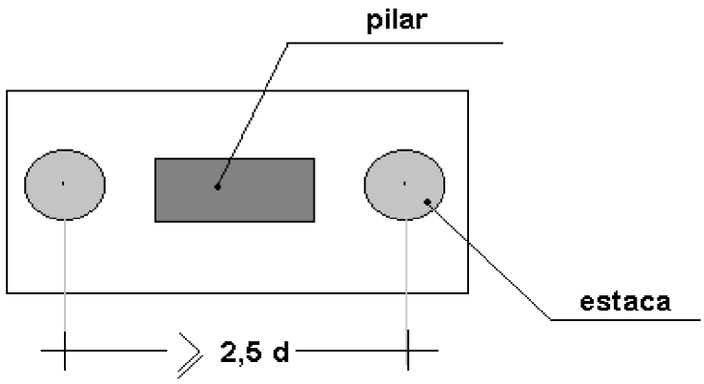


Figura 176.

Ex. 147 - Determine o número de estacas a ser utilizado em bloco, sabendo-se que a carga do pilar é de 750 kN e a carga de trabalho da estaca de 280 kN.

$$1,10 \text{ x} \frac{750}{280} = 2,95 \cong 3$$

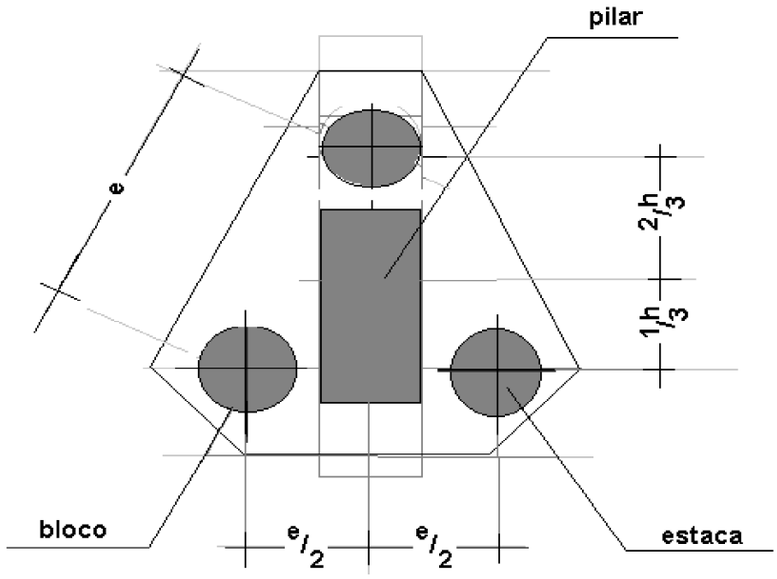


Figura 177.

Ex. 148 – Admitindo-se ser 6 o número de estacas de um bloco e que este mede 1,90 m x 1,20 m, esquematize a marcação de cada uma, posicionando estas em relação ao pilar.

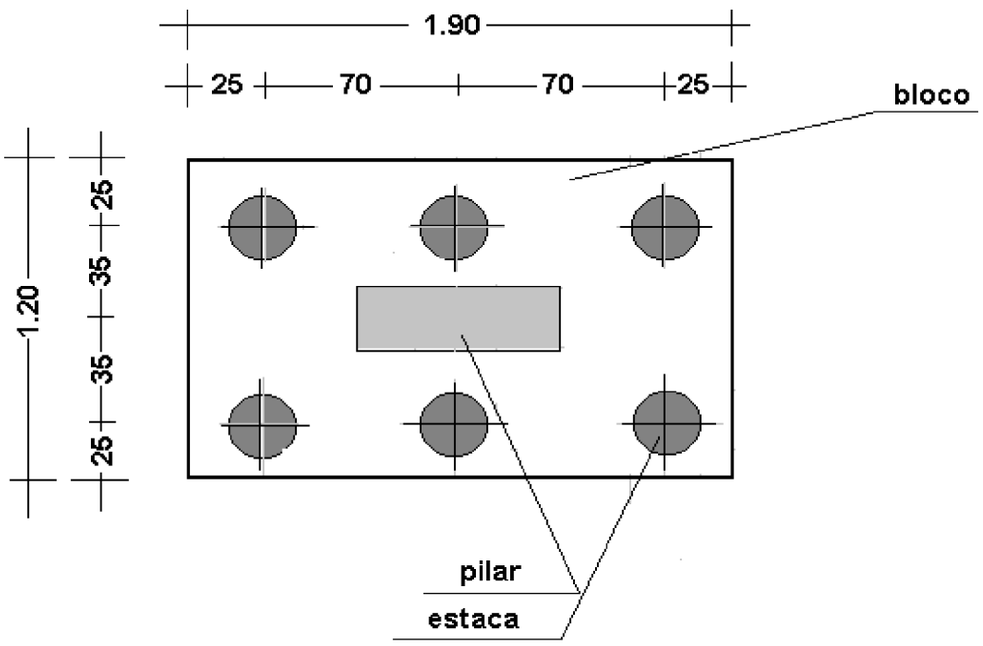


Figura 178.

Tabela 44 – Compacidade das areias e consistência das argilas segundo o índice de resistência à penetração, para os amostradores IPT e SPT.

Compacidade das areias					
Areias e Siltes	**Tipo do amostrador**		**Tensão admissível (MPa)**		
	IPT	**SPT**	**IPT**		**SPT**
	Resistência à penetração (número de golpes)		**Areia fina**	**Areia grossa**	
Fofa	**0 a 5**	**0 a 4**	**< 0,10**	**0,15**	**0,00 a 0,10**
Pouco compacta	**-**	**4 a 10**	**-**	**-**	**0,10 a 0,15**
Média	**5 a 10**	**10 a 30**	**0,10 a 0,25**	**0,15 a 0,30**	**0,15 a 0,30**
Compacta	**10 a 25**	**30 a 50**	**0,25 a 0,50**	**0,30 a 0,50**	**0,30 a 0,50**
Muito compacta	**> 25**	**> 50**	**> 0,50**	**> 0,50**	**> 0,50**
Consistência das argilas					
Argila	**Tipo do amostrador**		**Tensão admissível (MPa)**		
	IPT	**SPT**			
	Resistência à penetração (número de golpes)		**IPT**	**SPT**	
Muito mole	**-**	**0 a 2**	**-**	**0,00 a 0,05**	
Mole	**0 a 4**	**2 a 4**	**< 0,10**	**0,05 a 0,10**	
Média	**4 a 8**	**4 a 8**	**0,10 a 0,20**	**0,10 a 0,20**	
Rija	**8 a 15**	**8 a 15**	**0,20 a 0,35**	**0,20 a 0,30**	
Muito rija	**-**	**15 a 30**	**-**	**0,30 a 0,35**	
Dura	**> 15**	**> 30**	**> 0,35**	**> 0,35**	

Capítulo 10

CONTROLE DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO

10.1 - Tipos de controle da resistência do concreto

São dois tipos de controle de resistência: o controle estatístico do concreto por amostragem parcial e controle do concreto por amostragem total. Para cada um destes tipos é prevista uma fórmula de cálculo do valor estimado da resistência característica $f_{ck,est}$ dos lotes do concreto.

10.2 - Controle estatístico de concreto, por amostragem parcial

Para este tipo de controle, segundo a ABNT NBR 12655:2006, em que são retirados exemplares de algumas betonadas de concreto, as amostras devem ser de no mínimo seis exemplares para os concretos do grupo I (classes até C 50, inclusive) e doze exemplares para os concretos do grupo II (classes superiores a C 50), conforme define a ABNT NBR 8953:1992.

a) para lotes com números de exemplares $6 \leq n < 20$, o valor estimado da resistência características à compressão ($f_{ck,est}$) , na idade especificada é dado por:

$$f_{ck,est} = 2\frac{f_1 + f_2 + ... + f_{m-1}}{m-1} - f_m$$

onde:

m = n/2. Despreza-se o valor mais alto de n, se for ímpar.

$f_1, f_2, ..., f_m$ = valores das resistências dos exemplares, em ordem crescente.

Segundo a ABNT NBR 12655:2006, é recomendado não tomar para $f_{ck,est}$ valor inferior a $\psi_6 f_1$, adotando-se para ψ_6 os valores do Tabela 45, em função da condição de preparo do concreto e do número de exemplares da amostra, admitindo-se interpolação linear.

b) para lotes com número de exemplares $n \geq 20$.

$$f_{ck,est} = f_{cm} - 1{,}65.S_d$$

onde: f_{cm} é a resistência medida dos exemplares do lote, em megapascals;

S_d é o desvio-padrão do lote para n-1 resultados em, megapascals.

10.3 - Controle de concreto por amostragem total (100%)

Consiste no ensaio de exemplares de cada amassada de concreto e aplica-se a casos especiais, a critério do responsável técnico pela obra. Neste caso, não há limitação para o número de exemplares do lote e o valor estimado da resistência característica é dado por.

a) para n ≤ 20 , $f_{ck,est} = f_i$;

b) para n > 20, $f_{ck,est} = f_i$

onde: i = 0,05n. Quando o valor de i for fracionário, adota-se o número inteiro imediatamente superior.

No entanto, a ABNT NBR 12655:2006, preconiza que se pode dividir a estrutura em lotes correspondentes a no máximo 10 m^3 e amostrá-los com o número de exemplares entre 2 e 5. Nestes casos, denominados excepcionais, o valor estimado da resistência característica é dado por:

$$\mathbf{f_{ck,est}} = \psi_6 . f_1$$

onde: ψ_6 é dado pela Tabela 45, para os números de exemplares de 2 a 5.

Tabela 45 - Valores de ψ_6 .

Números de exemplares(n)											
Condição de preparo	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	≥16
A	0,82	0,86	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95	0,97	0,99	1,00	1,02
B ou C	0,75	0,80	0,84	0,87	0,89	0,91	0,93	0,96	0,98	1,00	1,02
Nota: os valores de n entre 2 e 5 são empregados para os casos excepcionais											

Fonte: ABNT NBR 12655:2006.

Os lotes de concreto devem ser aceitos, quando o valor estimado da resistência característica, calculada conforme retrocitado satisfazer a relação:

$$f_{ck,est} \geq f_{ck}$$

10.4. - Ensaios de resistência à compressão

Os resultados dos ensaios de resistência, conforme a ABNT NBR 5739:2007, realizados em amostras formadas como segue, devem servir para aceitação ou rejeição dos lotes.

10.4.1- Formação dos lotes

A amostragem do concreto para ensaios de resistência à compressão deve ser feita dividindo-se a estrutura em lotes que atendam a todos os limites da Tabela 46. De cada lote deve ser retirada uma amostra, com número de exemplares de acordo com o tipo de controle.

Tabela 46- Valores para formação de lotes de concreto.

LIMITES SUPERIORES	SOLICITAÇÃO PRINCIPAL DOS ELEMENTOS DE ESTRUTURA.	
	Compressão ou compressão e flexão	Flexão simples
Volume do concreto	50m ^{3}	100 m ^{3}
Números de andares	1	1
Tempo de concretagem	3 dias de concretagem*	

* Este período deve estar compreendido no prazo total máximo de sete dias, que inclui eventuais interrupções para tratamento de juntas.

Fonte: ABNT NBR 12655:2006.

10.4.2-Amostragem

As amostras devem ser coletadas aleatoriamente durante a operação de concretagem. Cada exemplar é constituído por dois corpos-de-prova da mesma amassada, para cada idade de rompimento, moldados no mesmo ato. Toma-se como resistência do exemplar o maior dos dois valores obtidos no ensaio do exemplar.

No caso de concreto pré-misturado, a amostra devera conter pelo menos um exemplar de cada caminhão-betoneira recebido na obra.

10.5 - Dosagem – Empírica

O traço de concreto pode ser estabelecido empiricamente para o concreto de classe C 10 com o consumo mínimo de 300 kg de cimento por metro cúbico.

• Cálculo da resistência de dosagem

A resistência de dosagem segundo a ABNT NBR 12655:2007 deve atender as condições de variabilidade prevalecentes durante a construção. Esta variabilidade medida pelo desvio – padrão S_d elevada em conta no cálculo da resistência de dosagem, segundo a equação:

$$f_{cj} = f_{ck} - 1{,}65\ S_d$$

onde: f_{cj} é a resistência média do concreto a compressão, prevista para a idade de j dias em megapascals;

f_{ck} é resistência característica do concreto a compressão, em megapascals;

S_d é o desvio padrão da dosagem, megapascals.

10.5.1 - Concreto com desvio - padrão conhecido

Quando o concreto for elaborado com os mesmo materiais, mediante equipamentos similares e sob condições equivalentes, o valor numérico do desvio padrão S_d deve ser fixado com no mínimo 20 resultados consecutivos obtidos no intervalo de 30 dias, em período imediatamente anterior. Em nenhum caso o valor de S_d adotado pode ser menor que 2 MPa.

10.5.2- Concreto com desvio - padrão desconhecido

No início da obra, ou em qualquer outra circunstância em que não se conheça o valor do desvio padrão de S_d, deve-se adotar para o cálculo da resistência de dosagem, o valor apresentado no Tabela 47 de acordo com a condição de preparo, que deve ser mantida permanentemente durante a construção.

Tabela 47 – Desvio – padrão a ser adotado em função de condição de preparo do concreto.

CONDIÇÃO	Desvio –padrão S_d (MPa)
A	4,0(Concretos até 80 MPa. Dosados em massa)
B	5,5(Concretos até 25 MPa. Dosagem do cimento em massa e agregados em volume, com correções de umidade e inchamento de areia)
C*	7,0(Cimento dosado em massa e agregados em volume).

* Para condição de preparo C, e enquanto não se conhece o desvio – padrão, exige-se para os concretos de classe C15 o consumo mínimo de 350 kg de cimento por metro cúbico.

Fonte: ABNT NBR 12655:2007.

10.5.3-Amostragem

As amostras devem ser coletadas aleatoriamente durante a operação de concretagem. Cada exemplar é constituído por dois corpos-de-prova da mesma amassada, para cada idade de rompimento, moldados no mesmo ato. Toma-se como resistência do exemplar o maior dos dois valores obtidos no ensaio do exemplar.

No caso de concreto pré-misturado, a amostra devera conter pelo menos um exemplar de cada caminhão-betoneira recebido na obra.

Ex. 149 - Durante a concretagem das bases das sapatas de um prédio de apartamentos foram obtidos os seguintes resultados de resistência à compressão de corpos de prova:

Corpo de prova	f_{ck} (MPa)	Tipo do lançamento	Data	Slump (mm)	Peça concretada	Resistência à compressão axial (MPa)					
01	15	Bombeável	15/08/03	90	Sapata	7,3	7,9	14,3	14,9	19,1	19,2
02	15	Bombeável	15/08/03	100	Sapata	11,0	11,2	15,9	15,9	18,1	19,6
03	15	Bombeável	15/08/03	80	Sapata	11,1	11,3	15,8	15,9	22,1	22,6
04	15	Bombeável	15/08/03	110	Sapata	12,0	12,7	15,9	15,8	22,2	24,6
05	15	Bombeável	15/08/03	80	Sapata	13,0	13,0	18,6	19,8	28,3	27,7
06	15	Bombeável	15/08/03	70	Sapata	13,0	13,3	18,6	17,8	27,7	28,4

- Cálculo da maior tensão de cada exemplar

$$f_1 = 19{,}2 \text{ MPa}; f_2 = 19{,}6 \text{ MPa}, f_3 = 22{,}6 \text{ MPa};$$
$$f_4 = 24{,}6 \text{ MPa}; f_5 = 28{,}3 \text{ MPa}; f_6 = 28{,}4 \text{ MPa}$$

- Cálculo da estimativa do valor da resistência característica à compressão ($f_{ck,est}$).

Sendo n= 6 tem-se: $m = \frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

E, por conseguinte: $f_{ckest} = 2\left(\frac{19,2+19,6}{3-1}\right) - 22,6 = 16,2 \text{ MPa}$.

$$f_{ck,est} \begin{cases} \psi . f_1 \\ 0,85 \dfrac{f_1 + f_2 + ... + f_n}{n} \end{cases}$$

$$n = 6 \ . \psi_6 = 0,89$$

$$\psi_6 . f_1 = 0,89 \text{ x } 19,2 = 17,09 \text{ MPa}$$

$$0,89 \frac{19,2+19,6+22,6+24,6+28,3+28,4}{6} = 21,08 \text{ MPa}$$

Logo, conclui-se que:

$$f_{ck,est} > f_{ck}$$

10.6 - Aceitação da estrutura

Satisfeita as condições de projeto e de execução, a estrutura será automaticamente aceita:

$$f_{ck,est} \geq f_{ck}$$

donde: $f_{ck,\ est}$ - valor estimado da resistência característica à compressão.

f_{ck}- resistência características do concreto à compressão. Valor este adotado pelo calculista da estrutura.

Porém, no caso de não haver aceitação automática, a decisão basear-se-á em uma ou mais das seguintes verificações: revisão do projeto, ensaios especiais do concreto e ensaios da estrutura.

O projeto da estrutura será revisto, adotando-se para o lote de concreto um exame**:**

$$f_{ck} = f_{ck,est}$$

Ex. 150 - Estabeleça o critério de aceitação de uma estrutura, admitindo-se os seguintes valores:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

e

$$f_{ck,est} = 28{,}98 \text{ MPa}$$

Sendo $f_{ck,\,est} > f_{ck}$, a aceitação será automática.

10.7 – Resistência de cálculo

A resistência de cálculo f_d é dada pela expressão:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

Entretanto, no caso específico da resistência de cálculo do concreto (f_{cd}), alguns detalhes são necessários, de acordo conforme escrito a seguir:

a) quando a verificação se faz em data j igual ou superior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feita aos 28 dias, de modo a confirmar o valor de f_{ck} adotado no projeto;

b) quando a verificação se faz em data j inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

sendo β_1 a relação f_{ckj}/f_{ck} dada por:

$$\beta_1 = \exp\left\{s\left[1-(28/t)^{1/2}\right]\right\}$$

onde:

s = 0,38 para concreto de cimento CPIII e IV;

s = 0,25 para concreto de cimento CPI e II;

s = 0,20 para concreto de cimento CPV - ARI;

t é a idade efetiva do concreto, em dias.

Essa verificação deve ser feita aos t dias, para as cargas aplicadas até essa data. Ainda deve ser feita a verificação para a totalidade das cargas aplicadas aos 28 dias. Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito em duas datas: aos t dias e aos 28 dias, de forma a confirmar os valores de f_{ckj} e f_{ck} adotados no projeto.

As resistências devem ser minoradas pelo coeficiente:

$$\gamma_m = \gamma_{m1}\ \gamma_{m2}\ \gamma_{m3}$$

Os valores para verificação no estado limite último estão mostrados na Tabela 48.

Tabela 48 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s.

Combinações	Concreto γ_c	Aço γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,00

Para a execução de elementos estruturais nos quais estejam previstas condições desfavoráveis (más condições de transporte, ou adensamento manual, ou concretagem deficiente por concentração da armadura), o coeficiente γc deve ser multiplicado por 1,1. Admite-se, nas obras de pequena importância, o emprego de aço CA 25 sem a realização do controle de qualidade estabelecido na ABNT NBR 7480:2008, desde que o coeficiente de segurança para o aço seja multiplicado por 1,1.

REFERÊNCIAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas – **NBR 12655**. Concreto – preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro, 2006.

_____. **NBR 6118**. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 8522**. Concreto – curva tensão deformação. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 6122**. Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 1996.

_____. **NBR 8036**. Programação de sondagens de simples reconhecimento dos solos para fundações de edifícios. Rio de Janeiro, 1983.

_____. **NBR 7211**. Agregados para concreto: especificação. Rio de Janeiro, 1983.

_____. **NBR 7477**. Determinação do coeficiente de conformação superficial de barras e fios de aço destinados a armaduras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1982.

_____. **NBR 6120**. Cargas para o cálculo de estruturas de edifícios. Rio de Janeiro, 1980.

ADÃO, Francisco Xavier. **Cálculo prático econômico de concreto armado.** Rio de Janeiro: Interciência Ltda, 1983.

ALONSO, Urbano Rodrigues. **Exercícios de fundações.** São Paulo: Edgard Blücher,1985.

BACARJI, Edgard. **Estimativa de flechas em lajes: método dos elementos de contorno e NBR 6118:2003.** Revista Engenharia Ciência e Tecnologia, v. 6, n. 6, p. 27-36, Vitória-ES: UFES/CT, 2003.

BLESSMAN, J. **Ação do vento em edifícios.** 2. ed. ver. Série engenharia estrutural / 7. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 1989.

BOTELHO, Manoel H. C. **Concreto armado**: eu te amo**.** V.1, 4. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2006.

BUENO, Benedito de Souza; LIMA, Dario Cardoso de; RÖHM, Sérgio Antônio. **Fundações profundas**. Viçosa: Imprensa Universitária, 1985.

_____,_____,_____. **Capacidade de carga de fundações rasas**. Viçosa: Imprensa Universitária, 1980.

COSTA, Fernando Vasco. **Estacas para Fundações.** Lisboa: Luso-Espanhola e Brasileira, 1956.

CUNHA, José Celso da; MÁRCIO Dário da Silva. **Concreto armado.** Edições Engenharia. 1979.

FIGUEIREDO, Ana Maria Gontijo. **Notas de aula de concreto armado para estudantes de arquitetura.** Edições Engenharia. 1988.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de concreto-solicitação normais.** Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

MORAES, Marcello da Cunha. **Estruturas de fundações.** 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1976.

OLIVEIRA FILHO, Ubirajara Marques de. **Fundações profundas.** 2. ed. Porto Alegre: D.C. Luzzatto Editores Ltda, 1985.

POLILLO, Adolpho. **Dimensionamento de concreto armado.** v.1, 5. ed. Rio de Janeiro: Editora Cientifica, 1979.

ROCHA, Aderso Moreira da. **Concreto armado.** Vol. 1 e 2. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1985.

SUSSEKIND, José Carlos. **Curso de concreto armado.** Vol. 1 e 2. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1985.

TEPEDINO, José de Miranda. **Lajes retangulares.** Belo Horizonte: Edições Engenharia, 1983.

THIAGO, Alberto Passos S. **Curso atualizado de concreto armado.** Vol. 1, 2, 3 e 4. Belo Horizonte: Edições Engenharia, 1969.

VELLOSO, Pedro Paulo C. **Fundações sobre areias.** Belo Horizonte: Edições Engenharia, 1972.

Fotolitos e impressão:

ESTAÇÃO GRÁFICA

Rua Alfa Crucis, 38 - Recanto dos Vinhais
Fone/Fax: (98) 3236-9177
E-mail: estacaograficaltda@gmail.com
São Luís/MA